গণিত

ঢাকা বোর্ড-২০২৪

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ৩০ মিনিট **পূর্ণমান : ৩০**

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১। **অর্ধবৃত্ত অপেক্ষা ছোট চাপে অন্তর্লিখিত কোণ–**
ক সমকোণ খ পূরককোণ গ সূক্ষ্মকোণ ঘ স্থূলকোণ

□ **নিচের তথ্যের আলোকে ২ ও ৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

শ্রেণিব্যাপ্তি	31–40	41–50	51–60	61–70	71–80
গণসংখ্যা	4	8	20	12	6

২। **মধ্যক শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা কত?**
ক 12 খ 20 গ 25 ঘ 32

৩। **প্রচুরক কত?**
ক 57 খ 66 গ 67.67 ঘ 69.75

৪। **144 এর $2\sqrt{3}$ ভিত্তিক log কত?**
ক $\sqrt{3}$ খ 2 গ $2\sqrt{3}$ ঘ 4

৫। **সুষম পঞ্চভুজের শীর্ষ বিন্দুতে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ কত?**
ক 108° খ 110° গ 120° ঘ 144°

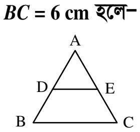
৬। **$2x + y = 3$ এবং $4x + 2y = 6$ সমীকরণদ্বয়–**
i. পরস্পর নির্ভরশীল ii. পরস্পর সমঞ্জস
iii. অসংখ্য সমাধান আছে
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৭। **$\sqrt{3x-6}+5=2$ সমীকরণটির সমাধান সেট কোনটি?**
ক $\varnothing$ খ $\{-5\}$ গ $\{-3\}$ ঘ $\{5\}$

৮। **একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। নিচের কোন ক্ষেত্রে সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করা সম্ভব?**
ক 2 সে. মি., 3 সে. মি., 4 সে. মি.
খ 3 সে. মি., 5 সে. মি., 7 সে. মি.
গ 5 সে. মি., 12 সে. মি., 13 সে. মি.
ঘ 10 সে. মি., 15 সে. মি., 20 সে. মি.

৯। **যদি $\tan A = \frac{4}{3}$ হয়, তাহলে $\sqrt{\frac{1-\sin^2 A}{\sin^2 A}}$ = কত?**
ক $\frac{3}{4}$ খ $\frac{4}{5}$ গ $\frac{5}{4}$ ঘ $\frac{5}{3}$

১০। **চিত্রে $BC \parallel DE$, AE = CE এবং $AB = 8$ cm, $BC = 6$ cm হলে–**
i. $DE = 3$ cm
ii. $AD = 4$ cm
iii. ΔABC ও ΔADE সদৃশ
নিচের কোনটি সঠিক?



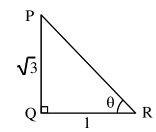
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১১। **$\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, $\cot\theta$ = ?**
ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\sqrt{3}$

১২। **$f(x) = x^3 - x - 24$ হলে, x এর কোন মানের জন্য $f(x) = 0$ হবে?**
ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 6

১৩। **$A = \{1, 2, 3, 4\}$ হলে, সেট A এর প্রকৃত উপসেট কয়টি?**
ক 4 খ 14 গ 15 ঘ 16

১৪। **চিত্র হতে $\sin\theta\sec\theta$ এর মান কত?**

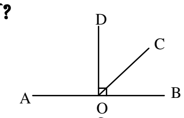


ক $\frac{\sqrt{3}}{4}$ খ $\frac{1}{\sqrt{3}}$
গ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ঘ $\sqrt{3}$

১৫। **কোন শর্তে $x^0 = 1$?**
ক $x \neq 0$ খ $x = 0$ গ $x > 0$ ঘ $x < 0$

১৬। **যদি $a^2 - \sqrt{2}\,a + 1 = 0$ হয় তবে–**
i. $a + \frac{1}{a} = \sqrt{2}$ ii. $a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$ iii. $a^3 + \frac{1}{a^3} = -\sqrt{2}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

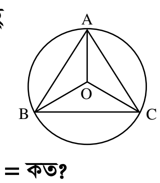
১৭। **$\angle BOC$ এর পূরক কোণ কোনটি?**



ক $\angle$AOC খ $\angle$DOC
গ $\angle$AOD ঘ $\angle$BOD

১৮। **চা ও চিনির অনুপাত 7 : 3, মিশ্রণে চায়ের পরিমাণ শতকরা কত?**
ক 30% খ 40% গ 50% ঘ 70%

১৯। **O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং $\angle BAC$ এর সমদ্বিখণ্ডক AO হলে $\angle AOC$ = ?**



ক 30° খ 60°
গ 120° ঘ 180°

২০। **যদি $\sec A + \tan A = \sqrt{5}$ হয়, তবে $\sin A$ = কত?**
ক $\sqrt{5}$ খ $\frac{3}{2}$ গ $\frac{2}{3}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{5}}$

□ **উদ্দীপকের আলোকে ২১ ও ২২নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**
আয়তাকার ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ অপেক্ষা 2 মিটার বেশি এবং মেঝের পরিসীমা 20 মিটার।

২১। **ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য কত?**
ক 4 মিটার খ 6 মিটার গ 8 মিটার ঘ 10 মিটার

২২। **আয়তাকার ঘরের পরিসীমা একটি বেলনের ভূমির ব্যাস হলে, বেলনটির ভূমির ক্ষেত্রফল কত?**
ক 10π বর্গ মি. খ 20π বর্গ মি. গ 100π বর্গ মি. ঘ 400π বর্গ মি.

২৩। **$0.\dot{3} \times 0.\dot{6}$ = কত?**
ক 1 খ $0.\dot{2}$ গ $0.\dot{1}\dot{8}$ ঘ $0.1\dot{8}$

২৪। **$a + b = \sqrt{16}$ এবং $ab = 1$ হলে, $(a-b)^2$ = কত?**
ক 12 খ 14 গ 22 ঘ 24

২৫। **$\frac{1}{4^{-x}} = 64$ হলে, x = কত?**
ক 6 খ 3 গ – 12 ঘ – 4

২৬। ***a, b, c* ক্রমিক সমানুপাতি হলে–**

i. $b^2 = ac$ ii. $2b = a + c$ iii. $\frac{a+b}{b} = \frac{b+c}{c}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২৭। **$64 + 32 + 16 + 8 + \dots\dots\dots$ ধারার ৮ম পদ কত?**

ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{1}{4}$ গ 2 ঘ 4

২৮। **ত্রিভুজের ক্ষেত্রে–**

i. দুটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হলে তাদের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান হবে।

ii. দুইটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী এবং এদের একজোড়া অনুরূপ বাহু সমান হলে ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম।

iii. তিনটি কোণ দিয়ে অঙ্কিত ত্রিভুজকে সদৃশ ত্রিভুজ বলা হয়।

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২৯। **$\log_{2\sqrt{2}} 64$ এর মান নিচের কোনটি?**

ক $\frac{1}{4}$ খ 1 গ 4 ঘ $2\sqrt{2}$

৩০। **$x^2 + y^2 = 4xy$ হলে, $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}$ এর মান কত?**

ক 4 খ 14 গ 18 ঘ 20

■ **খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।**

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

ঢাকা বোর্ড-২০২৪

গণিত (সৃজনশীল)

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] **পূর্ণমান : ৭০**

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ–বীজগণিত

১। সার্বিক সেট $U = \{x \in N : x$ বিজোড় সংখ্যা এবং $3 < x < 15$ এবং
$A = \{x \in N : 7 < x < 15\}$, $B = \{5, 7, 11, 13\}$
$C = \{x \in N : x$, 3 এর গুণিতক $x < 15\}$

ক. $f(a) = a^3 - 4a^2 + 5a + 2b$ হলে b এর মান নির্ণয় কর, যখন $f(-1) = 0$. ২

খ. $A' \cup (B \setminus C)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. $P(B)$ নির্ণয় কর। দেখাও যে, $P(B)$ এর উপাদান 2^n কে সমর্থন করে। যেখানে n, B এর উপাদান সংখ্যা। ৪

২। $a = 2, b = 3, c = 5$ এবং $D = \frac{1}{y} + \frac{1}{a+b} - \frac{1}{a} - \frac{1}{y+b}$ হলে–

ক. $\frac{2^{n+4} - 4.2^{n+1}}{2^{n+2} \div \sqrt[3]{8}}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $D = 0$ হলে, y এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\frac{\log\sqrt{b^3} - b\log\frac{1}{a} - \frac{b}{a}\log(ca)}{\log(ab) - \log c}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩। (i) একটি সমান্তর ধারার 13 তম পদ 85.
(ii) একটি গুণোত্তর ধারার ৪র্থ পদ $3\sqrt{3}$ এবং সপ্তম পদ 8.

ক. $4 + 7 + 10 + \dots\dots\dots\dots$ ধারাটির কোন পদ 181? নির্ণয় কর। ২

খ. (i) নং উদ্দীপকের সাহায্যে ধারাটির ১ম 25 টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) নং উদ্দীপকের সাহায্যে দেখাও যে, ধারাটির প্রথম 10 টি পদের সমষ্টি $\frac{781}{24(2\sqrt{3} - 3)}$. ৪

খ বিভাগ–জ্যামিতি

৪। ABC একটি ত্রিভুজের $\angle ACD$ ও $\angle ABE$ দুইটি বহিঃস্থ কোণ।

ক. প্রমাণ কর যে, $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle ACD + \angle ABE > 2$ সমকোণ। ৪

গ. F, BC এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $AB + \angle AC > 2AF$. ৪

৫। O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি সমান জ্যা। O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OP ও OQ লম্ব।

ক. প্রমাণ কর অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, P, AB এর মধ্যবিন্দু। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $OP = OQ$. ৪

৬। $a = 5$ সে. মি. $b = 7$ সে. মি. এবং $\angle x = 45°$

ক. একটি বর্গের পরিসীমা 11 সে. মি.। বর্গটি আঁক। ২

খ. সামান্তরিকের দুইটি কর্ণ a ও b এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x$. সামান্তরিকটি আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. এমন একটি ত্রিভুজ আঁক যার ভূমির দৈর্ঘ্য $(a - 1)$ সে. মি., ভূমি সংলগ্ন কোণ $\angle x$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি b. (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ বিভাগ–ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

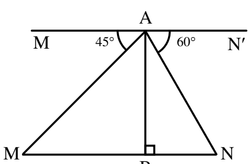
৭। $A = 1 + \sin\theta$ এবং $B = 1 - \sin\theta$.

ক. $\sec(90° - \theta) = \frac{5}{3}$ হলে $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

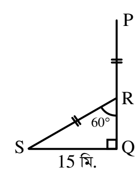
খ. প্রমাণ কর যে, $\sec\theta + \tan\theta = \sqrt{\frac{A}{B}}$. ৪

গ. $B - \cos\theta = 0$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। যখন $0° \leq \theta \leq 90°$. ৪

৮।



চিত্র-১ : MN = 1500 মি.
M′N′ ∥ MN



A
চিত্র-২

ক. একটি গাছের উচ্চতা ও ছায়ার অনুপাত $\sqrt{3} : 1$ হলে, গাছের উন্নতি কোণ নির্ণয় কর। ২

খ. ১নং চিত্র হতে AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ২নং চিত্র হতে PQ খুঁটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

৯। (i) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 3 মিটার বাড়লে ক্ষেত্রফল $27\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়।
(ii) একটি লোহার পাইপের ভিতরের ও বাইরের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 4 সে. মি. ও 6 সে. মি. ও পাইপের উচ্চতা 6 মিটার।

ক. একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 18 মি. ও 16 মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 30° হলে, ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. 1 ঘন সে. মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম হলে, পাইপের লোহার ওজন নির্ণয় কর। ৪

ঘ বিভাগ–পরিসংখ্যান

১০। 80 জন শিক্ষার্থীর বাংলায় প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি নিম্নে দেওয়া হলো :

প্রাপ্ত নম্বর	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	6	16	12	13	20	5	4	3	1

ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ উল্লিখিত উপাত্ত হতে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১। নিচে একটি গণসংখ্যা সারণি দেয়া হলো।

শ্রেণিব্যাপ্তি	36–40	41–45	46–50	51–55	56–60	61–65	66–70
গণসংখ্যা	4	8	11	15	13	6	3

ক. 8, 14, 11, 17, 6, 7 এর মধ্যক নির্ণয় কর। ২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভরেখা অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	ঘ	২	ঘ	৩	ক	৪	ঘ	৫	ক	৬	ঘ	৭	ক	৮	গ	৯	ক	১০	ঘ	১১	ক	১২	খ	১৩	গ	১৪	ঘ	১৫	ক
	১৬	খ	১৭	খ	১৮	ঘ	১৯	গ	২০	গ	২১	খ	২২	গ	২৩	খ	২৪	ক	২৫	খ	২৬	খ	২৭	ক	২৮	ঘ	২৯	গ	৩০	খ

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▶ ০১ সার্বিক সেট

$U = \{x \in N : x$ বিজোড় সংখ্যা এবং $3 < x < 15$ এবং

$A = \{x \in N : 7 < x < 15\}, B = \{5, 7, 11, 13\}$

$C = \{x \in N : x$, 3 এর গুণিতক $x < 15\}$

ক. $f(a) = a^3 - 4a^2 + 5a + 2b$ হলে b এর মান নির্ণয় কর, যখন $f(-1) = 0$. ২

খ. $A' \cup (B \backslash C)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. $P(B)$ নির্ণয় কর। দেখাও যে, $P(B)$ এর উপাদান 2^n কে সমর্থন করে। যেখানে n, B এর উপাদান সংখ্যা। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(a) = a^3 - 4a^2 + 5a + 2b$

$\therefore f(-1) = (-1)^3 - 4(-1)^2 + 5(-1) + 2b$
$= -1 - 4 - 5 + 2b$
$= 2b - 10$

প্রশ্নমতে, $f(-1) = 0$

বা, $2b - 10 = 0$

বা, $2b = 10$

বা, $b = \frac{10}{2}$

$\therefore b = 5$

$\therefore$ নির্ণেয় $b = 5$. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $U = \{x \in N : x$ বিজোড় সংখ্যা এবং $3 < x < 15\}$
$= \{5, 7, 9, 11, 13\}$

$A = \{x \in N : 7 < x < 15\}$
$= \{9, 11, 13\}$ $[\because A \subset U]$

$B = \{5, 7, 11, 13\}$

$C = \{x \in N : x$, 3 এর গুণিতক $x < 15\}$

15 থেকে ছোট 3 এর গুণিতক গুলো হলো, 3, 6, 9, 12, যেহেতু, $C \subset U$

$\therefore$ $C = \{9\}$

$\therefore$ $A' = U/A$
$= \{5, 7, 9, 11, 13\} - \{9, 11, 13\}$
$= \{5, 7\}$

$B \backslash C = \{5, 7, 11, 13\} \backslash \{9\}$
$= \{5, 7, 11, 13\}$

$\therefore$ $A' \cup (B \backslash C) = \{5, 7\} \cup \{5, 7, 11, 13\}$
$= \{5, 7, 11, 13\}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $B = \{5, 7, 11, 13\}$

$\therefore$ $P(B) = \{\{5\}, \{7\}, \{11\}, \{13\}, \{5, 7\}, \{5, 11\}, \{5, 13\}, \{7, 11\}, \{7, 13\}, \{11, 13\}, \{5, 7, 11\}, \{5, 7, 13\}, \{5, 11, 13\}, \{7, 11, 13\}, \{5, 7, 11, 13\}, \varnothing\}$

এখানে, B এর উপাদান সংখ্যা, $n = 4$

$P(B)$ এর উপাদান সংখ্যা $16 = 2^4 = 2^n$

$\therefore$ B এর উপাদান সংখ্যা n হলে, P(B) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০২ $a = 2, b = 3, c = 5$ এবং $D = \frac{1}{y} + \frac{1}{a+b} - \frac{1}{a} - \frac{1}{y+b}$ হলে–

ক. $\frac{2^{n+4} - 4.2^{n+1}}{2^{n+2} \div \sqrt[3]{8}}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $D = 0$ হলে, y এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\frac{\log\sqrt{b^3} - b\log\frac{1}{a} - \frac{b}{a}\log(ca)}{\log(ab) - \log c}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= \frac{2^{n+4} - 4.2^{n+1}}{2^{n+2} \div \sqrt[3]{8}}$

$= \frac{2^n.\,2^4 - 2^2.2^n.2^1}{2^{n+2} \div (2^3)^{\frac{1}{3}}}$

$= \frac{16.2^n - 8.2^n}{2^{n+2} \div 2^1}$

$= \frac{2^n(16-8)}{2^{n+2-1}}$

$= \frac{2^n.8}{2^{n+1}} = \frac{2^n.2^3}{2^{n+1}}$

$= \frac{2^{n+3}}{2^{n+1}} = 2^{n+3-n-1}$

$= 2^2 = 4$. **(Ans)**

খ দেওয়া আছে,

$D = \frac{1}{y} + \frac{1}{a+b} - \frac{1}{a} - \frac{1}{y+b}$

$D = 0$ হলে,

$\frac{1}{y} + \frac{1}{a+b} - \frac{1}{a} - \frac{1}{y+b} = 0$

বা, $\frac{1}{y} - \frac{1}{y+b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+b}$

বা, $\frac{y+b-y}{y(y+b)} = \frac{a+b-a}{a(a+b)}$

বা, $\frac{b}{y(y+b)} = \frac{b}{a(a+b)}$

বা, $\frac{1}{y^2+yb} = \frac{1}{a^2+ab}$

বা, $y^2 + yb = a^2 + ab$

বা, $y^2 - a^2 + yb - ab = 0$

বা, $(y+a)(y-a) + b(y-a) = 0$

বা, $(y-a)(y+a+b) = 0$

হয়, $y - a = 0$
$\therefore y = a$

অথবা, $y + a + b = 0$
বা, $y = -a - b$
$\therefore y = -(a+b)$.

$\therefore$ নির্ণেয় $y = a, -(a+b)$. **(Ans)**

গ দেওয়া আছে, $a = 2, b = 3, c = 5$

প্রদত্ত রাশি $= \dfrac{\log\sqrt{b^3} - b\log\frac{1}{a} - \frac{b}{a}\log(ca)}{\log(ab) - \log c}$

$= \dfrac{\log\sqrt{3^3} - 3\log\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\log(5 \times 2)}{\log(2 \times 3) - \log 5}$

$= \dfrac{\log 3^{\frac{3}{2}} - 3\log 2^{-1} - \frac{3}{2}\log 10}{\log 6 - \log 5}$

$= \dfrac{\frac{3}{2}\log 3 - 3\log(2^2)^{-\frac{1}{2}} - \frac{3}{2}\log 10}{\log\frac{6}{5}}$

$= \dfrac{\frac{3}{2}\log 3 + \frac{3}{2}\log 4 - \frac{3}{2}\log 10}{\log\frac{6}{5}}$

$= \dfrac{\frac{3}{2}(\log 3 + \log 4 - \log 10)}{\log\frac{6}{5}}$

$= \dfrac{\frac{3}{2}\log\left(\frac{3 \times 4}{10}\right)}{\log\frac{6}{5}} = \dfrac{\frac{3}{2}\log\frac{6}{5}}{\log\frac{6}{5}} = \frac{3}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \frac{3}{2}$. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ০৩

(*i*) একটি সমান্তর ধারার 13 তম পদ 85.

(*ii*) একটি গুণোত্তর ধারার ৪র্থ পদ $3\sqrt{3}$ এবং সপ্তম পদ 8.

ক. $4 + 7 + 10 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ ধারাটির কোন পদ 181? নির্ণয় কর। ২

খ. (*i*) নং উদ্দীপকের সাহায্যে ধারাটির ১ম 25 টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. (*ii*) নং উদ্দীপকের সাহায্যে দেখাও যে, ধারাটির প্রথম 10 টি পদের সমষ্টি $\dfrac{781}{24(2\sqrt{3} - 3)}$. ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ধারাটির n তম পদ = 181

প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ, $a = 4$

এবং সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 4 = 3$

আমরা জানি,

n তম পদ $= a + (n - 1)d$

বা, $181 = 4 + (n - 1) \times 3$

বা, $4 + 3n - 3 = 181$

বা, $3n + 1 = 181$

বা, $3n = 181 - 1$

বা, $3n = 180$

বা, $n = \frac{180}{3}$ $\therefore n = 60$

$\therefore$ ধারাটির 60 তম পদ 181. **(Ans.)**

খ মনে করি, ধারাটির ১ম পদ = a

এবং সাধারণ অন্তর = d

$\therefore$ 13 তম পদ $= a + (13 - 1)d = a + 12d$

প্রশ্নমতে, $a + 12d = 85$

আমরা জানি,

প্রথম n সংখ্যাকে পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$

$\therefore$ প্রথম 25টি পদের সমষ্টি $= \frac{25}{2}\{2a + (25 - 1)d\}$

$= \frac{25}{2}(2a + 24d)$

$= \frac{25}{2} \times 2(a + 12d)$

$= 25 \times 85$ [$\because a + 12d = 85$]

$= 2125$. **(Ans.)**

গ মনে করি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত = r

$\therefore$ ধারাটির ৪র্থ পদ $= ar^{4-1} = ar^3$

এবং ৭ম পদ $= ar^{7-1} = ar^6$

প্রশ্নমতে, $ar^3 = 3\sqrt{3}$ ... ... (i)

$ar^6 = 8$ ... ... (ii)

(ii)নং কে (i)নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\dfrac{ar^6}{ar^3} = \dfrac{8}{3\sqrt{3}}$

বা, $r^3 = \dfrac{2^3}{(\sqrt{3})^3}$

বা, $r^3 = \left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)^3$

$\therefore r = \dfrac{2}{\sqrt{3}}, r > 1$

(i)নং এ $r = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$ বসিয়ে পাই,

$a\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)^3 = 3\sqrt{3}$

বা, $a.\dfrac{8}{3\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$

বা, $a = \dfrac{(3\sqrt{3})^2}{8}$

বা, $a = \dfrac{27}{8}$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি $= \dfrac{a(r^{10} - 1)}{r - 1}$ [$\because r > 1$]

$= \dfrac{\frac{27}{8}\left\{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{10} - 1\right\}}{\frac{2}{\sqrt{3}} - 1}$

$= \dfrac{\frac{27}{8}\left(\frac{1024}{243} - 1\right)}{\frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}}} = \dfrac{\frac{27}{8} \times \frac{781}{243}}{\frac{2\sqrt{3} - (\sqrt{3})^2}{(\sqrt{3})^2}}$

$= \dfrac{\frac{781}{72}}{\frac{2\sqrt{3} - 3}{3}} = \dfrac{781}{72} \times \dfrac{3}{2\sqrt{3} - 3}$

$= \dfrac{781}{24(2\sqrt{3} - 3)}$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি $= \dfrac{781}{24(2\sqrt{3} - 3)}$

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ০৪ ABC একটি ত্রিভুজের $\angle ACD$ ও $\angle ABE$ দুইটি বহিঃস্থ কোণ।

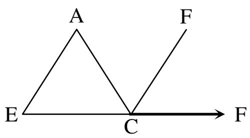
ক. প্রমাণ কর যে, $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle ACD + \angle ABE > 2$ সমকোণ। ৪

গ. F, BC এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $AB + \angle AC > 2\,AF$. ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক **বিশেষ নির্বাচন :** মনে করি, ΔABC এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করায় বহিঃস্থ $\angle ACD$ উৎপন্ন হয়েছে।



প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$.

অঙ্কন : C বিন্দু দিয়ে BA বাহুর সমান্তরাল করে CE রশ্মি টানি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. $BA \parallel CE$ এবং AC ছেদক। [অঙ্কন অনুসারে]

$\therefore \angle BAC = \angle ACF$ [একান্তর কোণ সমান] ... ... (i)

ধাপ-২. আবার, $BA \parallel CF$ এবং BD ছেদক।

$\therefore \angle ABC = \angle FCD$ [অনুরূপ কোণ সমান] ... ... (ii)

ধাপ-৩. (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

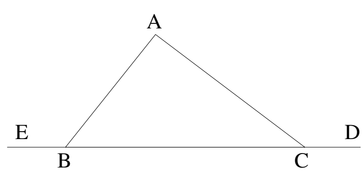
$\angle BAC + \angle ABC = \angle ACF + \angle FCD$

বা, $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACD$

[$\because \angle ACF + \angle FCD = \angle ACD$]

$\therefore \angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$. **(প্রমাণিত)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি ABC একটি ত্রিভুজ। এর BC বাহুকে E এবং D পর্যন্ত উভয় দিকে বর্ধিত করা হলো। এর ফলে $\angle ABE$ ও $\angle ACD$ বহিঃস্থ কোণ দুটি উৎপন্ন হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABE + \angle ACD > 2$ সমকোণ।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔABC এর বহিঃস্থ $\angle ABE =$ অন্তঃস্থ $(\angle BAC + \angle ACB)$...... (i)

[ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ, অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।]

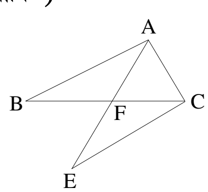
এবং বহিঃস্থ $\angle ACD =$ অন্তঃস্থ $(\angle BAC + \angle ABC)$ ..... (ii)

ধাপ-২. সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$\therefore$ $\angle ABE + \angle ACD = \angle BAC + \angle ACB + \angle BAC + \angle ABC = 2$ সমকোণ $+ \angle BAC$ [$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = 2 সমকোণ]

$\therefore$ $\angle ABE + \angle ACD > 2$ সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

গ **বিশেষ নির্বচন :** দেওয়া আছে, ΔABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু F. প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AC > 2AF$.



অঙ্কন : A, F যোগ করি। AF কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন, $AF = FE$ হয়। E, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔABF ও ΔCFE –এ

$BF = CF$ [$\because$ F, BC এর মধ্যবিন্দু]

$AD = FE$ [অঙ্কন অনুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle CFE$ [বিপ্রতীপ কোণ বলে]

$\therefore$ $\Delta ABF \cong \Delta CFE$ [$\because$ দুটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ সমান]

$\therefore$ $AB = CE$

ধাপ-২. এখন ΔACE এ

$AC + CE > AE$

বা, $AC + CE > AF + FE$

[$\because$ ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর সমষ্টি তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।]

বা, $AC + AB > AF + AF$

$\therefore$ $AB + AC > 2AF$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৫ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি সমান জ্যা। O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OP ও OQ লম্ব।

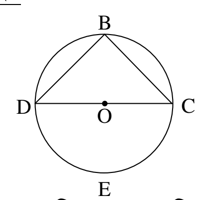
ক. প্রমাণ কর অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, P, AB এর মধ্যবিন্দু। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $OP = OQ$. ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক **বিশেষ নির্বচন :** O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে CD একটি ব্যাস এবং $\angle DBC$ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle DBC =$ এক সমকোণ।



অঙ্কন : DC এর যে পাশে B বিন্দু অবস্থিত, তার বিপরীত পাশে বৃত্তের উপর একটি বিন্দু E নিই।

প্রমাণ :

ধাপ-১. DEC চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ

$\angle DBC = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ সরলকোণ $\angle DOC$)

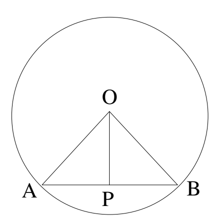
[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

ধাপ-২. কিন্তু সরলকোণ $\angle DOC =$ দুই সমকোণ।

$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2}$ (দুই সমকোণ) = এক সমকোণ।

অর্থাৎ, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

খ



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $OP \perp AB$।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AP = BP$.

অঙ্কন : O, A; O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. $OP \perp AB$ হওয়ায় $\angle OPA = \angle OPB =$ এক সমকোণ

অতএব, ΔOAP ও ΔOBP উভয় সমকোণী ত্রিভুজ [কল্পনা]

ধাপ-২. এখন, ΔOAP ও ΔOBP সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে

$OA = OB$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

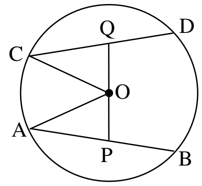
এবং $OP = OP$ [সাধারণ বাহু]

$\therefore \Delta OAP \cong \Delta OAP$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

$\therefore AP = BP$.

অর্থাৎ, P, AB এর মধ্যবিন্দু। **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তের AB ও CD দুইটি সমান জ্যা। O থেকে AB এবং CD জ্যা এর উপর যথাক্রমে OP এবং OQ লম্ব। O, A এবং O, R যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে OP = OQ.

প্রমাণ :

ধাপ-১. $OP \perp AB$ ও $OQ \perp CD$.

সুতরাং, AP = BP এবং CQ = DQ. [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।]

$\therefore AP = \frac{1}{2} AB$ এবং $CQ = \frac{1}{2} CD$.

ধাপ-২. কিন্তু AB = CD

$\therefore AP = CQ$

ধাপ-৩. এখন ΔOAP এবং ΔOCQ সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে [কল্পনা]

অতিভুজ OA = অতিভুজ OC [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং AP = CQ [ধাপ ২]

$\therefore \Delta OAP \cong \Delta OCQ$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

$\therefore OP = OQ$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৬ $a = 5$ সে. মি. $b = 7$ সে. মি. এবং $\angle x = 45°$

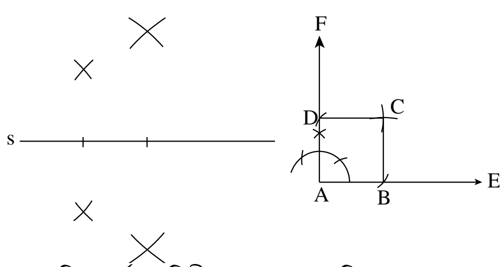
ক. একটি বর্গের পরিসীমা 11 সে. মি.। বর্গটি আঁক। ২

খ. সামান্তরিকের দুইটি কর্ণ a ও b এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x$. সামান্তরিকটি আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. এমন একটি ত্রিভুজ আঁক যার ভূমির দৈর্ঘ্য $(a - 1)$ সে. মি., ভূমি সংলগ্ন কোণ $\angle x$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি b. (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, বর্গের পরিসীমা s = 11 সে.মি. দেওয়া আছে। বর্গটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি AE হতে $\frac{s}{4}$ এর সমান করে AB অংশ কাটি।

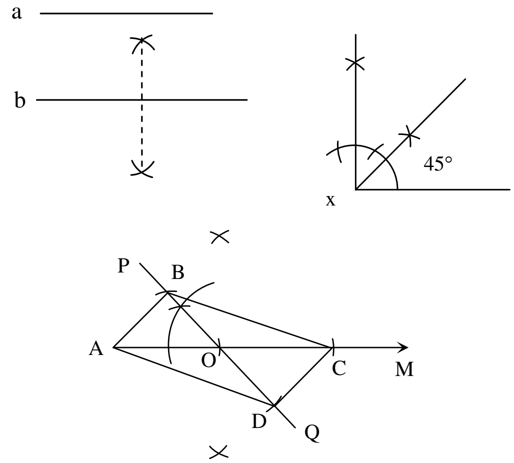
২. A বিন্দুতে $AF \perp AB$ আঁকি। AF হতে $AD = \frac{s}{4}$ নিই।

৩. এখন, B ও D কে কেন্দ্র করে $\frac{s}{4}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle BAD$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি।

৪. মনে করি, বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে। B, C ও D, C যোগ করি।

তাহলে, ABCD বর্গই উদ্দিষ্ট বর্গ।

খ



মনে করি, সামান্তরিকের কর্ণ দুটি a = 5 সে.মি. ও b = 7 সে.মি. এবং কর্ণদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত একটি কোণ $\angle x = 45°$ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যে কোনো রশ্মি AM থেকে a এর সমান AC রেখাংশ নিই।

২. AC এর মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করি।

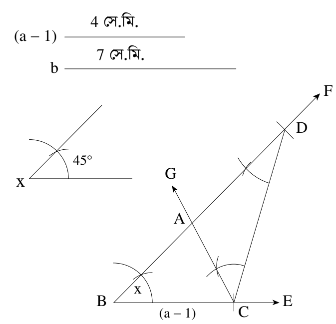
৩. O বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle AOP$ আঁকি।

৪. OP এর বিপরীত রেখাংশ OQ অঙ্কন করি।

৫. OP ও OQ রেখাংশদ্বয় থেকে $\frac{1}{2}$b এর সমান যথাক্রমে OB ও OD রেখাংশদ্বয় কেটে নিই।

৬. A, B; A, D; C, B ও C, D যোগ করি।
তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

গ



মনে করি, ত্রিভুজটির ভূমি (a – 1) = 4 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন $\angle x = 45°$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি b = 7 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি BE হতে BC = (a – 1) = 4 সেমি নিই।

২. B বিন্দুতে $\angle CBF = \angle x$ আঁকি।

৩. BF হতে BD = b নিই। C, D যোগ করি।

৪. C বিন্দুতে DC রেখাংশের যে পাশে B বিন্দু আছে সেই পাশে $\angle BDC$ এর সমান $\angle DCG$ আঁকি। CG রশ্মি BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ▶ ০৭ $A = 1 + \sin\theta$ এবং $B = 1 - \sin\theta$.

ক. $\sec(90° - \theta) = \frac{5}{3}$ হলে $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

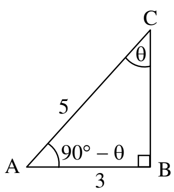
খ. প্রমাণ কর যে, $\sec\theta + \tan\theta = \sqrt{\frac{A}{B}}$. ৪

গ. $B - \cos\theta = 0$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। যখন $0° \le \theta \le 90°$. ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া, আছে,

$$\sec(90° - \theta) = \frac{5}{3}$$



$\therefore \sin\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $A = 1 + \sin\theta$

$B = 1 - \sin\theta$

বামপক্ষ $= \sec\theta + \tan\theta$

$= \frac{1}{\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta}$

$= \sqrt{\frac{(1+\sin\theta)^2}{\cos^2\theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1+\sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1+\sin\theta)^2}{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)}}$

$= \sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}}$

$= \sqrt{\frac{A}{B}} =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $B - \cos\theta = 0$

বা, $1 - \sin\theta - \cos\theta = 0$ [$\because B = 1 - \sin\theta$]

বা, $1 - \sin\theta = \cos\theta$

বা, $(1 - \sin\theta)^2 = \cos^2\theta$

বা, $1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

বা, $1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta - 1 + \sin^2\theta = 0$

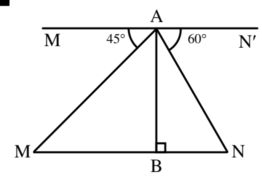
বা, $2\sin^2\theta - 2\sin\theta = 0$

বা, $2\sin\theta(\sin\theta - 1) = 0$

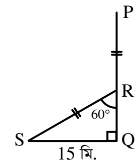
হয়, $2\sin\theta = 0$	অথবা,
বা, $\sin\theta = 0$	$\sin\theta - 1 = 0$
বা, $\sin\theta = \sin 0°$	বা, $\sin\theta = 1$
$\therefore \theta = 0°$	বা, $\sin\theta - \sin 90°$
	$\therefore \theta = 90°$

$\therefore$ নির্ণেয় $\theta = 0°, 90°$

প্রশ্ন ▶ ০৮



চিত্র-১ : MN = 1500 মি.
M′N′ || MN



চিত্র-২

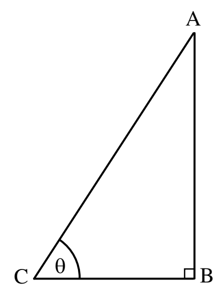
ক. একটি গাছের উচ্চতা ও ছায়ার অনুপাত $\sqrt{3} : 1$ হলে, গাছের উন্নতি কোণ নির্ণয় কর। ২

খ. ১নং চিত্র হতে AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ২নং চিত্র হতে PQ খুঁটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, AB একটি গাছ। যার ছায়া BC। গাছের উন্নতি কোণ $\angle BCA = \theta$। যেহেতু, গাছের উচ্চতা ও ছায়ার অনুপাত $\sqrt{3} : 1$

$\therefore AB : BC = \sqrt{3} : 1$

বা, $\frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{1}$

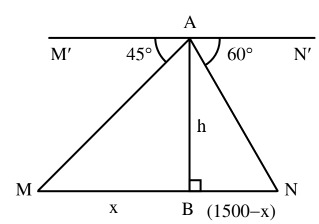
বা, $\tan\theta = \sqrt{3}$

বা, $\tan\theta = \tan 60°$

$\therefore \theta = 60°$

$\therefore$ নির্ণেয় গাছটির উন্নতি কোণ $\theta = 60°$

খ



চিত্র-১ : MN = 1500 মি.
M′N′ || MN

চিত্র হতে পাই, M′N′ || MN বলে,

$\angle AMB = \angle M'AM = 45°$

$\angle ANB = \angle N'AN = 60°$

ধরি, $AB = h$ মি.

এবং, $MB = x$ মি.

$\therefore BN = (1500 - x)$ মি.

এখন, $\triangle ABM$ এ,

$\tan\angle AMB = \frac{AB}{MB}$

বা, $\tan 45° = \frac{h}{x}$

বা, $1 = \frac{h}{x}$

$\therefore x = h$ ... ... (i)

আবার, ΔABN এ,

$\tan \angle ANB = \frac{AB}{BN}$

বা, $\tan 60^\circ = \frac{h}{1500 - x}$

বা, $h = \sqrt{3}\,(1500 - x)$

বা, $h = \sqrt{3} \times 1500 - \sqrt{3}x$

বা, $h = \sqrt{3} \times 1500 - \sqrt{3}h$ $[\because x = h]$

বা, $h + \sqrt{3}h = \sqrt{3} \times 1500$

বা, $h\,(1 + \sqrt{3}) = \sqrt{3} \times 1500$

বা, $h = \frac{\sqrt{3} \times 1500}{1 + \sqrt{3}}$

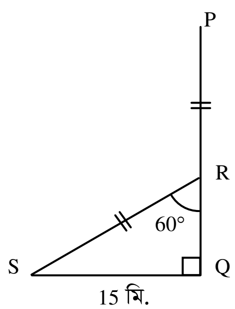
$\therefore h = 950.962$ মি.

$\therefore$ নির্ণেয় $AB = 950.962$ মি. **(Ans.)**

গ ধরি, $PQ = h$

এবং $PR = x$

$\therefore RQ = h - x$



চিত্র-২

চিত্রানুসারে, $PR = RS$

এবং $\angle SRQ = 60^\circ$

এখন, ΔSRQ এ,

$\sin \angle SRQ = \frac{SQ}{RS}$

বা, $\sin 60^\circ = \frac{15}{x}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15}{x}$

বা, $\sqrt{3}x = 30$

বা, $x = \frac{30}{\sqrt{3}}$

বা, $x = \frac{30\sqrt{3}}{3}$

$\therefore x = 10\sqrt{3}$

আবার, ΔSRQ এ,

$\tan \angle SRQ = \frac{SQ}{RQ}$

বা, $\tan 60^\circ = \frac{15}{h - x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{15}{h - x}$

বা, $\sqrt{3}h - \sqrt{3}x = 15$

বা, $\sqrt{3}h = 15 + \sqrt{3}x$

বা, $h = \frac{15 + \sqrt{3} \times 10\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ $[\because x = 10\sqrt{3}]$

বা, $h = \frac{15 + 30}{\sqrt{3}}$

বা, $h = \frac{45}{\sqrt{3}}$

বা, $h = \frac{45\sqrt{3}}{3} = 15\sqrt{3} = 25.98$ মি.

$\therefore$ PQ খুঁটির উচ্চতা 25.98 মি.

প্রশ্ন ▶ ০৯ (*i*) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 3 মিটার বাড়লে ক্ষেত্রফল $27\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়।

(*ii*) একটি লোহার পাইপের ভিতরের ও বাইরের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 4 সে. মি. ও 6 সে. মি. ও পাইপের উচ্চতা 6 মিটার।

ক. একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 18 মি. ও 16 মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 30° হলে, ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. 1 ঘন সে. মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম হলে, পাইপের লোহার ওজন নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু যথাক্রমে $a = 18$ মি.

এবং, $b = 16$ মি.

বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ, $\theta = 30^\circ$

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}ab\sin\theta$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 18 \times 16 \times \sin 30^\circ$ বর্গ মি.

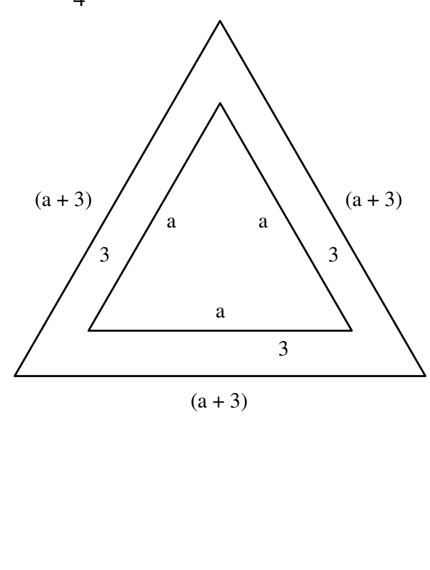
$= \frac{1}{2} \times 18 \times 16 \times \frac{1}{2}$ বর্গ মি.

$= 72$ বর্গ মি.

খ মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a মিটার

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গ মিটার

ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 3 মিটার বাড়ালে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}(a + 3)^2$ বর্গমিটার



প্রশ্নানুসারে,

$$\frac{\sqrt{3}}{4}(a+3)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 27\sqrt{3}$$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{4}\{(a+3)^2 - a^2\} = 27\sqrt{3}$

বা, $a^2 + 6a + 9 - a^2 = 108$

বা, $6a + 9 = 108$

বা, $6a = 108 - 9$

বা, $6a = 99$

বা, $a = \frac{99}{6}$

$\therefore a = \frac{33}{2} = 16\frac{1}{2}$ মিটার

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{33}{2}\right)^2$ বর্গ মিটার

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{1089}{4}$ বর্গ মিটার

$= \frac{1089\sqrt{3}}{16}$ বর্গ মিটার

$= 117.888$ বর্গ মিটার

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= 117.888$ বর্গ মিটার।

গ দেওয়া আছে,

পাইপের ভিতরের ব্যাসার্ধ $r_1 = 4$ সেমি

পাইপের বাইরের ব্যাসার্ধ $r_2 = 6$ সেমি

এবং, পাইপের উচ্চতা, $h = 6$ মিটার

$= (6 \times 100)$ সেমি

$= 600$ সেমি

$\therefore$ পাইপের ভেতরের আয়তন $= \pi r_1^2 h$ ঘন সেমি

$= 3.1416 \times (4)^2 \times 600$ ঘন সেমি

$= 30159.36$ ঘন সেমি

$\therefore$ পাইপের বাইরের আয়তন $= \pi r_2^2 h$ ঘন সেমি

$= 3.1416 \times (6)^2 \times 600$ ঘন সেমি

$= 67858.56$ ঘন সেমি

$\therefore$ পাইপে লোহার আয়তন $= (67858.56 - 30159.36)$ ঘন সেমি

$= 37699.2$ ঘন সেমি

এখন, 1 ঘন সেমি লোহার ওজন 7.2 গ্রাম

$\therefore$ 37699.2 ঘন সেমি লোহার জন্য $= (37699.2 \times 7.2)$ গ্রাম

$= 271434.24$ গ্রাম

$= \frac{271434.24}{1000}$ কিলোগ্রাম

$= 271.434$ কিলোগ্রাম

$\therefore$ নির্ণেয় পাইপের লোহার ওজন 271.434 কিলোগ্রাম

প্রশ্ন ▶ ১০ 80 জন শিক্ষার্থীর বাংলায় প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি নিম্নে দেওয়া হলো :

প্রাপ্ত নম্বর	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	6	16	12	13	20	5	4	3	1

ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ উল্লিখিত উপাত্ত হতে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 20 আছে (51 – 60) শ্রেণিতে

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণি (51 – 60)

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{51+60}{2}$

$= \frac{111}{2}$

$= 55.5$ **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
11 – 20	6	6
21 – 30	16	22
31 – 40	12	34
41 – 50	13	47
51 – 60	20	67
61 – 70	5	72
71 – 80	4	76
81 – 90	3	79
91 – 100	1	80
	n = 80	

এখানে, $n = 80; \frac{n}{2} = \frac{80}{2} = 40$

অর্থাৎ, মধ্যক 40 তম পদ যা (41 – 50) শ্রেণিতে অবস্থিত।

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 41 + \left(\frac{80}{2} - 34\right) \times \frac{10}{13}$

$= 41 + (40 - 34) \times \frac{10}{13}$

$= 41 + \frac{10 \times 6}{13}$

$= 41 + 4.615$

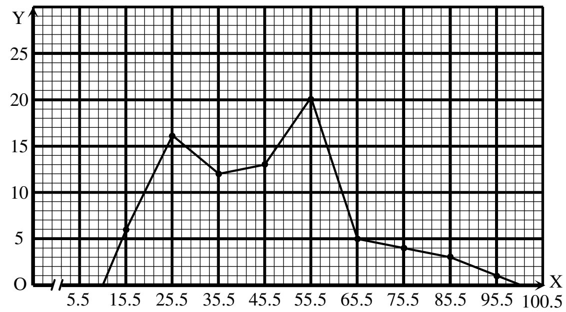
$= 45.615$ **(Ans.)**

এখানে,
$L = 41$
$n = 80$
$F_c = 34$
$h = 10$
$f_m = 13$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
11 – 20	15.5	6
21 – 30	25.5	16
31 – 40	35.5	12
41 – 50	45.5	13
51 – 60	55.5	20
61 – 70	65.5	5
71 – 80	75.5	4
81 – 90	85.5	3
91 – 100	95.5	1
		n = 80

এখন, ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 1 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শিক্ষার্থী সংখ্যার 2 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 5.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হলো।



প্রশ্ন ▶ ১১ নিচে একটি গণসংখ্যা সারণি দেয়া হলো।

শ্রেণিব্যাপ্তি	36–40	41–45	46–50	51–55	56–60	61–65	66–70
গণসংখ্যা	4	8	11	15	13	6	3

ক. 8, 14, 11, 17, 6, 7 এর মধ্যক নির্ণয় কর। ২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভরেখা অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের ঊর্ধ্বক্রমানুসারে সাজিয়ে পাই, 6, 7, 8, 11, 14, 17; এখানে উপাত্ত সংখ্যা 6টি যা জোড়।

$$\therefore \text{ মধ্যক} = \frac{\frac{6}{2}\text{ তম পদ} + \left(\frac{6}{2}+1\right)\text{ তম পদ}}{2}$$

$$= \frac{3\text{ তম পদ} + 4\text{ তম পদ}}{2}$$

$$= \frac{8+11}{2}$$

$$= 9.5$$

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যক = 9.5 **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
36 – 40	38	4	– 3	– 12
41 – 45	43	8	– 2	– 16
46 – 50	48	11	– 1	– 11
51 – 55	53 ← a	15	0	0
56 – 60	58	13	1	13
61 – 65	63	6	2	12
66 – 70	68	3	3	9
		n = 60		$\Sigma f_iu_i = -5$

$\therefore$ নির্ণেয় গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

$$= 53 + \frac{-5}{60} \times 5$$

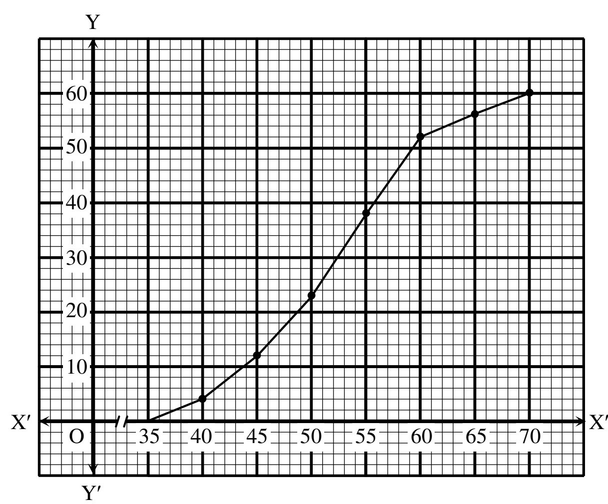
$$= 53 - 0.4167$$

$$= 52.5833$$ **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
36 – 40	4	4
41 – 45	8	12
46 – 50	11	23
51 – 55	15	38
56 – 60	13	51
61 – 65	6	57
66 – 70	3	60

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 35 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



রাজশাহী বোর্ড-২০২৪

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ৩০ মিনিট [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৩০

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১। $\tan(\theta - 45°) = \sqrt{3}$ হলে, θ = এর মান কত?
ক $15°$ খ $60°$ গ $75°$ ঘ $105°$

২। একটি রম্বস আঁকতে কতটি উপাত্ত প্রয়োজন?
ক 2টি খ 3টি গ 4টি ঘ 5টি

৩। একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত 2 : 3 : 5 হলে, বৃহত্তম কোণটি ক্ষুদ্রতম কোণটির কতগুণ?
ক $\frac{5}{2}$ গুণ খ $\frac{5}{3}$ গুণ গ $\frac{3}{5}$ গুণ ঘ $\frac{2}{5}$ গুণ

৪। $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?
ক $a : b : c = 2 : 3 : 4$ খ $a : b : c = 4 : 3 : 2$
গ $a : b : c = 8 : 9 : 6$ ঘ $a : b : c = 6 : 8 : 9$

৫। 3 সে.মি. ধারবিশিষ্ট ঘনকের—
i. আয়তন 27 ঘন সে.মি. ii. কর্ণের দৈর্ঘ্য $3\sqrt{3}$ সে.মি.
iii. সম্পূর্ণ তলের ক্ষেত্রফল 54 বর্গ সে.মি.
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

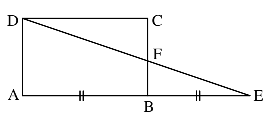
☐ উদ্দীপকের আলোকে ৬ ও ৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
$\frac{\sin\theta}{x} = \frac{\cos\theta}{y}$

৬। $\frac{x}{y} = 1$ হলে, θ = কত?
ক $30°$ খ $45°$ গ $60°$ ঘ $90°$

৭। $\sin\theta$ = কত?
ক $\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ খ $\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ গ $\frac{x}{\sqrt{x^2 - y^2}}$ ঘ $\frac{y}{\sqrt{x^2 - y^2}}$

৮। $2x + 3y = -4$ এবং $x = 1$ হলে, y = কত?
ক 4 খ −1 গ −2 ঘ −4

৯। চিত্রে, ABCD একটি আয়ত হলে, ΔADE এর ক্ষেত্রফল কোনটির সমান।
ক □ABCD এর ক্ষেত্রফল
খ □ABFD এর ক্ষেত্রফল
গ ΔCDF এর ক্ষেত্রফল
ঘ ΔBEF এর ক্ষেত্রফল



১০। একটি দ্রব্যের ক্রয়মূল্য : বিক্রয়মূল্য = 5 : 6 হলে শতকরা লাভ কত?
ক 20% খ 25% গ 30% ঘ 40%

১১। 6 + 12 + 24 +.....ধারাটির অষ্টম পদ কত?
ক 84 খ 252 গ 768 ঘ 1536

১২। $u_2 = -2$, $x_2 = 12$ এবং $h = 4$ হলে, অনুমিত গড় a = কত?
ক 20 খ 10 গ 6 ঘ 4

১৩। একটি আয়তক্ষেত্রের ঘূর্ণন কোণের পরিমাণ কত?
ক $360°$ খ $180°$ গ $90°$ ঘ $45°$

১৪। ABCD বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের $\angle ABC = 110°$ হলে, $\angle ADC$ = কত?
ক $250°$ খ $110°$ গ $70°$ ঘ $60°$

১৫। কোনো শ্রেণির নিম্নসীমা 30 এবং শ্রেণিমধ্যমান 32 হলে, ওই শ্রেণির ঊর্ধ্বসীমা কত?
ক 37 খ 35 গ 34 ঘ 33

১৬। $2.3\dot{4}$ এর সাধারণ ভগ্নাংশ কোনটি?
ক $\frac{211}{900}$ খ $\frac{211}{90}$ গ $\frac{231}{90}$ ঘ $\frac{234}{9}$

১৭। $\log_3(\sqrt[3]{3} . \sqrt{3})$ এর মান কোনটি?
ক $\frac{1}{6}$ খ $\frac{1}{5}$ গ $\frac{5}{6}$ ঘ $\frac{6}{5}$

১৮। $4x^3 + 3x^2 - 2x + 1 = 0$ সমীকরণের ঘাত কত?
ক 4 খ 3 গ 2 ঘ 1

☐ নিচের তথ্যের আলোকে ১৯ ও ২০নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
$a + \frac{1}{a} = 4$

১৯। $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2$ এর মান কত?
ক 14 খ 12 গ 6 ঘ 4

২০। $a^3 + \frac{1}{a^3}$ কত?
ক 0 খ 24 গ 52 ঘ 76

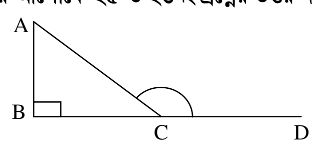
২১। 125 এর—
i. সাধারণ লগের পূর্ণক 2 ii. সাধারণ লগের অংশক .09691
iii. 5 ভিত্তিক লগ 3
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২২। $x^2 = 2x$ সমীকরণের সমাধান সেট কোনটি?
ক { } খ {0} গ {2} ঘ {0, 2}

২৩। $x = \{a, b, c\}$, $y = \{b\}$ এবং $z = x \backslash y$ হলে, P(z) এর উপাদান কয়টি?
ক 1টি খ 2টি গ 3টি ঘ 4টি

২৪। দুইটি সংখ্যার অনুপাত 4 : 5 এবং এদের ল.সা.গু 120 হলে, বৃহত্তম সংখ্যাটি কত?
ক 20 খ 24 গ 30 ঘ 120

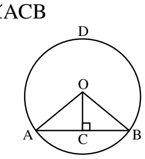
☐ নিচের তথ্যের আলোকে ২৫ ও ২৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



২৫। AB^2 = কোনটি?
ক $AC^2 - BC^2$ খ $AC^2 + BC^2$ গ $BC^2 + AC^2$ ঘ $BC^2 + AC$

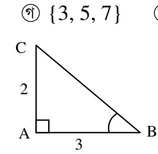
২৬। $\angle ACD$ = কোনটি?
ক $\angle CBA + \angle BCD$ খ $\angle BAC + \angle ACB$
গ $\angle ABC + \angle BAC$ ঘ $\angle ABC + \angle ACB$

২৭। ABD বৃত্তের কেন্দ্র O হলে—
i. C, AB এর মধ্যবিন্দু
ii. $\angle OAC = \angle OBC$
iii. $\angle OAC + \angle OBC$ = এক সমকোণ
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii



২৮। নিচের কোনটি $\{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $2 \leq x \leq 7\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে?
ক {2, 3, 7} খ {2, 3, 5} গ {3, 5, 7} ঘ {2, 3, 5, 7}

২৯। চিত্রে $\sin B$ = কত?
ক $\frac{2}{\sqrt{13}}$ খ $\frac{3}{\sqrt{13}}$
গ $\frac{\sqrt{13}}{3}$ ঘ $\frac{\sqrt{13}}{2}$



৩০। সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে পরিকেন্দ্র ত্রিভুজের কোথায় অবস্থিত?
ক অভ্যন্তরে খ বহির্ভাগে গ অতিভুজের উপর ঘ লম্বের উপর

■ খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

রাজশাহী বোর্ড-২০২৪

গণিত (সৃজনশীল) **বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |**

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ–বীজগণিত

১। $A = \{x \in N : x^2 > 8$ এবং $x^3 < 200\}$
$B = \{x \in N : x$ জোড় সংখ্যা এবং $x \leq 6\}$
এবং $C = \{\sqrt{7}\}$

ক. 35 এবং 45 এর সকল গুণনীয়কের ছেদ সেট নির্ণয় করো। ২

খ. দেখাও যে, $A \cup B = (A \backslash B) \cup (B \backslash A) \cup (A \cap B)$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, C এর উপাদানটি একটি অমূলদ সংখ্যা। ৪

২। $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 27$, $x^2 + xy + y^2 = 9$ এবং $l = 3^m + 3^{1-m}$.

ক. $p^4 + p^2 - 2$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $3xy(x^2 + y^2) = 54$. ৪

গ. $l = 4$ হলে, m এর মান নির্ণয় করো। ৪

৩। $p = \dfrac{\sqrt{3x+2y} + \sqrt{3x-2y}}{\sqrt{3x+2y} - \sqrt{3x-2y}}$ এবং একটি গুণোত্তর ধারার ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $2^{n+2} - 4$.

ক. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 7 : 11 এবং এদের গ.সা.গু 3 হলে, সংখ্যা দুইটির ল.সা.গু নির্ণয় করো। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^2y - 3px + y = 0$. ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় করো। ৪

খ বিভাগ–জ্যামিতি

৪। ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD মধ্যমা।

ক. প্রমাণ করো যে, AD, $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক। ২

খ. প্রমাণ করো যে, AB + AC > 2AD. ৪

গ. প্রমাণ করো যে, $4AD^2 = 3AB^2$. ৪

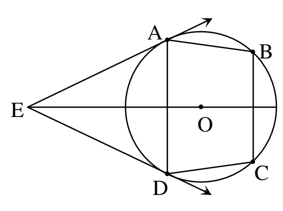
৫। একটি রেখাংশের দৈর্ঘ্য p = 11 সে.মি. এবং দুইটি কোণ $\angle x = 60°$ ও $\angle y = 45°$.

ক. পেন্সিল কম্পাস ব্যবহার করে 75° কোণ আঁক। ২

খ. কোনো ত্রিভুজের পরিসীমা p এর সমান এবং ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় $\angle x$ ও $\angle y$ হলে ত্রিভুজটি আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. কোনো বর্গের পরিসীমা p এর সমান হলে বর্গটি অঙ্কন করে এর অন্তর্বৃত্ত আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

৬।



চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র।

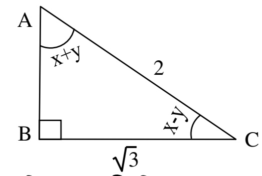
ক. কোনো বৃত্তের বহিঃস্থ একটি বিন্দু থেকে বৃত্তটিতে একটি স্পর্শক আঁক। (অঙ্কনের বিবরণ নিষ্প্রয়োজন) ২

খ. প্রমাণ করো যে, $\angle ABC + \angle ADC = 180°$ ৪

গ. প্রমাণ করো যে, OE সরলরেখা স্পর্শ জ্যা AD এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক। ৪

গ বিভাগ–ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭।



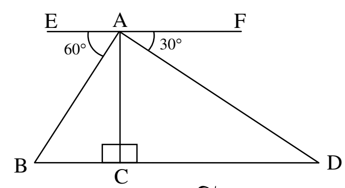
চিত্রে ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ, যার $\angle B = 90°$.

ক. $\sin(90° - \theta) = \dfrac{5}{13}$ হলে $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় করো। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ করো যে,
$\dfrac{\cos A}{1 - \tan A} + \dfrac{\sin A}{1 - \cot A} = \dfrac{1}{2}(1 + \sqrt{3})$. ৪

গ. দেখাও যে, $\sin x = \cos 3y$. ৪

৮।



চিত্রে EF || BD এবং AC = 16 মিটার।

ক. cosec $\angle ABC$ এর মান নির্ণয় করো। ২

খ. ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ৪

গ. ΔACD এর পরিসীমা নির্ণয় করো। ৪

৯। একটি আয়ত ও একটি রম্বসের পরিসীমা পরস্পর সমান। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য প্রস্থের দেড়গুণ এবং পরিসীমা 180 সে.মি.।

ক. আয়তক্ষেত্রটির ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ২

খ. রম্বসের বৃহত্তম কর্ণটি 72 সে.মি. হলে এর অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

গ. কোনো সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির $\dfrac{3}{4}$ অংশ এবং পরিসীমা আয়তটির পরিসীমার অর্ধেক হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ৪

ঘ বিভাগ–পরিসংখ্যান

১০। ১০ম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজিতে) গণসংখ্যা নিবেশন হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	45–50	51–56	57–62	63–68	69–74
গণসংখ্যা	6	9	21	16	8

ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় করো। ২

খ. প্রদত্ত উপাত্তের গাণিতিক গড় নির্ণয় করো। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন করো। ৪

১১। কয়েকজন শিক্ষার্থীর উচ্চতার (সে.মি.) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

উচ্চতা (সেমি.)	140-149	150-159	150-169	170-179	180-189
গণসংখ্যা	7	15	48	12	8

ক. অবিন্যস্ত উপাত্তের সর্বোচ্চ মান 95 এবং পরিসর 64 হলে সর্বনিম্ন মানটি নির্ণয় করো। ২

খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় করো। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করো। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	ঘ	২	ক	৩	ক	৪	ক	৫	ঘ	৬	খ	৭	ক	৮	গ	৯	ক	১০	ক	১১	গ	১২	ক	১৩	খ	১৪	গ	১৫	গ
	১৬	খ	১৭	গ	১৮	খ	১৯	খ	২০	গ	২১	ঘ	২২	ঘ	২৩	ঘ	২৪	গ	২৫	ক	২৬	গ	২৭	ক	২৮	ঘ	২৯	ক	৩০	গ

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▶ ০১ $A = \{x \in N : x^2 > 8$ এবং $x^3 < 200\}$

$B = \{x \in N : x$ জোড় সংখ্যা এবং $x \leq 6\}$

এবং $C = \{\sqrt{7}\}$

ক. 35 এবং 45 এর সকল গুণনীয়কের ছেদ সেট নির্ণয় করো। ২

খ. দেখাও যে, $A \cup B = (A \backslash B) \cup (B \backslash A) \cup (A \cap B)$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, C এর উপাদানটি একটি অমূলদ সংখ্যা। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, 35 এবং 45 এর সকল গুণনীয়কের সেট যথাক্রমে A এবং B।

$35 = 1 \times 35$
$= 5 \times 7$

$45 = 1 \times 45$
$= 3 \times 15$
$= 5 \times 9$

$A = \{1, 5, 7, 35\}$ $\quad B = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$

$\therefore A \cap B = \{1, 5, 7, 35\} \cap \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$
$= \{1, 5\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $A = \{x \in N : x^2 > 8$ এবং $x^3 < 200\}$

$x = 1$ হলে, $1^2 = 1 \not> 8$ এবং $1^3 = 1 < 200$

$x = 2$ হলে, $2^2 = 4 \not> 8$ এবং $2^3 = 8 < 200$

$x = 3$ হলে, $3^2 = 9 > 8$ এবং $3^3 = 27 < 200$

$x = 4$ হলে, $4^2 = 16 > 8$ এবং $4^3 = 64 < 200$

$x = 5$ হলে, $5^2 = 25 > 8$ এবং $5^3 = 125 < 200$

$x = 6$ হলে, $6^2 = 36 > 8$ এবং $6^3 = 216 \not< 200$

$\therefore A = \{3, 4, 5\}$

আবার, $B = \{x \in N : x$ জোড় সংখ্যা এবং $x \leq 6\}$
$= \{2, 4, 6\}$

$A \backslash B = \{3, 4, 5\} \backslash \{2, 4, 6\} = \{3, 5\}$
$B \backslash A = \{2, 4, 6\} \backslash \{3, 4, 5\} = \{2, 6\}$
$A \cap B = \{3, 4, 5\} \cap \{2, 4, 6\} = \{4\}$

বামপক্ষ $= A \cup B$
$= \{3, 4, 5\} \cup \{2, 4, 6\}$
$= \{2, 3, 4, 5, 6\}$

ডানপক্ষ $= (A \backslash B) \cup (B \backslash A) \cup (A \cap B)$
$= \{3, 5\} \cup \{2, 6\} \cup \{4\}$
$= \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$\therefore A \cup B = (A \backslash B) \cup (B \backslash A) \cup (A \cap B)$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $C = \{\sqrt{7}\}$

প্রমাণ করতে হবে যে, $\sqrt{7}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

আমরা জানি, $4 < 7 < 9$

বা, $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$

$\therefore 2 < \sqrt{7} < 3$

সুতরাং $\sqrt{7}$, 2 থেকে বড় কিন্তু 3 থেকে ছোট।

অতএব, $\sqrt{7}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।

যদি $\sqrt{7}$ মূলদ সংখ্যা হয়, তবে ধরি $\sqrt{7} = \frac{p}{q}$; যেখানে p ও q উভয়ই স্বাভাবিক সংখ্যা, $q > 1$ এবং p ও q সহমৌলিক (p ও q এর মধ্যে 1 ভিন্ন কোনো সাধারণ উৎপাদক নেই)।

ফলে, $7 = \frac{p^2}{q^2}$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $7q = \frac{p^2}{q}$

এখানে, 7q স্পষ্টত পূর্ণসংখ্যা। অপরপক্ষে p^2 ও q এর মধ্যে কোনো সাধারণ উৎপাদক নেই, যেহেতু p ও q এর কোনো সাধারণ উৎপাদক নেই।

সুতরাং $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।

$\therefore \frac{p^2}{q}$, 7q এর সমান হতে পারে না।

অতএব, $\sqrt{7}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না।

তাই $\sqrt{7}$ অমূলদ সংখ্যা। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০২ $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 27$, $x^2 + xy + y^2 = 9$ এবং $l = 3^m + 3^{1-m}$.

ক. $p^4 + p^2 - 2$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $3xy(x^2 + y^2) = 54$. ৪

গ. $l = 4$ হলে, m এর মান নির্ণয় করো। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক $p^4 + p^2 - 2 = p^4 + 2p^2 - p^2 - 2$
$= p^2(p^2 + 2) - 1(p^2 + 2)$
$= (p^2 + 2)(p^2 - 1)$
$= (p + 1)(p - 1)(p^2 + 2)$ **(Ans.)**

খ $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 27$ ... ... (i)
$x^2 + xy + y^2 = 9$ ... ... (ii)

(i) নং হতে, $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 27$

বা, $(x^2)^2 + 2.x^2.y^2 + (y^2)^2 - x^2y^2 = 27$

বা, $(x^2 + y^2)^2 - (xy)^2 = 27$

বা, $(x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy) = 27$

বা, $9(x^2 + y^2 - xy) = 27$ [(ii) নং হতে]

$\therefore x^2 - xy + y^2 = 3$ ... ... (iii)

(ii) ও (iii) নং যোগ করে পাই,

$2x^2 + 2y^2 = 12$

বা, $2(x^2 + y^2) = 12$

$\therefore x^2 + y^2 = 6$

(ii) থেকে (iii) নং বিয়োগ করে পাই,

$2xy = 6$

$\therefore xy = 3$

বামপক্ষ $= 3xy(x^2 + y^2)$
$= 3 \times 3 \times 6 = 54$
= ডানপক্ষ

$\therefore 3xy(x^2 + y^2) = 54$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $l = 3^m + 3^{1-m}$

বা, $4 = 3^m + 3^1.3^{-m}$ [$\because l = 4$]

বা, $3^m + \frac{3}{3^m} = 4$

বা, $x + \frac{3}{x} = 4$ [$3^m = x$ ধরে]

বা, $x^2 + 3 = 4x$

বা, $x^2 - 4x + 3 = 0$

বা, $x^2 - 3x - x + 3 = 0$

বা, $x(x-3) - 1(x-3) = 0$

বা, $(x-3)(x-1) = 0$

$\therefore x = 1, 3$

$x = 1$ হলে, $3^m = 1$ বা, $3^m = 3^0$ $\therefore m = 0$

$x = 3$ হলে, $3^m = 3$ বা, $3^m = 3^1$ $\therefore m = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় মান, $m = 0, 1$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৩ $p = \frac{\sqrt{3x+2y}+\sqrt{3x-2y}}{\sqrt{3x+2y}-\sqrt{3x-2y}}$ এবং একটি গুণোত্তর ধারার ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $2^{n+2} - 4$.

ক. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 7 : 11 এবং এদের গ.সা.গু 3 হলে, সংখ্যা দুইটির ল.সা.গু নির্ণয় করো। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^2y - 3px + y = 0$. ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় করো। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সংখ্যা দুটি যথাক্রমে 7x ও 11x

7x ও 11x এর গ.সা.গু. = x

প্রশ্নমতে, x = 3

$\therefore$ সংখ্যা দুটি, $7x = 7 \times 3 = 21$ এবং $11x = 11 \times 3 = 33$

3 | 21, 33
  7, 11

$\therefore$ সংখ্যা দুটির ল.সা.গু. $= 3 \times 7 \times 11 = 231$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $p = \frac{\sqrt{3x+2y}+\sqrt{3x-2y}}{\sqrt{3x+2y}-\sqrt{3x-2y}}$

বা, $\frac{p+1}{p-1} = \frac{\sqrt{3x+2y}+\sqrt{3x-2y}+\sqrt{3x+2y}-\sqrt{3x-2y}}{\sqrt{3x+2y}+\sqrt{3x-2y}-\sqrt{3x+2y}+\sqrt{3x-2y}}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{p+1}{p-1} = \frac{2\sqrt{3x+2y}}{2\sqrt{3x-2y}}$

বা, $\left(\frac{p+1}{p-1}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{3x+2y}{3x-2y}}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{p^2+2p+1}{p^2-2p+1} = \frac{3x+2y}{3x-2y}$

বা, $\frac{p^2+2p+1+p^2-2p+1}{p^2+2p+1-p^2+2p-1} = \frac{3x+2y+3x-2y}{3x+2y-3x+2y}$

[পুনরায় যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2(p^2+1)}{4p} = \frac{6x}{4y}$

বা, $\frac{p^2+1}{2p} = \frac{3x}{2y}$ বা, $\frac{p^2+1}{p} = \frac{3x}{y}$

বা, $p^2y + y = 3px$

$\therefore p^2y - 3px + y = 0$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, একটি গুণোত্তর ধারার ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $2^{n+2} - 4$

এখন n এর মান যথাক্রমে 1, 2, 3, 4, 5, ... বসিয়ে পাই,

১ম পদ $= 2^{1+2} - 4 = 2^3 - 4 = 4$

১ম 2টি পদের সমষ্টি $= 2^{2+2} - 4 = 2^4 - 4 = 12$

১ম 3টি পদের সমষ্টি $= 2^{3+2} - 4 = 2^5 - 4 = 28$

১ম 4টি পদের সমষ্টি $= 2^{4+2} - 4 = 2^6 - 4 = 60$

১ম 5টি পদের সমষ্টি $= 2^{5+2} - 4 = 2^7 - 4 = 124$

... ...

ধারাটির ১ম পদ = 4

দ্বিতীয় পদ = 12 – 4 = 8

তৃতীয় পদ = 28 – 12 = 16

চতুর্থ পদ = 60 – 28 = 32

পঞ্চম পদ = 124 – 60 = 64

... ...

$\therefore$ নির্ণেয় গুণোত্তর ধারাটি : 4, 8, 16, 32, 64, ...

প্রশ্ন ▶ ০৪ ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD মধ্যমা।

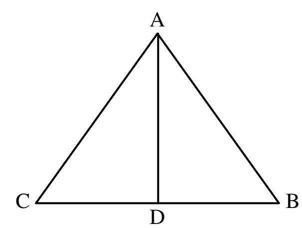
ক. প্রমাণ করো যে, AD, $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক। ২

খ. প্রমাণ করো যে, AB + AC > 2AD. ৪

গ. প্রমাণ করো যে, $4AD^2 = 3AB^2$. ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ABC সমবাহু ত্রিভুজে AD মধ্যমা।

প্রমাণ করতে হবে যে, AD, $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক।

প্রমাণ : ΔACD এবং ΔABD এ,

CD = BD [$\because$ AD মধ্যমা]

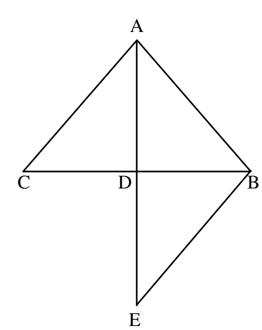
AD = AD [সাধারণ বাহু]

এবং $\angle ACD = \angle ABD$ [$\because$ ABC সমবাহু ত্রিভুজ তাই এর প্রতিটি কোণ সমান]

$\therefore \angle CAD = \angle BAD$

$\therefore$ AD, $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক। **(প্রমাণিত)**

খ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ। BC এর মধ্যবিন্দু D. দেখাতে হবে যে, AB + AC > 2AD.

অঙ্কন : A, D যোগ করি এবং AD কে E পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন, AD = DE হয়। B, E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔADC এবং ΔBDE এ

$AD = DE$ [অঙ্কনানুসারে]

$CD = BD$ [$\because$ D, BC এর মধ্যবিন্দু]

$\angle ADC = \angle BDE$ [$\because$ বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore$ $\Delta ADC \cong \Delta BDE$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

অতএব, $AC = BE$

ধাপ-২. এখন, ΔABE-এ

$AB + BE > AE.$

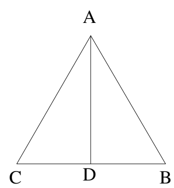
[ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর সমষ্টি তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $AB + AC > AD + DE$ [$\because BE = AC$ এবং $AE = AD + DE$]

বা, $AB + AC > AD + AD$ [$\because DE = AD$]

$\therefore$ $AB + AC > 2AD.$ **(দেখানো হলো)**

গ



বিশেষ নির্বচন : ΔABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ অর্থাৎ, $AB = BC = CA$ এবং AD মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $4AD^2 = 3AB^2$।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔABC সমবাহু এবং AD মধ্যমা।

তাই AD মধ্যমা, ভূমি BC এর উপর লম্ব।

অর্থাৎ, $AD \perp BC$ এবং $CD = BD$

বা, $BC = 2CD = AB$

$\therefore CD = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} AB$

ধাপ-২. আবার, সমকোণী ΔABD-এ $\angle ADC = 90°$ এবং অতিভুজ = AB.

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2$

বা, $AD^2 = AB^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2$ [$\because BD = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} AB$]

বা, $AD^2 = AB^2 - \frac{AB^2}{4}$

বা, $4AD^2 = 4AB^2 - AB^2$

$\therefore 4AD^2 = 3AB^2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৫ একটি রেখাংশের দৈর্ঘ্য p = 11 সে.মি. এবং দুইটি কোণ $\angle x = 60°$ ও $\angle y = 45°$.

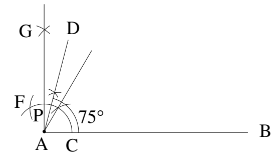
ক. পেন্সিল কম্পাস ব্যবহার করে 75° কোণ আঁক। ২

খ. কোনো ত্রিভুজের পরিসীমা p এর সমান এবং ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় $\angle x$ ও $\angle y$ হলে ত্রিভুজটি আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. কোনো বর্গের পরিসীমা p এর সমান হলে বর্গটি অঙ্কন করে এর অন্তর্বৃত্ত আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

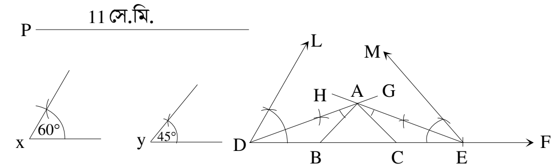
৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক নিম্নে পেন্সিল কম্পাস ব্যবহার করে 75° কোণ অঙ্কন করা হলো :



এখানে, $\angle BAD = 75°$.

খ



মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 60°$ ও $\angle y = 45°$ এবং পরিসীমা p = 11 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

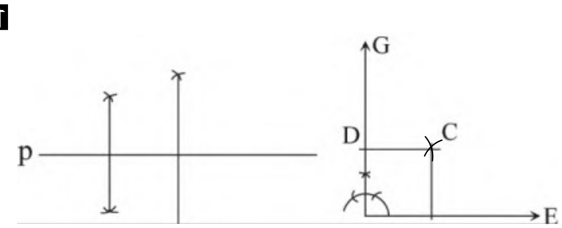
১. যেকোনো রশ্মি DF থেকে পরিসীমা p এর সমান করে DE কাটি।

২. DE এর D ও E বিন্দুতে যথাক্রমে $\frac{1}{2}\angle x = \angle EDG$ ও $\frac{1}{2}\angle y = \angle DEH$ আঁকি।

৩. DG ও EH পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে। এবার A বিন্দুতে $\angle EDA = \angle DAB$ এবং $\angle DEA = \angle EAC$ আঁকি। DE কে AB ও AC যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কিত হলো।

গ



মনে করি একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা p দেওয়া আছে। বর্গক্ষেত্রটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. পরিসীমা p কে প্রথমে সমান দুভাগে বিভক্ত করি।

২. অতঃপর পুনরায় তার অর্ধেক অংশকে সমান দুভাগে বিভক্ত করি। ফলে ক্ষুদ্রতম অংশ $\frac{p}{4}$ এর সমান হবে।

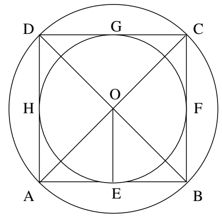
৩. যেকোনো রশ্মি AE হতে $AB = \frac{p}{4}$ কেটে নিই।

৪. AB রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle EAG = 90°$ আঁকি। AG হতে $AD = \frac{p}{4}$ নেই।

৫. B ও D বিন্দুকে কেন্দ্র করে $\frac{p}{4}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle EAG$ এর অভ্যন্তরে দুটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

৬. B, C এবং C, D যোগ করি।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট বর্গক্ষেত্র।

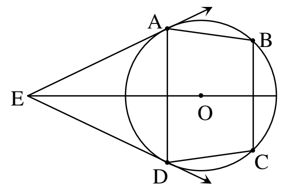


মনে করি, ABCD-ই নির্ণেয় বর্গ। এ বর্গের অন্তর্বৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. A, C এবং B, D যোগ করি। AC ও BD বর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।
২. O হতে AB এর উপর OE লম্ব টানি।
৩. O কে কেন্দ্র করে OE এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।
৪. AB, BC, CD ও DA বাহুকে যথাক্রমে E, F, G, H বিন্দুতে স্পর্শ করে। তাহলে EFGH বৃত্তই ABCD বর্গের উদ্দিষ্ট অন্তর্বৃত্ত।

প্রশ্ন ▸ ০৬

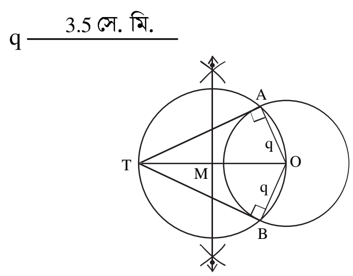


চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র।

ক. কোনো বৃত্তের বহিঃস্থ একটি বিন্দু থেকে বৃত্তটিতে একটি স্পর্শক আঁক। (অঙ্কনের বিবরণ নিষ্প্রয়োজন) ২
খ. প্রমাণ করো যে, $\angle ABC + \angle ADC = 180°$ ৪
গ. প্রমাণ করো যে, OE সরলরেখা স্পর্শ জ্যা AD এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক। ৪

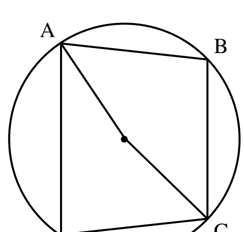
৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের T একটি বহিঃস্থ বিন্দু। T বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তে AT ও BT দুটি স্পর্শক।

খ



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত, $\angle ABC$ এবং $\angle ADC$ চতুর্ভুজটির দুটি বিপরীত কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC + \angle ADC$ = দুই সমকোণ

অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : একই চাপ ABC এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ADC$.

[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

$\therefore \angle AOC = 2\angle ADC$

আবার, একই চাপ ADC এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ $\angle AOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ABC$. [একই কারণে]

$\therefore$ প্রবৃদ্ধ $\angle AOC = 2\angle ABC$

ধাপ-২ : $\angle AOC$ + প্রবৃদ্ধ $\angle AOC = 2(\angle ABC + \angle ADC)$

[ধাপ (১) ও (২) থেকে]

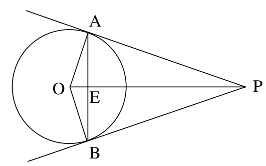
কিন্তু, $\angle AOC$ + প্রবৃদ্ধ $\angle AOC$ = চার সমকোণ

বা, $2\angle ADC + 2\angle ABC$ = চার সমকোণ

বা, $2(\angle ABC + \angle ADC)$ = চার সমকোণ

$\therefore \angle ABC + \angle ADC$ = দুই সমকোণ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ADC বৃত্তের কেন্দ্র O এবং E বহিঃস্থ বিন্দু। E হতে অঙ্কিত EA ও ED স্পর্শক বৃত্তকে A ও D বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। O, E এবং A, D যোগ করি। AD স্পর্শ জ্যা। OE, AD কে E বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, OE, AD এর লম্বদ্বিখণ্ডক।

অঙ্কন : O, A এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. $\angle EAO$ = এক সমকোণ। [যেহেতু OA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ]

এবং □EDO = এক সমকোণ [যেহেতু OD স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ]

ধাপ-২. সমকোণী ΔEAO ও সমকোণী ΔEDO এর মধ্যে

$EA = ED$

$OA = OD$ [$\because$ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \Delta EAO \cong \Delta EDO$

সুতরাং $\angle EOA = \angle EOD$

ধাপ-৩. আবার, ΔAOE এবং ΔDOE এর মধ্যে

$OA = OD$

$OE = OE$ [সাধারণ বাহু]

$\angle AOE = \angle DOE$

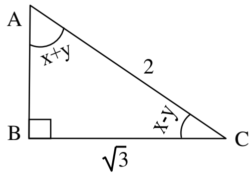
$\therefore \Delta AOE \cong \Delta DOE$

$\therefore AE = DE, \angle AEO = \angle DEO$ = এক সমকোণ

$\therefore OE \perp AD$, অর্থাৎ, $OE \perp AD$

অর্থাৎ OE, AD এর লম্বদ্বিখণ্ডক। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৭



চিত্রে ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ, যার $\angle B = 90°$.

ক. $\sin(90° - \theta) = \frac{5}{13}$ হলে $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় করো। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ করো যে,
$\frac{\cos A}{1 - \tan A} + \frac{\sin A}{1 - \cot A} = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3})$. ৪

গ. দেখাও যে, $\sin x = \cos 3y$. ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\sin(90° - \theta) = \frac{5}{13}$

বা, $\cos\theta = \frac{5}{13}$

বা, $\cos^2\theta = \frac{25}{169}$ [বর্গ করে]

বা, $1 - \sin^2\theta = \frac{25}{169}$

বা, $\sin^2\theta = 1 - \frac{25}{169}$

বা, $\sin^2\theta = \frac{144}{169}$

$\therefore \sin\theta = \frac{12}{13}$ **(Ans.)**

খ চিত্র হতে, $\sin A = \frac{BC}{AC}$

বা, $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin A = \sin 60°$

$\therefore A = 60°$

বামপক্ষ $= \frac{\cos A}{1 - \tan A} + \frac{\sin A}{1 - \cot A}$

$= \frac{\cos 60°}{1 - \tan 60°} + \frac{\sin 60°}{1 - \cot 60°}$

$= \frac{\frac{1}{2}}{1 - \sqrt{3}} + \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{1 - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$

$= \frac{1}{2(1 - \sqrt{3})} - \frac{3}{2(1 - \sqrt{3})} = \frac{1 - 3}{2(1 - \sqrt{3})}$

$= \frac{-2}{2(1 - \sqrt{3})} = \frac{1}{\sqrt{3} - 1}$

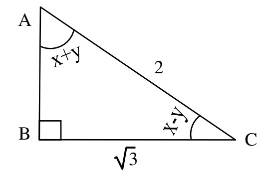
$= \frac{(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} = \frac{(\sqrt{3} + 1)}{3 - 1}$

$= \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3})$

= ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\cos A}{1 - \tan A} + \frac{\sin A}{1 - \cot A} = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3})$ **(প্রমাণিত)**

গ চিত্র হতে, $\sin A = \frac{BC}{AC}$



বা, $\sin A(x + y) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin(x + y) = \sin 60°$

$\therefore x + y = 60°$ ... ... (i)

আবার, $\cos C = \frac{BC}{AC}$

বা, $\cos(x - y) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\cos(x - y) = \cos 30°$

$\therefore x - y = 30°$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$2x = 90°$

বা, $x = \frac{90°}{2}$

$\therefore x = 45°$

(i) থেকে (ii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$2y = 30°$

বা, $y = \frac{30°}{2}$

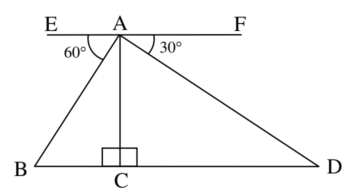
$\therefore y = 15°$

বামপক্ষ $= \sin x = \sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$

ডানপক্ষ $= \cos 3y = \cos(3 \times 15°) = \cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \sin x = \cos 3y$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ০৮



চিত্রে $EF \parallel BD$ এবং AC = 16 মিটার।

ক. $\text{cosec}\,\angle ABC$ এর মান নির্ণয় করো। ২

খ. ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ৪

গ. ΔACD এর পরিসীমা নির্ণয় করো। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, $EF \parallel BD$ হওয়ায়,

$\angle EAB = \angle ABC$ [একান্তর কোণ]

বা, $\angle ABC = 60°$

$\therefore \text{cosec}\angle ABC = \text{cosec}\,60° = \frac{2}{\sqrt{3}}$ **(Ans.)**

খ চিত্র হতে,

$\angle ABC = 60°$, AC = 16 মিটার এবং $\angle ACB$ = এক সমকোণ।

ΔABC-এ,

$\tan\angle ABC = \frac{AC}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{16}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{16}{BC}$

$\therefore BC = \frac{16}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BC \times AC$

$= \frac{1}{2} \times \frac{16}{\sqrt{3}} \times 16 = \frac{256}{2\sqrt{3}}$

$= 73.90$ বর্গমিটার **(Ans.)**

গ EF || BD হওয়ায়,

$\angle FAD = \angle ADC$ [একান্তর কোণ]

$\therefore \angle ADC = 30°$

ACD ত্রিভুজে AC = 16 মিটার এবং $\angle ACD$ = এক সমকোণ।

ΔACD-এ, $\sin\angle ADC = \frac{AC}{AD}$

বা, $\sin 30° = \frac{16}{AD}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{16}{AD}$

$\therefore AD = 32$

আবার, $\cos\angle ADC = \frac{CD}{AD}$

বা, $\cos 30° = \frac{CD}{32}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{CD}{32}$

বা, $CD = \frac{32\sqrt{3}}{2}$

$\therefore CD = 16\sqrt{3}$

$\therefore$ ΔACD এর পরিসীমা = AC + CD + AD

$= 16 + 16\sqrt{3} + 32$

$= 48 + 16\sqrt{3}$

$= 75.71$ মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৯ একটি আয়ত ও একটি রম্বসের পরিসীমা পরস্পর সমান। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য প্রস্থের দেড়গুণ এবং পরিসীমা 180 সে.মি.।

ক. আয়তক্ষেত্রটির ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ২

খ. রম্বসের বৃহত্তম কর্ণটি 72 সে.মি. হলে এর অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

গ. কোনো সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির $\frac{3}{4}$ অংশ এবং পরিসীমা আয়তটির পরিসীমার অর্ধেক হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, আয়তক্ষেত্রের ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য অর্থাৎ প্রস্থ x সেমি

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য $= x \times 1\frac{1}{2} = \frac{3x}{2}$ সেমি

প্রশ্নমতে, $2\left(\frac{3x}{2} + x\right) = 180$

বা, $3x + 2x = 180$ বা, $5x = 180$

বা, $x = \frac{180}{5}$ $\therefore x = 36$

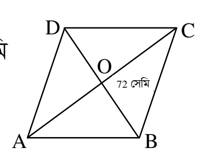
$\therefore$ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য 36 সেমি। **(Ans.)**

খ মনে করি, ABCD একটি রম্বস এবং AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

অর্থাৎ, রম্বসের একটি কর্ণ, AC = 72 সেমি

এবং রম্বসের পরিসীমা = 180 সেমি

$\therefore$ এক বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{180}{4} = 45$ সেমি



যেহেতু রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

সুতরাং, $OA = \frac{72}{2} = 36$ সেমি

এখন AOD সমকোণী ত্রিভুজে,

OA = 36 সেমি, AD = 45 সেমি

এখন, $AD^2 = Op^8 + OD^2$ [AD অতিভুজ]

বা, $OD^2 = AD^2 - Op^8$

বা, $OD^2 = 45^2 - 36^2 = 2025 - 1296 = 729$

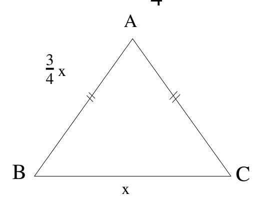
$\therefore OD = 27$

$\therefore$ কর্ণ, $BD = 2 \times OD = 2 \times 27 = 54$ সেমি

$\therefore$ রম্বসের অপর কর্ণ 54 সেমি **(Ans.)**

গ মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং এর ভূমি x সেমি।

$\therefore$ অপর দুই বাহু $AB = AC = \frac{3x}{4}$ সেমি।



প্রশ্নমতে, $x + \frac{3x}{4} + \frac{3x}{4} = \frac{180}{2}$

বা, $x + \frac{3x}{4} + \frac{3x}{4} = 90$

বা, $4x + 3x + 3x = 360$ [4 দ্বারা গুণ করে]

বা, $10x = 360$

বা, $x = \frac{360}{10}$

$\therefore x = 36$

অতএব, BC = 36 সেমি

$\therefore AB = AC = \frac{3 \times 36}{4} = 27$ সেমি

ধরি, a = 27 সেমি, b = 36 সেমি

Δ-ক্ষেত্র ABC-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$

$= \frac{36}{4}\sqrt{4 \times (27)^2 - (36)^2}$

$= 9\sqrt{2916 - 1296}$

$= 9 \times 18\sqrt{5}$

$= 162\sqrt{5}$ বর্গমিটার

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $162\sqrt{5}$ বর্গমিটার। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ ১০ম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজিতে) গণসংখ্যা নিবেশন হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	45–50	51–56	57–62	63–68	69–74
গণসংখ্যা	6	9	21	16	8

ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় করো। ২

খ. প্রদত্ত উপাত্তের গাণিতিক গড় নির্ণয় করো। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন করো। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 21 আছে (57 – 62) শ্রেণিতে। অর্থাৎ, প্রচুরক শ্রেণি (57 – 62)।

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{57 + 62}{2} = \frac{119}{2} = 59.5$ **(Ans.)**

খ প্রদত্ত উপাত্ত হতে গাণিতিক গড় নির্ণয়ের সারণি :

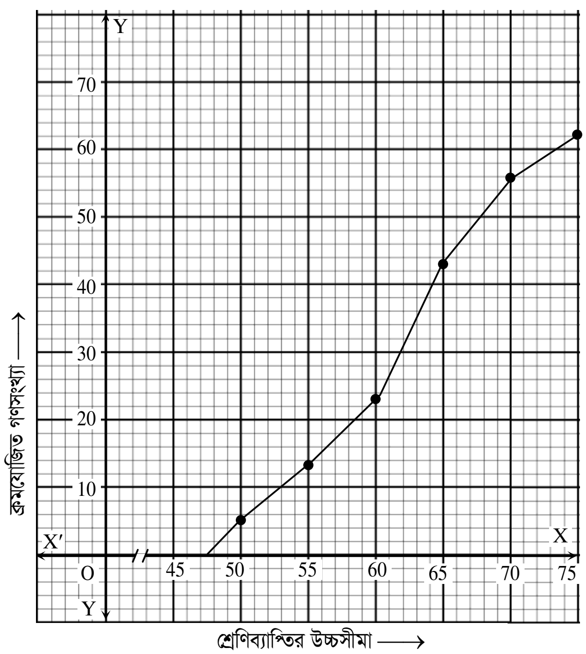
শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	(f_ix_i)
45 – 50	47.5	6	285
51 – 56	53.5	9	481.5
57 – 62	59.5	21	1249.5
63 – 68	65.5	16	1048
69 – 74	71.5	8	572
	মোট	n = 60	3636

$\therefore$ নির্ণেয় গাণিতিক গড় $= \frac{1}{n}\Sigma f_ix_i = \frac{1}{60} \times 3636 = 60.6$ **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45 – 50	6	6
51– 56	9	15
57 – 62	21	36
63 – 68	16	52
69 – 74	8	60

ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে শ্রেণিব্যাপ্তির উচ্চসীমা এবং y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের এক ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের ক্রমযোজিত গণসংখ্যার অজিভ রেখা আঁকা হলো–



প্রশ্ন ▶ ১১ কয়েকজন শিক্ষার্থীর উচ্চতার (সে.মি.) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

উচ্চতা (সেমি.)	140-149	150-159	150-169	170-179	180-189
গণসংখ্যা	7	15	48	12	8

ক. অবিন্যস্ত উপাত্তের সর্বোচ্চ মান 95 এবং পরিসর 64 হলে সর্বনিম্ন মানটি নির্ণয় করো। ২

খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় করো। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করো। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, পরিসর = (সর্বোচ্চ মান – সর্বনিম্ন মান) + 1

বা, 64 = (95 – সর্বনিম্ন মান) +1

বা, 64 – 1 = 95 – সর্বনিম্ন মান

বা, 63 = 95 – সর্বনিম্ন মান

বা, সর্বনিম্ন মান = 95 – 63

$\therefore$ সর্বনিম্ন মান = 32 **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
140 – 149	7	7
150 – 159	15	22
160 – 169	48	70
170 – 179	12	82
180 – 189	8	90
	n = 90	

এখানে, $n = 90; \frac{n}{2} = \frac{90}{2} = 45$

অর্থাৎ, মধ্যক 45 তম পদ যা (160 – 169) শ্রেণিতে অবস্থিত।

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 160 + \left(\frac{90}{2} - 22\right) \times \frac{10}{48}$$

$$= 160 + \frac{230}{48}$$

$$= 160 + 4.79$$

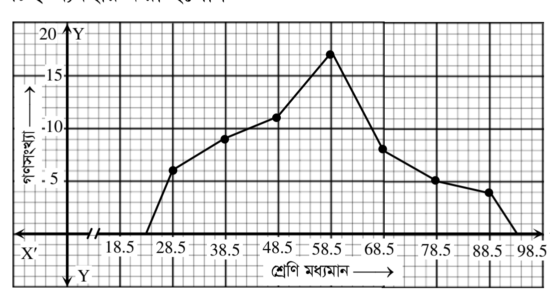
$$= 164.79$$ **(Ans.)**

এখানে, $L = 160$, $n = 90$, $F_c = 22$, $h = 10$, $f_m = 48$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
140 – 149	144.5	7
150 – 159	154.5	15
160 – 169	164.5	48
170 – 179	174.5	12
180 – 189	184.5	8

এখন, ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শিক্ষার্থী সংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 144.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হলো।



কুমিল্লা বোর্ড-২০২৪

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ৩০ মিনিট [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৩০

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১। $\cot(\theta - 30°) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে $\sin\theta$ = কত?

ক $\frac{1}{2}$ খ 0 গ 1 ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

২। সূর্যের উন্নতি কোণ 60° হলে, $6\sqrt{3}$ মি. দৈর্ঘ্যের একটি খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য কত হবে?

ক 9m খ 6m গ $3\sqrt{3}$m ঘ $2\sqrt{3}$m

৩। a, b, c, d ক্রমিক সমানুপাতিক হলে–

i. $c^2 = bd$ ii. a : b : : c : d iii. ad = bc

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৪। 2a – b = 8 এবং a – 2b = 4 হলে, a + b = কত?

ক 0 খ 4 গ 8 ঘ 12

৫। 6 + 12 + 24 + 48 + ... + 384 ধারাটির পদসংখ্যা কত?

ক 64 খ 32 গ 7 ঘ 6

৬। $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{7}, \frac{1}{15}, \ldots\ldots$ অনুক্রমের সাধারণ পদ কোনটি?

ক $\frac{1}{2^n - 1}$ খ $\frac{1}{2^n + 1}$ গ $\frac{1}{2^n}$ ঘ $\frac{1}{n}$

৭। বিষমবাহু ত্রিভুজের মোট কয়টি প্রতিসাম্য রেখা আছে?

ক শূন্যটি খ একটি গ তিনটি ঘ অসংখ্য

৮। একটি বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য $6\sqrt{2}$ মিটার হলে, এর ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

ক 36 খ 24 গ 18 ঘ 6

৯। একটি বৃত্তের ব্যাস 26 সে.মি. হলে এর পরিধি কত?

ক 530.9 সে.মি. খ 81.68 সে.মি.

গ 40.84 সে.মি. ঘ 13 সে.মি.

১০। একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সেমি?

ক $3\sqrt{3}$ খ $4\sqrt{3}$ গ $9\sqrt{3}$ ঘ $18\sqrt{3}$

১১। নিচের কোনটি অবিচ্ছিন্ন চলক?

ক জনসংখ্যা খ শিক্ষার্থী সংখ্যা গ বয়স ঘ জন্মসাল

□ **উদ্দীপকের আলোকে ১২ ও ১৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

শ্রেণিব্যাপ্তি	21–30	31–40	41–50	51–60	61–70
গণসংখ্যা	8	15	12	8	7

১২। মধ্যক শ্রেণির উচ্চসীমা কত?

ক 50 খ 41 গ 40 ঘ 31

১৩। প্রদত্ত উপাত্তের প্রচুরক কত?

ক 38 খ 37.3 গ 34 ঘ 24

১৪। দুইটি সংখ্যার অনুপাত 7 : 5 এবং এদের গ.সা.গু. 4 হলে সংখ্যা দুইটির অন্তরফল কত?

ক 4 খ 8 গ 10 ঘ 14

১৫। সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুকে উভয়দিকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণদ্বয়ের যোগফল কত?

ক 0° খ 120° গ 180° ঘ 240°

১৬। নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা?

ক $0.\dot{2}$ খ $\sqrt{\frac{9}{16}}$ গ $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ ঘ $\frac{5}{\sqrt{3}}$

১৭। নিচের কোনটি {x ∈ N : 5 < x < 7 এবং x মৌলিক সংখ্যা} সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে?

ক ∅ খ {0} গ {∅} ঘ {5, 7}

১৮। একটি সামান্তরিক আঁকতে কতটি নিরপেক্ষ উপাত্তের প্রয়োজন?

ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 5

১৯। $f(x) = x^2 - 5x + 6$ এবং $f(x) = 0$ হলে, x = কত?

ক 2, 3 খ – 5, 1 গ – 2, 3 ঘ 1, – 5

২০। $x^2 + y^2 = 9$ এবং xy = 3 হলে–

i. $(x - y)^2 = 3$ ii. $(x + y)^2 = 15$

iii. $x^2 + y^2 + x^2y^2 = 18$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২১। কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 13 সেমি এবং ভূমি 12 সেমি হলে, এর ক্ষেত্রফল কত বর্গসেমি?

ক 156 খ 78 গ 60 ঘ 30

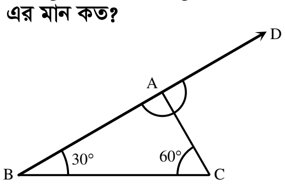
২২। 0.0305 এর সাধারণ লগের পূর্ণক কত?

ক 3 খ 1 গ $\overline{2}$ ঘ $\overline{3}$

২৩। log 625 – 2 log5 = কত?

ক log 600 খ log 125 গ log 25 ঘ log 5

২৪। চিত্রে, ∠CAD এর মান কত?



ক 30° খ 60° গ 90° ঘ 100°

২৫। রম্বসের–

i. সন্নিহিত বাহুগুলো পরস্পর সমান

ii. সন্নিহিত কোণগুলো পরস্পর সম্পূরক

iii. কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২৬। O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OA একটি ব্যাসার্ধ। A বিন্দুতে কয়টি স্পর্শক অঙ্কন করা যায়?

ক 4 খ 3 গ 2 ঘ 1

২৭। 5 সেমি ও 3 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

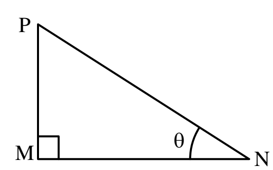
ক 15 সেমি খ 8 সেমি গ 2 সেমি ঘ 1.66 সেমি

২৮। কোনো বৃত্তের উপচাপের উপর দণ্ডায়মান কোণ–

ক সূক্ষ্মকোণ খ সমকোণ গ পূরককোণ ঘ স্থূলকোণ

□ **উদ্দীপকের আলোকে ২৯ ও ৩০নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$



২৯। PN এর মান নিচের কোনটি?

ক $\sqrt{2}$ খ 2 গ 3 ঘ 4

৩০। cosecθ এর মান নিচের কোনটি?

ক $\frac{1}{4}$ খ $\frac{1}{2}$ গ $\sqrt{3}$ ঘ 2

■ **খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।**

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

কুমিল্লা বোর্ড-২০২৪

গণিত (সৃজনশীল) বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ–বীজগণিত

১। (i) $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $x - y + 2 = 0\}$
যেখানে $A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$
(ii) $f(x) = \dfrac{1 + x^3 + x^6}{x^3}$

ক. A সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
খ. R অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে ডোম R নির্ণয় কর। ৪
গ. দেখাও যে, $f(x^2) = f(x^{-2})$ ৪

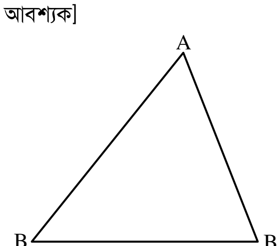
২। $p^2 - 2\sqrt{56} - 15 = 0$, $(x + y)^2 = \sqrt[3]{27}$ এবং $(x - y)^2 = \sqrt[3]{8}$
ক. p^{-2}-এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. $p^3 + p^{-3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $5(x^3y + xy^3) = \dfrac{25}{8}$। ৪

৩। (i) $\dfrac{6}{x} = p^{-1} + q^{-1}$
(ii) $6 + b + c + 162 + d$ একটি গুণোত্তর ধারা।
ক. $8 + 11 + 14 + 17 + \ldots\ldots$ ধারার m-তম পদ নির্ণয় কর। ২
খ. (iii)নং হতে b এবং d এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. (i)নং হতে প্রমাণ কর যে, $\dfrac{x+3p}{x-3p} + \dfrac{x+3q}{x-3q} = 2$, যেখানে $p \neq q$. ৪

খ বিভাগ–জ্যামিতি

৪। কোনো ত্রিভুজের ভূমি $a = 4$ সে.মি. ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 60°$ এবং অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি $s = 7$ সে.মি.।
ক. $\dfrac{s}{2}$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের যেকোনো বিন্দুতে একটি স্পর্শক অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক] ২
খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪
গ. একটি একটি রম্বস অঙ্কন কর যার পরিসীমা প্রদত্ত ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান এবং একটি কোণ $\angle x$ এর সমান। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

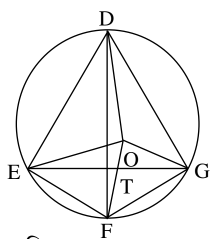
৫।



চিত্রে $AB > AC$

ক. কোনো বৃত্তের ক্ষেত্রফল 100 বর্গ সে.মি. হলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ২
খ. M ও N যথাক্রমে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $MN \parallel BC$. ৪
গ. $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক BC বাহুকে P বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle APC$ সূক্ষ্মকোণ। ৪

৬।



চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র

ক. দুইটি বৃত্তের ব্যাস যথাক্রমে 8 সেমি. এবং 6 সেমি.। বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\angle EDG + \angle EFG =$ দুই সমকোণ। ৪
গ. DF এবং EG কর্ণদ্বয় পরস্পর T বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle DOE + \angle FOG = 2\angle DTE$। ৪

গ বিভাগ–ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭। $\cot\theta + \cos\theta = m$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = n$
ক. $\theta = 60°$ হলে $3\sin\theta - 4\sin^3\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. $\dfrac{m}{n} = \dfrac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ হলে $\tan\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $(m^2 - n^2)^2 = 16\,mn$ ৪

৮। (i) 60 মিটার লম্বা একটি গাছ ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণভাবে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30° থেকে 45° হয়।
(ii) কোনো স্থান থেকে একটি মিনারের দিকে 40 মিটার এগিয়ে আসলে মিনারের শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° থেকে 45° হয়।
ক. $\sin(90° - \theta) = \dfrac{3}{5}$ হলে $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. ভাঙ্গা অংশ গোড়া থেকে কত দূরে ভূমি স্পর্শ করবে নির্ণয় কর। ৪
গ. মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

৯। (i) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 1 মিটার হ্রাস পেলে ক্ষেত্রফল $\sqrt{3}$ বর্গমিটার হ্রাস পায়।
(ii) একটি রম্বসের ক্ষেত্রফল 1944 বর্গ সেমি. এবং বৃহত্তম কর্ণ 72 সেমি.।
ক. একটি বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 60° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তের ব্যাস 110 সেমি. হলে বৃত্তচাপটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২
খ. সমবাহু ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪
গ. রম্বসটির পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

ঘ বিভাগ–পরিসংখ্যান

১০। ১০ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
গণসংখ্যা	6	10	18	8	5	3

ক. কোনো উপাত্তের পরিসর 55 এবং সর্বনিম্ন মান 43 হলে সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর। ২
খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. বর্ণনাসহ অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১১। কোনো শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	40–44	45–49	50–54	55–59	60–64	65–69
গণসংখ্যা	6	10	12	20	8	4

ক. প্রচুরক শ্রেণি উল্লেখপূর্বক তার মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
খ. উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	(গ)	২	(খ)	৩	(ঘ)	৪	(খ)	৫	(গ)	৬	(ক)	৭	(ক)	৮	(ক)	৯	(খ)	১০	(গ)	১১	(গ)	১২	(ক)	১৩	(ক)	১৪	(খ)	১৫	(ঘ)
	১৬	(ঘ)	১৭	(ক)	১৮	(খ)	১৯	(ক)	২০	(ঘ)	২১	(ঘ)	২২	(গ)	২৩	(গ)	২৪	(গ)	২৫	(ঘ)	২৬	(ঘ)	২৭	(খ)	২৮	(ক)	২৯	(খ)	৩০	(ঘ)

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▶ ০১ $(i)\ R = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $x - y + 2 = 0\}$
যেখানে $A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$

$(ii)\ f(x) = \dfrac{1 + x^3 + x^6}{x^3}$

ক. A সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. R অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে ডোম R নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $f(x^2) = f(x^{-2})$ ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \{-3 -2, -1, 0, 1\}$
এখানে, A সেটের প্রত্যেকটি উপাদান পূর্ণসংখ্যা এবং – 3 এর ছোট নয় ও 1 এর বড় নয়।
$\therefore A = \{x \in z : -3 \le x \le 1\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,
$R = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $x - y + 2 = 0\}$
যেখানে $Q = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$
R এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,
$x - y + 2 = 0$
বা, $y = x + 2$
প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = x + 2$ নির্ণয় করি,

x	– 3	– 2	– 1	0	1
y	– 1	0	1	2	3

এখানে, $2, 3 \notin A$
$\therefore (0, 2), (1, 3) \notin R$
$\therefore S = \{(-3, -1), (-2, 0), (-1, 1)\}$
$\therefore$ ডোম $R = \{-3, -2, -1\}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,
$f(x) = \dfrac{1 + x^3 + x^6}{x^3}$

বামপক্ষ $= f(x^2)$
$= \dfrac{1 + (x^2)^3 + (x^2)^6}{(x^2)^3}$
$= \dfrac{1 + x^6 + x^{12}}{x^6}$

ডানপক্ষ $f(x^{-2}) = \dfrac{1 + (x^{-2})^3 + (x^{-2})^6}{(x^{-2})^3}$
$= \dfrac{1 + x^{-6} + x^{-12}}{x^{-6}}$
$= \dfrac{1 + \frac{1}{x^6} + \frac{1}{x^{12}}}{\frac{1}{x^6}}$
$= \dfrac{\frac{x^{12} + x^6 + 1}{x^{12}}}{\frac{1}{x^6}}$
$= \dfrac{1 + x^6 + x^{12}}{x^{12}} \times \dfrac{x^6}{1}$
$= \dfrac{1 + x^6 + x^{12}}{x^6}$
= ডানপক্ষ
$\therefore f(x^2) = f(x^{-2})$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ০২ $p^2 - 2\sqrt{56} - 15 = 0,\ (x + y)^2 = \sqrt[3]{27}$ এবং $(x - y)^2 = \sqrt[3]{8}$

ক. p^{-2}-এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $p^3 + p^{-3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $5(x^3y + xy^3) = \dfrac{25}{8}$। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $p^2 - 2\sqrt{56} - 15 = 0$
বা, $p^2 = 15 + 2\sqrt{56}$
বা, $\dfrac{1}{p^2} = \dfrac{1}{15 + 2\sqrt{56}}$
বা, $\dfrac{1}{p^2} = \dfrac{15 - 2\sqrt{56}}{(15 + 2\sqrt{56})\,(15 - 2\sqrt{56})}$
বা, $\dfrac{1}{p^2} = \dfrac{15 - 2\sqrt{56}}{(15)^2 - (2\sqrt{56^2})}$
বা, $\dfrac{1}{p^2} = \dfrac{15 - 2\sqrt{56}}{225 - 224}$
$\therefore p^{-2} = 15 - 2\sqrt{56}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $p^2 - 2\sqrt{56} - 15 = 0$
বা, $p^2 = 15 + 2\sqrt{56}$
বা, $p^2 = (\sqrt{8})^2 + 2.\sqrt{8}.\sqrt{7} + (\sqrt{7})^2$
বা, $p^2 = (\sqrt{8} + \sqrt{7})^2$
$\therefore p = \sqrt{8} + \sqrt{7}$ [বর্গমূল করে]

$\therefore \dfrac{1}{p} = \dfrac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{7}}$
$= \dfrac{\sqrt{8} - \sqrt{7}}{(\sqrt{8} + \sqrt{7})\,(\sqrt{8} - \sqrt{7})}$
$= \dfrac{\sqrt{8} - \sqrt{7}}{(\sqrt{8})^2 - (\sqrt{7})^2}$
$= \dfrac{\sqrt{8} - \sqrt{7}}{8 - 7}$
$= \sqrt{8} - \sqrt{7}$

$\therefore p + \frac{1}{p} = \sqrt{8} + \sqrt{7} + \sqrt{8} - \sqrt{7}$

$= 2\sqrt{8}$

প্রদত্ত রাশি $= p^3 + p^{-3}$

$= p^3 + \left(\frac{1}{p}\right)^3$

$= \left(p + \frac{1}{p}\right)^3 - 3.\ p.\ \frac{1}{p}\left(p + \frac{1}{p}\right)$

$= (2\sqrt{8})^3 - 3 \times 2\sqrt{8}$

$= 64\sqrt{8} - 6\sqrt{8}$

$= 58\sqrt{8}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান : $58\sqrt{8}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $(x + y)^2 = \sqrt[3]{27}$

বা, $(x + y)^2 = (3^3)^{\frac{1}{3}}$

বা, $(x + y)^2 = 3$

$\therefore x + y = \sqrt{3}$

এবং $(x - y)^2 = \sqrt[3]{8}$

বা, $(x - y)^2 = (2^3)^{\frac{1}{3}}$

বা, $(x - y)^2 = 2$

$\therefore x - y = \sqrt{2}$

এখন, $xy = \left(\frac{x + y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x - y}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$= \frac{3}{4} - \frac{2}{4}$

$= \frac{3 - 2}{4} = \frac{1}{4}$

এবং $x^2 + y^2 = \frac{(x + y)^2 + (x - y)^2}{2}$

$= \frac{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2}{2}$

$= \frac{3 + 2}{2} = \frac{5}{2}$

বামপক্ষ $= 5(x^3y + xy^3)$

$= 5xy(x^2 + y^2)$

$= 5 \times \frac{1}{4} \times \frac{5}{2}$

$= \frac{25}{8} =$ ডানপক্ষ

$\therefore 5(x^3y + xy^3) = \frac{25}{8}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৩ (i) $\frac{6}{x} = p^{-1} + q^{-1}$

(ii) $6 + b + c + 162 + d$ একটি গুণোত্তর ধারা।

ক. $8 + 11 + 14 + 17 + \dots \dots$ ধারার m-তম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. (iii)নং হতে b এবং d এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. (i)নং হতে প্রমাণ কর যে, $\frac{x+3p}{x-3p} + \frac{x+3q}{x-3q} = 2$, যেখানে $p \neq q$. ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ, $a = 8$

এবং সাধারণ অন্তর, $d = 11 - 8 = 3$

$\therefore$ ধারাটির m তম পদ $= a + (m - 1)d$

$= 8 + (m - 1)3$

$= 8 + 3m - 3$

$= 3m + 5$ **(Ans.)**

খ মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ, $a = 6$

সাধারণ অনুপাত $= r$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ ধারাটির দ্বিতীয় পদ, $b = ar^{2-1} = 6r$ ....(i)

তৃতীয় পদ, $c = ar^{3-1} = 6r^2$ ....(ii)

চতুর্থ পদ $= ar^{4-1} = 6r^3$ ....(iii)

এবং পঞ্চম পদ, $d = ar^{5-1} = 6r^4$ ....(iv)

প্রশ্নমতে, $6r^3 = 162$

বা, $r^3 = \frac{162}{6}$

বা, $r^3 = 27$

বা, $r^3 = (3)^3$

$\therefore r = 3$

$r = 3$ হলে (i), (ii) ও (iv) নং সমীকরণ হতে পাই,

$b = 6 \times 3 = 18$

$c = 6 \times 3^2 = 6 \times 9 = 54$

$d = 6 \times 3^4 = 6 \times 81 = 486$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $b = 18$ এবং $d = 486$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $\frac{6}{x} = p^{-1} + q^{-1}$

বা, $\frac{6}{x} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$

বা, $\frac{6}{x} = \frac{q + p}{pq}$

বা, $\frac{x}{6} = \frac{pq}{p + q}$

বা, $x = \frac{6pq}{p + q}$

বা, $\frac{x}{3p} = \frac{2q}{p + q}$ [3p দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{x + 3p}{x - 3p} = \frac{2q + p + q}{2q - p - q}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{x + 3p}{x - 3p} = \frac{p + 3q}{q - p}$ ... ... (i)

আবার, $x = \frac{6pq}{p + q}$

বা, $\frac{x}{3q} = \frac{2p}{p + q}$ [3q দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{x + 3q}{x - 3q} = \frac{2p + p + q}{2p - p - q}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{x + 3q}{x - 3q} = \frac{3p + q}{p - q}$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করি,

$\frac{x + 3p}{x - 3p} + \frac{x + 3q}{x - 3q} = \frac{p + 3q}{q - p} + \frac{3p + q}{p - q}$

$= \frac{p + 3q}{q - p} - \frac{3p + q}{q - p}$

$= \frac{p + 3q - 3p - q}{q - p}$

$= \frac{2(q - p)}{(q - p)}$

$= 2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৪ কোনো ত্রিভুজের ভূমি $a = 4$ সে.মি. ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 60°$ এবং অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি $s = 7$ সে.মি.।

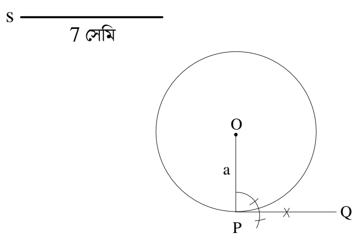
ক. $\frac{s}{2}$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের যেকোনো বিন্দুতে একটি স্পর্শক অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক] ২

খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. একটি একটি রম্বস অঙ্কন কর যার পরিসীমা প্রদত্ত ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান এবং একটি কোণ $\angle x$ এর সমান। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

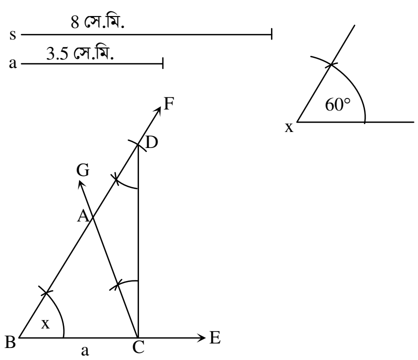
৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, PQ উদ্দিষ্ট স্পর্শক।

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি a = 4 সে.মি., ভূমিসংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 60°$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি s = 7 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

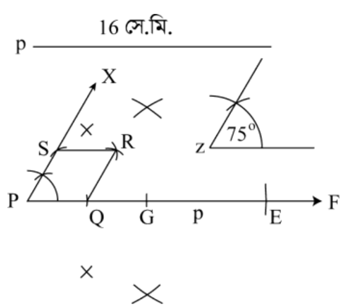
১. যেকোনো একটি রশ্মি BE থেকে ভূমি a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle CBF$ আঁকি।

২. BF রশ্মি থেকে s এর সমান করে BD অংশ কাটি।

৩. C, D যোগ করি। C বিন্দুতে CD রেখাংশের যে পাশে B বিন্দু আছে সেই পাশে $\angle BDC$ এর সমান $\angle DCG$ আঁকি।

৪. CG রশ্মি BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।
তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



মনে করি, একটি রম্বসের পরিসীমা p = 4 + 7 = 16 সেমি এবং একটি কোণ $\angle x = 60°$ দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

১. যেকোনো রশ্মি PF থেকে p-এর সমান PE কেটে নিই।

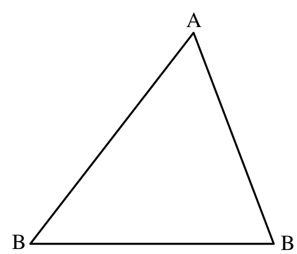
২. PE-কে G বিন্দুতে দ্বিখণ্ডিত করি যেন $PG = \frac{1}{2}p$। আবার PG-কে Q বিন্দুতে দ্বিখণ্ডিত করি যেন $PQ = \frac{1}{4}p$ হয়।

৩. PQ-এর P বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle QPX$ আঁকি।

৪. PX রশ্মি থেকে $\frac{1}{4}$ p-এর সমান PS নিই। Q ও S-কে কেন্দ্র করে $\frac{1}{4}$ p-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle QPS$-এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। ধরি তারা পরস্পরকে R বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. Q, R ও S, R যোগ করি।
তাহলে, PQRS-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

প্রশ্ন ▶ ০৫



চিত্রে $AB > AC$

ক. কোনো বৃত্তের ক্ষেত্রফল 100 বর্গ সে.মি. হলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ২

খ. M ও N যথাক্রমে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $MN \parallel BC$. ৪

গ. $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক BC বাহুকে P বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle APC$ সূক্ষ্মকোণ। ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

প্রশ্নমতে, $\pi r^2 = 100$

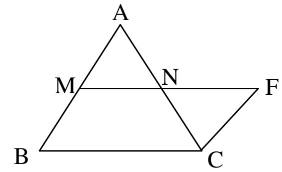
বা, $r^2 = \frac{100}{\pi}$

বা, $r = \sqrt{\frac{100}{3.1416}}$

$\therefore r = 5.642$

$\therefore$ নির্ণেয় ব্যাসার্ধ 5.642 সেমি **(Ans.)**

খ



মনে করি, ABC ত্রিভুজে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N। প্রমাণ করতে হবে যে, $MN \parallel BC$.

অঙ্কন :

M, N যোগ করি। MN কে F পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন NF = MN হয়। C, F যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔAMN ও ΔCNF এর মধ্যে

AN = NC [AC এর মধ্যবিন্দু N]

MN = NF [অঙ্কনানুসারে]

$\angle ANM = \angle CNF$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\Delta AMN \cong \Delta CNF$ [বাহু–কোণ–বাহু উপপাদ্য]

$\therefore \angle AMN = \angle NFC$

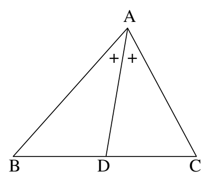
এবং $\angle MAN = \angle NCF$ [একান্তর কোণ]

সুতরাং, MF ∥ BC বা MN ∥ BC

$\therefore$ MN ∥ BC **(প্রমাণিত)**

গ

বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABC একটি ত্রিভুজ। এর AB > AC. $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AP, BC বাহুকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle APC$ সূক্ষ্মকোণ।



প্রমাণ :

ধাপ-১. $\angle BAP = \angle CAP$. [$\because$ AP রেখা $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক]

ধাপ-২. আবার ΔABC-এ

AB > AC [অঙ্কনানুসারে]

$\therefore \angle ACB > \angle ABC.$

বা, $\angle ACP > \angle ABP$

ধাপ-৩. ΔABP এ

$\angle ABP + \angle APB + \angle BAP = 180°$

[$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = 180°]

ধাপ-৪. ΔAPC এ, $\angle ACP + \angle APC + \angle CAP = 180°$

$\therefore \angle ABP + \angle APB + \angle BAP = \angle ACP + \angle APC + \angle CAP$

বা, $\angle ABP + \angle APB = \angle ACP + \angle APC$ [$\because \angle CAP = \angle BAP$]

ধাপ-৫. যেহেতু $\angle ACP > \angle ABP$

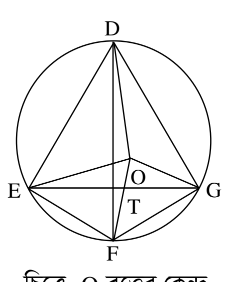
$\therefore \angle APB > \angle APC$

কিন্তু $\angle APB + \angle APC$ = দুই সমকোণ

$\therefore \angle APB$ > এক সমকোণ

$\therefore \angle APC$ সূক্ষ্মকোণ। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৬



চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র

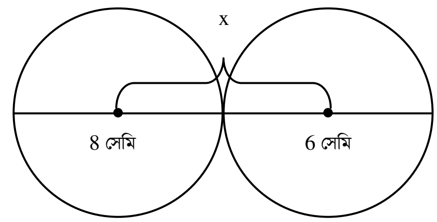
ক. দুইটি বৃত্তের ব্যাস যথাক্রমে ৪ সেমি. এবং 6 সেমি.। বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে বিহঃস্পর্শ করলে কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle EDG + \angle EFG$ = দুই সমকোণ। ৪

গ. DF এবং EG কর্ণদ্বয় পরস্পর T বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle DOE + \angle FOG = 2\angle DTE$। ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



প্রথম বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r_1 = \frac{8}{2} = 4$ সেমি

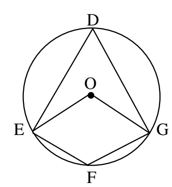
দ্বিতীয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r_2 = \frac{6}{2} = 3$ সেমি

$\therefore$ কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $x = r_1 + r_2$

$= (4 + 3)$ সেমি

$= 7$ সেমি **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে DEFG চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle EDG + \angle EFG$ = দুই সমকোণ।

প্রমাণ :

ধাপ-১. একই চাপ EDG এর উপর দণ্ডায়মান

বৃত্তস্থ কোণ $\angle EFG = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle EOG$)

[$\because$ বৃত্তের যেকোনো চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

ধাপ-২. আবার, একই চাপ EFG এর উপর দণ্ডায়মান

বৃত্তস্থ কোণ $\angle EDG = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle EOG$)

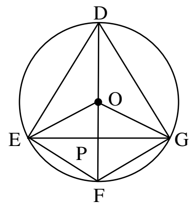
ধাপ-৩. $\angle EFG + \angle EDG = \frac{1}{2}$ কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle EOG$

$+ \frac{1}{2}$ কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle EMG$

বা, $\angle EDG + \angle EFG = \frac{1}{2} \times 360° = 180°$

$\therefore \angle EDG + \angle EFG$ = দুই সমকোণ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তে DEFG একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। এর DF ও EG কর্ণদ্বয় পরস্পরকে T বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle DOE + \angle FOG = 2\angle DTE$.

প্রমাণ :

ধাপ-১. DE চাপের উপর অবস্থিত $\angle DOE = 2\ \angle DGE$
[বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ-২. FG চাপের উপর অবস্থিত
$\angle FOG = 2\ \angle FDG$ [একই কারণে]

ধাপ-৩. $\angle DOE + \angle FOG$
$= 2(\angle DGE + \angle FDG)$ [ধাপ (১) ও (২) হতে]
$= 2(\angle DGT + \angle GDT)$

ধাপ-৪. ΔGDT এর বহিঃস্থ $\angle DTE$ = অন্তঃস্থ $(\angle DGT + \angle GDT)$ [ধাপ (৩) হতে]

$\therefore \angle DOE + \angle FOG = 2\angle DTE$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৭ $\cot\theta + \cos\theta = m$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = n$

ক. $\theta = 60°$ হলে $3\sin\theta - 4\sin^3\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\dfrac{m}{n} = \dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ হলে $\tan\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $(m^2 - n^2)^2 = 16\,mn$ ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক $3\sin\theta - 4\sin^3\theta$

$= 3\sin60° - 4\sin^3 60°$ [$\because \theta = 60°$]

$= 3 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} - 4 \times \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$

$= \dfrac{3\sqrt{3}}{2} - \dfrac{12\sqrt{3}}{8}$

$= \dfrac{3\sqrt{3}}{2} - \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

$= 0$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $\dfrac{m}{n} = \dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\dfrac{\cot\theta + \cos\theta}{\cot\theta - \cos\theta} = \dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ [উদ্দীপক হতে মান বসিয়ে]

বা, $\dfrac{\cot\theta + \cos\theta + \cot\theta - \cos\theta}{\cot\theta + \cos\theta - \cot\theta + \cos\theta} = \dfrac{2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\dfrac{2\cot\theta}{2\cos\theta} = \dfrac{4}{2\sqrt{3}}$

বা, $\dfrac{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}}{\cos\theta} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta} \times \dfrac{1}{\cos\theta} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\dfrac{1}{\sin\theta} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin60°$

$\therefore \theta = 60°$ [$\because 0° < \theta < 90°$]

$\therefore \tan\theta = \tan 60° = \sqrt{3}$ **(Ans.)**

গ বামপক্ষ $= (m^2 - n^2)^2$

$= \{(\cot\theta + \cos\theta)^2 - (\cot\theta - \cos\theta)^2\}^2$

[m ও n এর মান বসিয়ে]

$= (4\cot\theta\,.\,\cos\theta)^2$ [$\because (m+n)^2 - (m-n)^2 = 4mn$]

$= 16(\cot^2\theta\,.\,\cos^2\theta)$

$= 16\{\cot^2\theta\,(1 - \sin^2\theta)\}$

$= 16(\cot^2\theta - \cot^2\theta\,.\,\sin^2\theta)$

$= 16\left(\cot^2\theta - \dfrac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}\,.\,\sin^2\theta\right)$

$= 16(\cot^2\theta - \cos^2\theta)$

$= 16(\cot\theta + \cos\theta)\,(\cot\theta - \cos\theta)$

$= 16mn$ [উদ্দীপক হতে মান বসিয়ে]

= ডানপক্ষ

$\therefore (m^2 - n^2)^2 = 16mn$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৮ (*i*) 60 মিটার লম্বা একটি গাছ ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণভাবে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30° থেকে 45° হয়।

(*ii*) কোনো স্থান থেকে একটি মিনারের দিকে 40 মিটার এগিয়ে আসলে মিনারের শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° থেকে 45° হয়।

ক. $\sin(90° - \theta) = \dfrac{3}{5}$ হলে $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. ভাঙ্গা অংশ গোড়া থেকে কত দূরে ভূমি স্পর্শ করবে নির্ণয় কর। ৪

গ. মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sin(90° - \theta) = \dfrac{3}{5}$

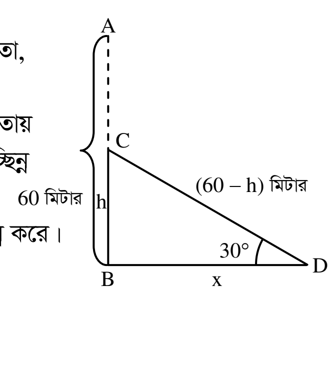
বা, $\cos\theta = \dfrac{3}{5}$

বা, $\cos^2\theta = \dfrac{9}{25}$

বা, $1 - \sin^2\theta = \dfrac{9}{25}$ বা, $\sin^2\theta = 1 - \dfrac{9}{25} = \dfrac{16}{25}$

$\therefore \sin\theta = \dfrac{4}{5}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, গাছটির উচ্চতা, AB = 60 মিটার। গাছটি BC = h মিটার উচ্চতায় ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণভাবে বিচ্ছিন্ন না হয়ে BD ভূমির সাথে $\angle BDC = 30°$ কোণ উৎপন্ন করে। যেখানে, BD = x মিটার।



ΔBCD এ, $\sin\angle BDC = \frac{BC}{CD}$

বা, $\sin 30° = \frac{h}{60-h}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{h}{60-h}$

বা, $60 - h = 2h$ বা, $3h = 60$ $\therefore h = 20$

আবার, ΔBCD এ, $\tan\angle BDC = \frac{BC}{BD}$

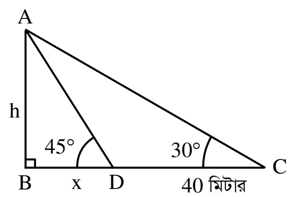
বা, $\tan 30° = \frac{20}{x}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{20}{x}$

$\therefore x = 20\sqrt{3}$

$\therefore$ ভাঙা অংশ গোড়া থেকে প্রায় $20\sqrt{3}$ মিটার দূরে ভূমি স্পর্শ করবে।

গ ধরি, মিনারটির উচ্চতা,

AB = h মিটার।



ΔABD এ, $\tan\angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 45° = \frac{h}{x}$

বা, $1 = \frac{h}{x}$

$\therefore h = x$

আবার, ΔABC এ, $\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{40+x}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{40+h}$ $[\because h = x]$

বা, $40 + h = \sqrt{3}h$ বা, $40 = (\sqrt{3}-1)h$

$\therefore h = \frac{40}{\sqrt{3}-1} \approx 54.64$

$\therefore$ মিনারটির উচ্চতা 54.64 মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৯ (*i*) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 1 মিটার হ্রাস পেলে ক্ষেত্রফল $\sqrt{3}$ বর্গমিটার হ্রাস পায়।

(*ii*) একটি রম্বসের ক্ষেত্রফল 1944 বর্গ সেমি. এবং বৃহত্তম কর্ণ 72 সেমি.।

ক. একটি বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 60° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তের ব্যাস 110 সেমি. হলে বৃত্তচাপটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. সমবাহু ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. রম্বসটির পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, বৃত্তচাপটির কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, $\theta = 60°$

বৃত্তের ব্যাস = 110 সেমি

$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r = \frac{110}{2}$ সেমি = 55 সেমি

আমরা জানি, বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য, $s = \frac{\theta \times \pi r}{180}$ একক

$= \frac{60 \times \pi \times 55}{180}$ সেমি

= 57.6 সেমি (প্রায়) **(Ans.)**

খ মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য = a মিটার

$\therefore$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গমিটার

ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 1 মিটার হ্রাস পেলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}(a-1)^2$ বর্গমিটার

প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}(a-1)^2 = \sqrt{3}$

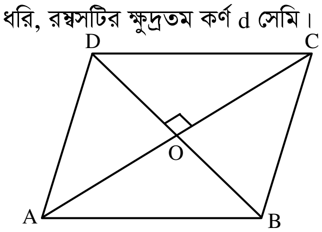
বা, $\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2 - a^2 + 2a - 1) = \sqrt{3}$

বা, $2a - 1 = 4$ বা, $2a = 5$ $\therefore a = 2.5$

$\therefore$ ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2.5 মিটার। **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, রম্বসের ক্ষেত্রফল 1944 বর্গ সেমি এবং বৃহত্তম কর্ণ 72 সেমি। ধরি, রম্বসটির ক্ষুদ্রতম কর্ণ d সেমি।

$\therefore$ রম্বসটির ক্ষেত্রফল,



$\frac{1}{2} \times 72 \times d = 1944$

$\therefore d = \frac{1944}{36} = 54$ সেমি

ABCD রম্বসের কর্ণ AC = 72 সেমি ও কর্ণ BD = 54 সেমি।

আমরা জানি, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$\therefore OA = \frac{AC}{2} = \frac{72}{2} = 36$ সেমি

এবং $OB = \frac{BD}{2} = \frac{54}{2} = 27$ সেমি

ΔAOB সমকোণী ত্রিভুজে,

$AB^2 = OA^2 + OB^2 = 36^2 + 27^2 = 2025$

$\therefore AB = \sqrt{2025} = 45$ সেমি

$\therefore$ রম্বসের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 45 সেমি

$\therefore$ রম্বসের পরিসীমা $= (4 \times 45)$ সেমি

= 180 সেমি **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ ১০ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
গণসংখ্যা	6	10	18	8	5	3

ক. কোনো উপাত্তের পরিসর 55 এবং সর্বনিম্ন মান 43 হলে সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর। ২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, উপাত্তের পরিসর = 55

সর্বনিম্ন মান = 43

আমরা জানি, পরিসর = (সর্বোচ্চ মান – সর্বনিম্ন মান) + 1

বা, 55 = (সর্বোচ্চ মান – 43) + 1

বা, 54 = সর্বোচ্চ মান – 43

$\therefore$ সর্বোচ্চ মান = 54 + 43 = 97 **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

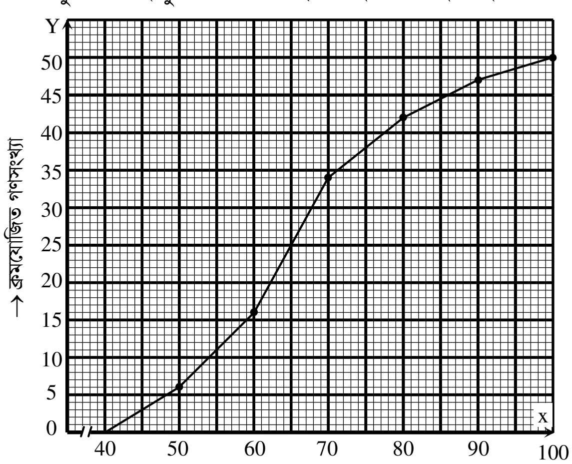
শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
41 – 50	45.5	6	– 2	– 12
51 – 60	55.5	10	– 1	– 10
61 – 70	65.5←a	18	0	0
71 – 80	75.5	8	1	8
81 – 90	85.5	5	2	10
91 – 100	95.5	3	3	9
		n = 50		$\Sigma f_iu_i = 5$

∴ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h = 65.5 + \frac{5}{50} \times 10 = 66.5$ **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
41 – 50	6	6
51 – 60	10	16
61 – 70	18	34
71 – 80	8	42
81 – 90	5	47
91 – 100	3	50

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 40 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা

প্রশ্ন ▸ ১১ কোনো শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	40–44	45–49	50–54	55–59	60–64	65–69
গণসংখ্যা	6	10	12	20	8	4

ক. প্রচুরক শ্রেণি উল্লেখপূর্বক তার মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সর্বাধিক 20 জন শিক্ষার্থীর ওজনের শ্রেণিসীমা (55 – 59) কেজি। অর্থাৎ, প্রচুরক শ্রেণি : (55 – 59)

∴ প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{55 + 59}{2} = \frac{114}{2} = 57$ **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
40 – 44	6	6
45 – 49	10	16
50 – 54	12	28
55 – 59	20	48
60 – 64	8	56
65 – 69	4	60

এখানে, $n = 60 \therefore \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 30 তম পদের মান।

30-তম পদের অবস্থান হবে (55 – 59) শ্রেণিতে।

∴ মধ্যক শ্রেণি হলো (55 – 59)।

সুতরাং $L = 55, F_c = 28, f_m = 20, h = 5$

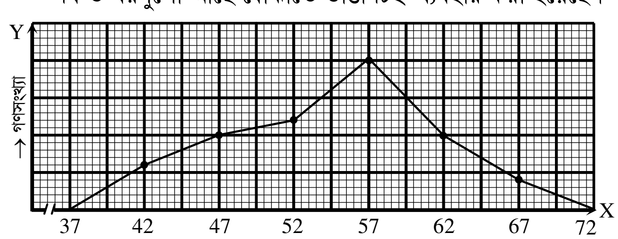
∴ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 55 + (30 - 28) \times \frac{5}{20} = 55.5$ **(Ans.)**

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
40 – 44	42	6
45 – 49	47	10
50 – 54	52	12
55 – 59	57	20
60 – 64	62	8
65 – 69	67	4

এখন ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 37 পযন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ শ্রেণি মধ্যবিন্দু

যশোর বোর্ড-২০২৪

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

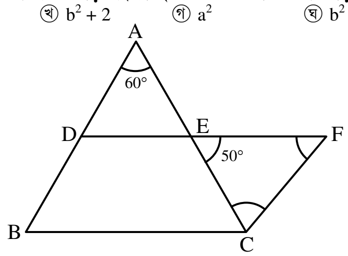
সময় : ৩০ মিনিট — পূর্ণমান : ৩০

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১। **একটি ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য $6\sqrt{3}$ মিটার হলে এর আয়তন–**
ক 36 ঘন মিটার　খ 144 ঘন মিটার
গ 216 ঘন মিটার　ঘ 512 ঘন মিটার

২। **a ও b দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যা হলে নিচের কোনটি বিজোড় সংখ্যা?**
ক $a^2 + 1$　খ $b^2 + 2$　গ a^2　ঘ b^2



DE || BC এবং BD || CF

☐ **উদ্দীপকের চিত্রের আলোকে ৩ ও ৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

৩। **$\angle BDE = ?$**
ক 70°　খ 100°　গ 110°　ঘ 120°

৪। **$\angle ABC + \angle ACB = ?$**
ক 100°　খ 120°　গ 240°　ঘ 300°

৫। **$\sec\theta\sqrt{1 - \cos^2\theta}$ = কত?**
ক $\tan\theta$　খ $\cot\theta$　গ $\sin\theta$　ঘ $\cos\theta$

৬। **যদি $\log_x 16 = 2$ তবে x এর মান কত?**
ক 2　খ ±4　গ 4　ঘ 16

৭। **নিচের কোন শর্তে $a_1x + b_1y = c_1$, $a_2x + b_2y = c_2$ সমীকরণদ্বয় নির্ভরশীল?**
ক $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$　খ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$　গ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$　ঘ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$

৮। **$\frac{x-2}{x-1} = 2 - \frac{1}{x-1}$ সমীকরণের সমাধান সেট নিচের কোনটি?**
ক {1}　খ {∅}　গ { }　ঘ {2}

৯। **$\sin\theta + \cos\theta = a$ হলে $\sin^4\theta + \cos^4\theta$ এর মান কত?**
ক $1 + \frac{1}{2}(a^2 - 1)^2$　খ $1 - \frac{1}{2}(a^2 - 1)^2$
গ $\frac{1}{2}(a^2 - 1)^2$　ঘ $\frac{1}{2}(a^2 + 1)^2$

১০। **১০ম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিতে সর্বনিম্ন নম্বর 35 ও পরিসর 56 হলে সর্বোচ্চ নম্বর কত?**
ক 80　খ 85　গ 96　ঘ 90

১১। **নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :**
i. $3x + 4y = 7$ এবং $4x - y = 3$ সমীকরণ দুটি পরস্পর অনির্ভরশীল।
ii. $4x + 5y = 0$ এর লেখচিত্র মূলবিন্দুগামী।
iii. $y - 2x - 1 = 0$ লেখচিত্র একটি সরলরেখা।
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii　খ ii ও iii　গ i ও iii　ঘ i, ii ও iii

১২। **$\sqrt[4]{x} \times x^{\frac{1}{4}}$ এর মান কোনটি?**
ক $\sqrt{x}$　খ x　গ $x^{\frac{1}{4}}$　ঘ $\sqrt[3]{x}$

১৩। **A = {3, 5, 7}, B = {4, 5, 7} হলে–**
i. $A \cap B = \{5, 7\}$　ii. $P(A \cup B)$ এর উপাদান সংখ্যা 16　iii. $A \setminus B = \{3, 4\}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii　খ i ও iii　গ ii ও iii　ঘ i, ii ও iii

১৪। **$1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + 50^2$ = কত?**
ক 1275　খ 42925　গ 1625625　ঘ 54587

১৫। **4 + 8 + 16 + ... ধারাটির সাধারণ পদ নিচের কোনটি?**
ক 2^{n-1}　খ 2^{n-2}　গ 2^{n+1}　ঘ 2^{n+2}

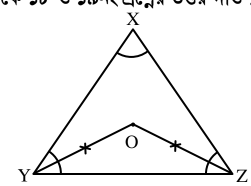
১৬। **146টি আম তিন ভাই এর মধ্যে $\frac{1}{2} : \frac{1}{5} : \frac{1}{9}$ অনুপাতে ভাগ করে দিলে প্রথম ভাই কয়টি আম পাবে?**
ক 90　খ 73　গ 45　ঘ 18

১৭। **নিচের কোনটির নিম্নের ছকটি সঠিক?**

x	0	−1	2
y	−1	−3	3

ক $y = 5x - 1$　খ $y = 4x - 1$　গ $y = 3x - 1$　ঘ $y = 2x - 1$

☐ **উদ্দীপকের আলোকে ১৮ ও ১৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



চিত্রে $\angle X = 70°$, XY = XZ, OY এবং OZ হলো $\angle Y$ ও $\angle Z$ এর সমদ্বিখণ্ডক।

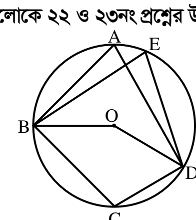
১৮। **$\angle XYZ$ এর মান কত?**
ক 70°　খ 65°　গ 60°　ঘ 55°

১৯। **$\angle YOZ$ এর মান কত?**
ক 55°　খ 110°　গ 125°　ঘ 130°

২০। **একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সেমি ও 8 সেমি হলে তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য কত সেমি?**
ক 6　খ 4　গ 3　ঘ 11

২১। **a + b = 6, a − b = 4 হলে–**
i. $a^2 - b^2 = 24$　ii. $a^2 + b^2 = 26$　iii. $4ab = 20$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii　খ i ও iii　গ ii ও iii　ঘ i, ii ও iii

☐ **উদ্দীপকের চিত্রের আলোকে ২২ ও ২৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



২২। **$\angle BAD$ ও $\angle BED$ এর মধ্যে সম্পর্ক নিচের কোনটি?**
ক $\angle BAD = 2\angle BOD$　খ $\angle BAD = \angle BED$
গ $\angle BAD = 2\angle BED$　ঘ $\angle BAD + 2\angle BED = 180°$

২৩। **যদি $\angle BED = 65°$ হয় তবে $\angle BCD$ = ?**
ক 25°　খ 65°　গ 115°　ঘ 145°

২৪। **20 মিটার লম্বা একটি মই ভূমির সঙ্গে 30° কোণ উৎপন্ন করে একটি দেয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। দেয়ালটির উচ্চতা কত মিটার?**
ক 10　খ 12　গ 20　ঘ 40

২৫। **$\sin(90° - \theta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে θ এর মান কত?**
ক 90°　খ 45°　গ 60°　ঘ 30°

২৬। **স্থূলকোণী ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র কোথায় অবস্থান করে?**
ক ত্রিভুজের অভ্যন্তরে　খ ত্রিভুজের বহির্ভাগে
গ ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুতে　ঘ ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর উপরে

২৭। **বৃত্তে অন্তর্লিখিত সামান্তরিক একটি–**
ক রম্বস　খ আয়তক্ষেত্র　গ বর্গ　ঘ ট্রাপিজিয়াম

☐ **উদ্দীপকের আলোকে ২৮ ও ২৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

x	61–65	66–70	71–75	76–80	81–85
y	2	8	20	7	3

২৮। **৪র্থ শ্রেণির মধ্যমান কত?**
ক 22.28　খ 38　গ 78　ঘ 83

২৯। **মধ্যক কত?**
ক 68.5　খ 68.6　গ 73.4　ঘ 73.5

৩০। **তিন পাখাবিশিষ্ট একটি ফ্যানের ঘূর্ণন কোণ কত?**
ক 60°　খ 90°　গ 108°　ঘ 120°

■ **খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।**

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

যশোর বোর্ড-২০২৪

০১ সেট

গণিত (সৃজনশীল)

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ–বীজগণিত

১। $x^2 = 5 + 2\sqrt{6}, p = \sqrt{5} - \sqrt{3}$.

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $16a^2 + \frac{1}{16a^2} - 2 + 16a - \frac{1}{a}$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x^6 - 1}{x} - \sqrt{2}\left(\frac{x^4 + 1}{x^2}\right) = 12\sqrt{2}$. ৪

গ. $p^3 - \frac{8}{p^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

২। p, q, r ক্রমিক সমানুপাতী এবং $\frac{14}{y} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$

ক. $\log_x 400 = 4$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^8q^8r^8\left(\frac{1}{p^{12}} + \frac{1}{q^{12}} + \frac{1}{r^{12}}\right) = p^{12} + q^{12} + r^{12}$. ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{y + 7m}{y - 7m} + \frac{y + 7n}{y - 7n} = 2$; যেখানে $m \neq n$ ৪

৩। $3x + 2y = 10, 2x - 3y = -2$ দুইটি সরল সমীকরণ।

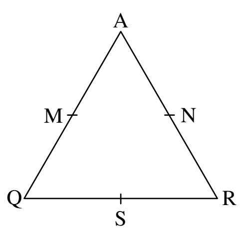
ক. সমীকরণ জোটটির প্রকৃতি নির্ণয় কর। ২

খ. সমীকরণ দুটিকে আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে $(3x, 3y)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. উক্ত সমীকরণদ্বয় x অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ–জ্যামিতি

৪।



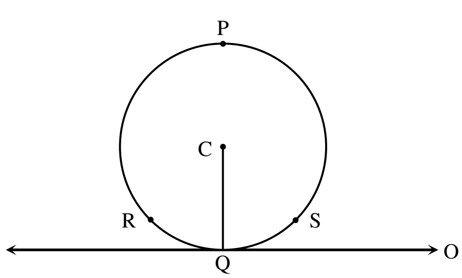
PQ, PR এবং QR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M, N, S.

ক. প্রমাণ কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পর পূরক কোণ। ২

খ. দেখাও যে, $MN \parallel QR$ এবং $MN = \frac{1}{2} QR$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$. ৪

৫।



চিত্রে QR স্পর্শক এবং CQ স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

ক. চিত্র হতে $CQ = 3.5$cm হলে বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle RCS = 2\angle RPS$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $QO \perp CQ$. ৪

৬। $p = 11$ সে. মি., $\angle x = 55°$ এবং $\angle y = 60°$.

ক. চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সে. মি., 6 সে. মি., 7 সে. মি. ও 8 সে. মি. এবং একটি কোণ 60° হলে চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. কোনো ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় $\angle x$ ও $\angle y$ এবং পরিসীমা p হলে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. এমন একটি রম্বস অঙ্কন কর যার একটি কোণ $\frac{\angle y}{2}$ এবং পরিসীমা p। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ বিভাগ–ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭। (i) $\cos p + \cot p = x$ এবং $\cot p - \cos p = y$.
(ii) $2\sin^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$.

ক. জ্যামিতিকভাবে প্রমাণ কর যে, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$. ২

খ. (i) নং তথ্যের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{x^2 - y^2}{\sqrt{xy}} = 4$. ৪

গ. (ii) নং তথ্যের আলোকে θ-এর মান নির্ণয় কর, যেখানে $0° < \theta < 90°$. ৪

৮। একটি মিনারের শীর্ষ হতে 16 মি. দূরে ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 30°.

ক. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{1 + \cos^2 A} + \frac{1}{1 + \sec^2 A} = 1$. ২

খ. মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি মিনারটির উচ্চতা $8\sqrt{3}$ মিটার এবং ঐ বিন্দু হতে মিনারের দিকে 5.86 মিটার এগিয়ে আসলে উক্ত বিন্দুতে মিনারের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ নির্ণয় কর। ৪

৯। লোহার তৈরি একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 3 : 2 : 2 এবং আয়তন 768 ঘনমিটার। ঘনবস্তুটিকে গলিয়ে একটি বেলনাকার ফাঁপা পাইপ তৈরি করা হলো, যার ভিতরের ও বাইরের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 5 সে. মি. ও 6 সে. মি.।

ক. কোনো ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গড় 11 সে. মি. এবং ক্ষেত্রফল 121 বর্গ সে. মি. হলে এর সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর। ২

খ. আয়তাকার ঘনবস্তুটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. লোহার পাইপটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

ঘ বিভাগ–পরিসংখ্যান

১০। কোনো স্কুলের একটি শ্রেণির বার্ষিক পরীক্ষায় গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
গণসংখ্যা	4	10	15	12	6	3

ক. প্রচুরক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১। দশম শ্রেণির নির্বাচনি পরীক্ষায় 32 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ :

72, 48, 37, 56, 67, 74, 82, 36, 45, 42, 66, 55, 72, 86, 51, 69, 77, 91, 62, 79, 38, 53, 60, 74, 58, 65, 72, 73, 56, 42, 85, 54.

ক. শ্রেণিব্যাপ্তি 7 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর																														
	১	গ	২	ক	৩	গ	৪	খ	৫	ক	৬	গ	৭	ক	৮	গ	৯	খ	১০	ঘ	১১	ঘ	১২	ক	১৩	ক	১৪	খ	১৫	গ
	১৬	ক	১৭	ঘ	১৮	ঘ	১৯	গ	২০	ক	২১	ঘ	২২	খ	২৩	গ	২৪	ক	২৫	ঘ	২৬	খ	২৭	খ	২৮	গ	২৯	ঘ	৩০	ঘ

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▸ ০১ $x^2 = 5 + 2\sqrt{6}, p = \sqrt{5} - \sqrt{3}.$

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $16a^2 + \frac{1}{16a^2} - 2 + 16a - \frac{1}{a}.$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x^6 - 1}{x} - \sqrt{2}\left(\frac{x^4 + 1}{x^2}\right) = 12\sqrt{2}.$ ৪

গ. $p^3 - \frac{8}{p^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক $16a^2 + \frac{1}{16a^2} - 2 + 16a - \frac{1}{a}$

$= (4a)^2 + \left(\frac{1}{4a}\right)^2 - 2.4a.\frac{1}{4a} + 4\left(4a - \frac{1}{4a}\right)$

$= \left(4a - \frac{1}{4a}\right)^2 + 4\left(4a - \frac{1}{4a}\right)$

$= \left(4a - \frac{1}{4a}\right)\left(4a - \frac{1}{4a} + 4\right)$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $x^2 = 5 + 2\sqrt{6}$

$= 3 + 2\sqrt{3 \times 2} + 2$

$= (\sqrt{3})^2 + 2 . \sqrt{3} . \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$

$= (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

$\therefore x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

আবার, $\frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$

$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

$\therefore x - \frac{1}{x} = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) - (\sqrt{3} - \sqrt{2})$

$= \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

বামপক্ষ $= \frac{x^6 - 1}{x^3} - \sqrt{2}\left(\frac{x^4 + 1}{x^2}\right)$

$= \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) - \sqrt{2}\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$

$= \left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)\right\} - \sqrt{2}\left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2.x.\frac{1}{x}\right\}$

$= \{(2\sqrt{2})^3 + 3.\ 2\sqrt{2}\} - \sqrt{2}\{(2\sqrt{2})^2 + 2\}$

$= 8 \times 2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - \sqrt{2}\ (8 + 2)$

$= 16\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 10\sqrt{2}$

$= 22\sqrt{2} - 10\sqrt{2}$

$= 12\sqrt{2}$

= ডানপক্ষ

$\therefore \frac{x^6 - 1}{x^3} - \sqrt{2}\left(\frac{x^4 + 1}{x^2}\right) = 12\sqrt{2}.$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $p = \sqrt{5} - \sqrt{3}$

বা, $\frac{1}{p} = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ [ব্যস্তকরণ করে]

$= \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})}$ [লব ও হরকে $(\sqrt{5} + \sqrt{3}$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}$

$= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{5 - 3}$

$= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}$

$\therefore \frac{2}{p} = 2.\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}$

$= \sqrt{5} + \sqrt{3}$

$\therefore p - \frac{2}{p} = \sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{5} - \sqrt{3}$

$= -2\sqrt{3}$

এখন, $p^3 - \frac{8}{p^3} = (p)^3 - \left(\frac{2}{p}\right)^3$

$= \left(p - \frac{2}{p}\right)^3 + 3.p.\frac{2}{p}\left(p - \frac{2}{p}\right)$

$= \left(p - \frac{2}{p}\right)^3 - 6\left(p - \frac{2}{p}\right)$

$= (-2\sqrt{3})^3 - 6(-2\sqrt{3})$

$= -8.3\sqrt{3} + 12\sqrt{3}$

$= -24\sqrt{3} + 12\sqrt{3}$

$= -12\sqrt{3}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ০২ p, q, r ক্রমিক সমানুপাতী এবং $\frac{14}{y} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$

ক. $\log_x 400 = 4$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^8q^8r^8\left(\frac{1}{p^{12}} + \frac{1}{q^{12}} + \frac{1}{r^{12}}\right) = p^{12} + q^{12} + r^{12}.$ ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{y + 7m}{y - 7m} + \frac{y + 7n}{y - 7n} = 2$; যেখানে $m \neq n$ ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\log_x 400 = 4$

বা, $400 = x^4$

বা, $x^4 = (2\sqrt{5})^4$

$\therefore x = 2\sqrt{5}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, p, q, r ক্রমিক সমানুপাতি।

অর্থাৎ, $p : q = q : r$

বা, $\frac{p}{q} = \frac{q}{r}$

$\therefore q^2 = pr$

বামপক্ষ $= p^8q^8r^8\left(\frac{1}{p^{12}}+\frac{1}{q^{12}}+\frac{1}{r^{12}}\right)$

$= \frac{p^8q^8r^8}{p^{12}} + \frac{p^8q^8r^8}{q^{12}} + \frac{p^8q^8r^8}{r^{12}}$

$= \frac{q^8r^8}{p^4} + \frac{p^8r^8}{q^4} + \frac{p^8q^8}{r^4}$

$= \frac{(q^2)^4 r^8}{p^4} + \frac{p^8r^8}{(q^2)^2} + \frac{p^8(q^2)^4}{r^4}$

$= \frac{(pr)^4 r^8}{p^4} + \frac{p^8r^8}{(pr)^2} + \frac{p^8(pr)^4}{r^4}$

$= \frac{p^4r^4r^8}{p^4} + \frac{p^8r^8}{p^2r^2} + \frac{p^8p^4r^4}{r^4}$ $[\because q^2 = pr]$

$= r^{12} + (pr)^6 + p^{12}$

$= r^{12} + (q^2)^6 + p^{12}$

$= p^{12} + q^{12} + r^{12}$

= ডানপক্ষ

$\therefore p^8q^8r^8\left(\frac{1}{p^{12}}+\frac{1}{q^{12}}+\frac{1}{r^{12}}\right) = p^{12}+q^{12}+r^{12}$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$\frac{14}{y} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$

বা, $\frac{14}{y} = \frac{n+m}{mn}$

বা, $y = \frac{14mn}{m+n} = \frac{7m.2n}{m+n}$

বা, $\frac{y}{7m} = \frac{2n}{m+n}$

বা, $\frac{y+7m}{y-7m} = \frac{2n+m+n}{2n-m-n}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{y+7m}{y-7m} = \frac{3n+m}{n-m}$

আবার, $y = \frac{14mn}{m+n} = \frac{7n.2m}{m+n}$

বা, $\frac{y}{7n} = \frac{2m}{m+n}$

বা, $\frac{y+7n}{y-7n} = \frac{2m+m+n}{2m-m-n}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{y+7n}{y-7n} = \frac{3m+n}{m-n}$

এখন, $\frac{y+7m}{y-7m} + \frac{y+7n}{y-7n}$

$= \frac{3n+m}{n-m} + \frac{3m+n}{m-n}$

$= \frac{3n+m}{n-m} - \frac{3m+n}{n-m}$

$= \frac{3n+m-3m-n}{n-m}$

$= \frac{2n-2m}{n-m} = \frac{2(n-m)}{(n-m)} = 2$

$\therefore \frac{y+7m}{y-7m} + \frac{y+7n}{y-7n} = 2$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ০৩ $3x + 2y = 10, 2x - 3y = -2$ দুইটি সরল সমীকরণ।

ক. সমীকরণ জোটটির প্রকৃতি নির্ণয় কর। ২

খ. সমীকরণ দুটিকে আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে $(3x, 3y)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. উক্ত সমীকরণদ্বয় x অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ জোট : $\left.\begin{array}{l}3x + 2y = 10\\ 2x - 3y = -2\end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{-3}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{10}{-2} = -5$

আমরা পাই, $\frac{3}{2} \neq \frac{2}{-3}$

অতএব, সমীকরণ জোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণ জোটটির একটি মাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

খ দেওয়া আছে,

$3x + 2y = 10$ বা, $3x + 2y - 10 = 0$ ... ... (i)

$2x - 3y = -2$ বা, $2x - 3y + 2 = 0$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) এ আড়গুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$\frac{x}{4-30} = \frac{y}{-20-6} = \frac{1}{-9-4}$

বা, $\frac{x}{-26} = \frac{y}{-26} = \frac{1}{-13}$

$\therefore \frac{x}{-26} = \frac{1}{-13}$

বা, $x = \frac{-26}{-13} = 2$

এবং $\frac{y}{-26} = \frac{1}{-13}$

বা, $y = \frac{-26}{-13} = 2$

$\therefore (3x, 3y) = (3.2, 3.2) = (6, 6)$ **(Ans.)**

গ প্রদত্ত সমীকরণ জোট : $3x + 2y = 10$ ... ... (i)

$2x - 3y = -2$ ... ... (ii)

(i)নং সমীকরণ হতে পাই,

$3x + 2y = 10$ বা, $2y = 10 - 3x$ $\therefore y = \frac{10-3x}{2}$

এখন, সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে, y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	-2	0	2
y	8	5	2

আবার (ii)নং সমীকরণ হতে পাই,

$2x - 3y = -2$ বা, $3y = 2 + 2x$ $\therefore y = \frac{2+2x}{3}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	-1	2	5
y	0	2	4

এখন, ছক কাগজের XOX′ বরাবর X-অক্ষ এবং YOY′ বরাবর Y-অক্ষ এবং O মুলবিন্দু নিই। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 2 বাহুর দৈর্ঘ্যেকে একক ধরি।

ছক কাগজে সমীকরণ (i) নং হতে প্রাপ্ত $(-2, 8), (0, 5)$ ও $(2, 2)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও পরপর বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা।

একইভাবে সমীকরণ (ii) নং হতে প্রাপ্ত $(-1, 0), (2, 2)$ ও $(5, 4)$

বিন্দুগুলো স্থাপন করে পরস্পর যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা যা পূর্বের সরলরেখাকে P বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে পাই, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 2)

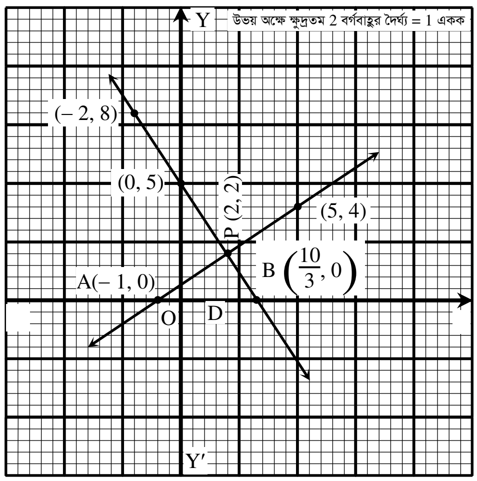
সরলরেখাদ্বয় x-অক্ষের সাথে PAB ত্রিভুজ গঠন করেছে।

ছক কাগজ থেকে পাই,

ΔPAB এর ভূমি, $AB = \frac{10}{3} - (-1) = \frac{13}{3}$

এবং উচ্চতা, PD = 2 একক

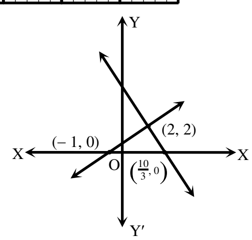
$\therefore \Delta PAB$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \frac{13}{3} \times 2 = \frac{13}{3}$ বর্গ একক **(Ans.)**



বিকল্প সমাধান :

'খ' হতে,

রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু (2, 2)



(i) নং হতে, $3x + 2y = 10$

$\therefore \frac{x}{\frac{10}{3}} + \frac{y}{5} = 1$

$\therefore$ রেখাটি x অক্ষকে $\left(\frac{10}{3}, 0\right)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

(ii) নং হতে,

$2x - 3y = -2$

বা, $\frac{\frac{x}{-2}}{2} + \frac{\frac{y}{-2}}{-3} = 1$

$\therefore \frac{x}{(-1)} + \frac{y}{\left(\frac{2}{3}\right)} = 1$

$\therefore$ রেখাটি x অক্ষকে $(-1, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

x অক্ষের সাথে (2, 2), (– 1, 0) ও $\left(\frac{10}{3}, 0\right)$ বিন্দুগুলো ত্রিভুজ গঠন করে।

$\therefore$ নির্ণেয় ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1 & \frac{10}{3} & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গএকক

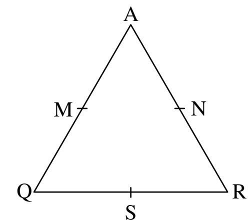
$= \frac{1}{2}\left(-0 + \frac{20}{3} + 0 - 0 - 0 + 2\right)$ বর্গএকক

$= \frac{1}{2}\left(\frac{20}{3} + 2\right)$ বর্গএকক

$= \left(\frac{10}{2} + 1\right)$ বর্গএকক

$= \frac{13}{3}$ বর্গএকক **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৪



PQ, *PR* এবং *QR* এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে *M*, *N*, *S*.

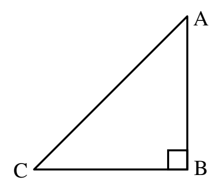
ক. প্রমাণ কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পর পূরক কোণ। ২

খ. দেখাও যে, $MN \parallel QR$ এবং $MN = \frac{1}{2} QR$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + PR^2 = 2\,(PS^2 + QS^2)$. ৪

<u>৪নং প্রশ্নের সমাধান</u>

ক



মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle B = 90°$

আমরা জানি,

ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°

ΔABC-এ,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

বা, $\angle A + 90° + \angle C = 180°$

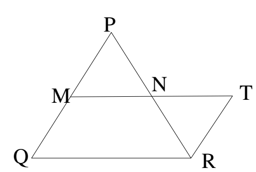
বা, $\angle A + \angle C = 180° - 90°$

$\therefore \angle A + \angle C = 90°$

যেহেতু, $\angle A$ ও $\angle C$ এর সমষ্টি 90°.

$\therefore$ পূরক কোণের সংজ্ঞানুসারে $\angle A$ ও $\angle C$ পরস্পর পূরক কোণ। অর্থাৎ, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পর পূরক কোণ। **(প্রমাণিত)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔPQR-এ PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দুদ্বয় যথাক্রমে M ও N-এর সংযোজক রেখাংশ MN. প্রমাণ করতে হবে যে, $MN \parallel QR$ এবং $MN = \frac{1}{2} QR$.

অঙ্কন : MN-কে T পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন MN = NT হয়। T, R যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔPMN ও ΔNRT-এ

$PN = NR$ [N, PR-এর মধ্যবিন্দু]

$MN = NT$ [অঙ্কন অনুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle PNM =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle RNT$ [বিপ্রতীপ কোণ]

অতএব, $\Delta PMN \cong \Delta NRT$

$PM = TR = QM$ এবং

$\angle MPN = \angle NRT$ [একান্তর কোণ]

$\therefore$ $PM \parallel TR$ অর্থাৎ $PQ \parallel TR$

ধাপ-২. আবার, $QM = TR$

সুতরাং, QMTR একটি সামান্তরিক

ধাপ-৩. অতএব, $MT \parallel QR$,

[সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় সমান ও সমান্তরাল]

$MN \parallel QR$ এবং

$MT = QR$

বা, $MN + NT = QR$

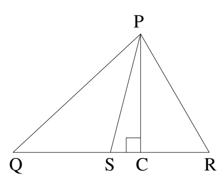
বা, $MN + MN = QR$ [(১) থেকে]

বা, $2MN = QR$

$\therefore MN = \frac{1}{2} QR$

সুতরাং $MN \parallel QR$ এবং $MN = \frac{1}{2} QR$ **(দেখানো হলো)**

গ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔQPR-এ QR-এর মধ্যবিন্দু S।

প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$

অঙ্কন : P বিন্দু থেকে QR এর উপর PD লম্ব টানি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ΔPSD-এ $\angle PDS = 90°$ এবং অতিভুজ PS

$PS^2 = PD^2 + DS^2$

$\therefore PD^2 = PS^2 - DS^2$

ধাপ-২ : ΔPQD-এ $\angle PDQ = 90°$ এবং অতিভুজ PQ

$\therefore PQ^2 = PD^2 + DQ^2$

$= PS^2 - DS^2 + (DS + SQ)^2$ [ধাপ (১) হতে]

$= PS^2 - DS^2 + DS^2 + 2DS.\ SQ + SQ^2$

$= PS^2 + 2DS.SQ + SQ^2$

ধাপ-৩ : ΔPRD-এ $\angle PDR = 90°$ এবং অতিভুজ PR

$\therefore PR^2 = PD^2 + RD^2$

$= PS^2 - DS^2 + (SR - DS)^2$ [$\therefore RD = SR - DS$]

$= PS^2 - DS^2 + SR^2 - 2SR.DS + DS^2$

$= PS^2 + SR^2 - 2SR.DS$.................. (iii)

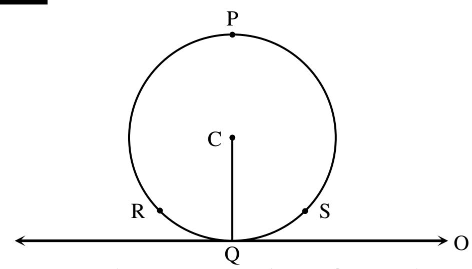
[S, QR এর মধ্যবিন্দু সেহেতু QS = SR]

ধাপ-৪ : $PQ^2 + PR^2 = PS^2 + 2DS.SQ + SQ^2 + PS^2 + SR^2 - 2SR.DS$ [ধাপ (২) ও ধাপ (৩) হতে]

বা, $PQ^2 + PR^2 = 2PS^2 + 2QS^2$

$\therefore PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৫



চিত্রে QR স্পর্শক এবং CQ স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

ক. চিত্র হতে $CQ = 3.5$cm হলে বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle RCS = 2\angle RPS$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $QO \perp CQ$. ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $CQ = r = 3.5$ cm

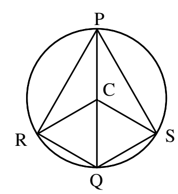
$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ cm^2

$= 3.1416 \times (3.5)^2$ cm^2

$= 38.4846$ cm^2

$\therefore$ নির্ণেয় বৃত্তের ক্ষেত্রফল 38.4846 cm^2 **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন : C কেন্দ্রবিশিষ্ট PRQS বৃত্তের একই উপচাপ RS এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle RPS$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle RCS$।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle RCS = 2\angle RPS$.

অঙ্কন : মনে করি, PS রেখাংশ কেন্দ্রগামী নয়। এক্ষেত্রে P বিন্দু দিয়ে কেন্দ্রগামী রেখাংশ PQ আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔPCR এর বহিঃস্থ কোণ $\angle RCQ = \angle RPC + \angle PRC$

[বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

ধাপ-২. ΔPCR এ $CP = CR$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

অতএব, $\angle RPC = \angle PRC$ [সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণ দুইটি সমান]

ধাপ-৩. $\angle RCQ = 2\angle RPC$ [ধাপ (১) ও (২) থেকে]

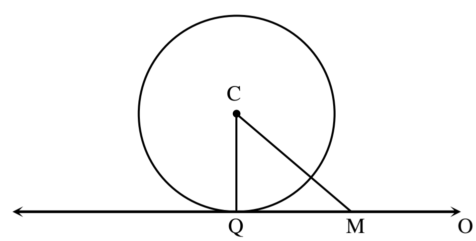
ধাপ-৪. একইভাবে ΔPCS থেকে $\angle SCQ = 2\angle SPC$

ধাপ-৫. ধাপ (৩) ও (৪) থেকে

$\angle RCQ + \angle SCQ = 2\angle RPC + 2\angle SPC$ [যোগ করে]

$\therefore \angle RCS = 2\angle RPS$. **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, C কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের উপরস্থ Q বিন্দুতে QO একটি স্পর্শক এবং CQ স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ। প্রমাণ করতে হবে যে, $QO \perp CQ$.

অঙ্কন : QO স্পর্শকের ওপর যে কোনো একটি বিন্দু M নিই এবং C, M যোগ করি।

প্রমাণ : যেহেতু বৃত্তের Q বিন্দুতে QO একটি স্পর্শক, সেহেতু ঐ Q বিন্দু ব্যতীত QO এর উপরস্থ অন্য সকল বিন্দু বৃত্তের বাইরে থাকবে।

সুতরাং, M বিন্দুটি বৃত্তের বাইরে অবস্থিত।

MC, বৃত্তের ব্যাসার্ধ CQ এর চেয়ে বড়,

অর্থাৎ $MC > CQ$ এবং তা স্পর্শ বিন্দু Q ব্যতীত QO এর উপরস্থ সকল M বিন্দুর জন্য সত্য।

∴ কেন্দ্র C থেকে QO স্পর্শকের ওপর CQ হল ক্ষুদ্রতম দূরত্ব।

কিন্তু, জানা আছে, কোনো সরলরেখার বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে উক্ত সরলরেখা পর্যন্ত যতগুলো রেখাংশ টানা যায় তন্মধ্যে লম্ব রেখাংশটি ক্ষুদ্রতম।

সুতরাং, $QO \perp CQ$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৬ $p = 11$ সে. মি., $\angle x = 55^\circ$ এবং $\angle y = 60^\circ$.

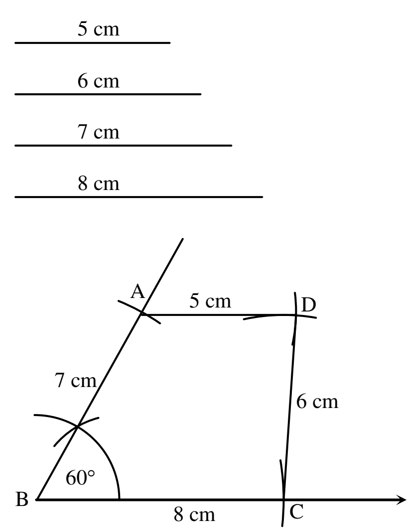
ক. চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সে. মি., 6 সে. মি., 7 সে. মি. ও 8 সে. মি. এবং একটি কোণ 60° হলে চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. কোনো ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় $\angle x$ ও $\angle y$ এবং পরিসীমা p হলে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

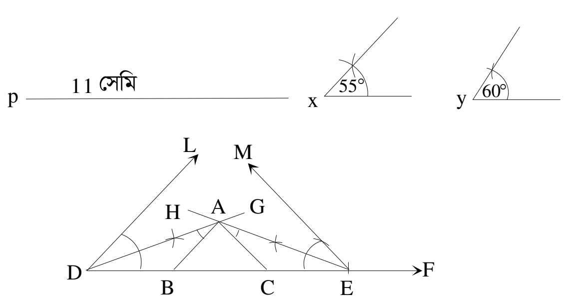
গ. এমন একটি রম্বস অঙ্কন কর যার একটি কোণ $\frac{\angle y}{2}$ এবং পরিসীমা p। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

<u>৬নং প্রশ্নের সমাধান</u>

ক



খ



মনে করি, একটি ত্রিভুজের পরিসীমা p = 11 সেমি এবং ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 55^\circ$ ও $\angle y = 60^\circ$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

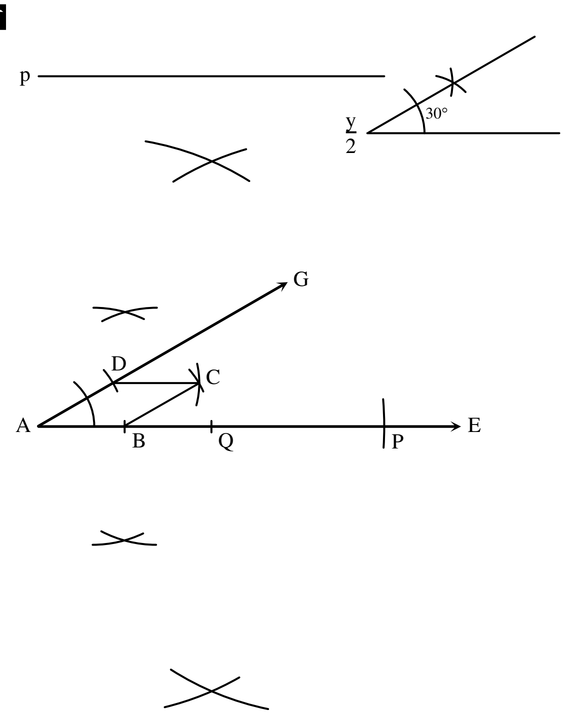
১. যেকোনো একটি রশ্মি DF থেকে পরিসীমা p এর সমান করে DE অংশ কেটে নিই।

২. D ও E বিন্দুতে DE রেখাংশের একই পাশে $\angle x$ এর সমান $\angle EDL$ এবং $\angle y$ এর সমান $\angle DEM$ আঁকি।

৩. কোণ দুইটির সমদ্বিখণ্ডক DG ও EH আঁকি। মনে করি, DG ও EH রশ্মিদ্বয় পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. A বিন্দুতে $\angle ADE$ এর সমান $\angle DAB$ এবং $\angle AED$ এর সমান $\angle EAC$ আঁকি। AB এবং AC রশ্মিদ্বয় DE রেখাংশকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



মনে করি, একটি রম্বসের পরিসীমা p = 11 সেমি এবং একটি কোণ $\frac{\angle y}{2} \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$ দেওয়া আছে, রম্বসটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো একটি রশ্মি AE থেকে পরিসীমা, p = 11 সেমি এর সমান করে AP রেখাংশ কেটে নিই। AP কে Q বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করি। যেখানে AQ = 5.5 সেমি।

(২) আবার AQ কে B বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করি। তাহলে AB = 2.75সেমি।

(৩) AB রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle BAG = \frac{\angle y}{2}$ আঁকি। AG রশ্মি থেকে AD = AB = 2.75 সেমি কেটে নিই।

(৪) B ও D কে কেন্দ্র করে AB = 2.75 সেমি ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle BAD$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৫) B, C ও D, C যোগ করি। তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

প্রশ্ন ▸ ০৭ (*i*) $\cos p + \cot p = x$ এবং $\cot p - \cos p = y$.

(*ii*) $2\sin^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$.

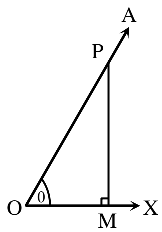
ক. জ্যামিতিকভাবে প্রমাণ কর যে, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$. ২

খ. (*i*) নং তথ্যের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{x^2 - y^2}{\sqrt{xy}} = 4$. ৪

গ. (*ii*) নং তথ্যের আলোকে θ-এর মান নির্ণয় কর, যেখানে $0° < \theta < 90°$. ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, $\angle XOA = \theta$ একটি সূক্ষ্মকোণ।



চিত্রানুযায়ী, $\sec^2\theta = (\sec\theta)^2 = \left(\frac{OP}{OM}\right)^2$

$= \frac{OP^2}{OM^2} = \frac{OM^2 + PM^2}{OM^2}$ [OP সমকোণী ΔPOM এর অতিভুজ বলে]

$= \frac{OM^2}{OM^2} + \frac{PM^2}{OM^2}$

$= 1 + \left(\frac{PM}{OM}\right)^2$

$= 1 + (\tan\theta)^2 = 1 + \tan^2\theta$

$\therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ **(প্রমাণিত)**

খ দেওয়া আছে, $\cos p + \cot p = x$

এবং $\cot p - \cos p = y$

এখন, $x^2 - y^2 = (\cos p + \cot p)^2 - (\cot p - \cos p)^2$

$= 4 \cot p \cos p$

$= 4\sqrt{\cot^2 p \cos^2 p}$

$= 4\sqrt{\cot^2 p(1 - \sin^2 p)}$

$= 4\sqrt{\cot^2 p - \cot^2 p . \sin^2 p}$

$= 4\sqrt{\cot^2 p - \frac{\cos^2 p}{\sin^2 p} . \sin^2 p}$

$= 4\sqrt{\cot^2 p - \cos^2 p}$

$= 4\sqrt{(\cot p + \cos p)(\cot p - \cos p)}$

$= 4\sqrt{xy}$

$\therefore$ বামপক্ষ $= \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{xy}} = \frac{4\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}} = 4 =$ ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $\frac{x^2 - y^2}{\sqrt{xy}} = 4$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$2\sin^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$

বা, $2(1 - \cos^2\theta) + 3\cos\theta - 3 = 0$

বা, $2 - 2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$

বা, $-2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 1 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 1 = 0$ [উভয়পক্ষকে (–1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $2\cos^2\theta - 2\cos\theta - \cos\theta + 1 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 1) - 1(\cos\theta - 1) = 0$

বা, $(\cos\theta - 1)(2\cos\theta - 1) = 0$

$\therefore \cos\theta - 1 = 0$ অথবা, $2\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\cos\theta = 1$ বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos 0°$ বা, $\cos\theta = \cos 60°$. [$\because \cos 60° = \frac{1}{2}$]

বা, $\theta = 0°$ $\therefore \theta = 60°$

[$\theta = 0°$ গ্রহণযোগ্য নয় কারণ θ সূক্ষ্মকোণ]

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $\theta = 60°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ০৮ একটি মিনারের শীর্ষ হতে 16 মি. দূরে ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 30°.

ক. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{1 + \cos^2 A} + \frac{1}{1 + \sec^2 A} = 1$. ২

খ. মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি মিনারটির উচ্চতা $৪\sqrt{3}$ মিটার এবং ঐ বিন্দু হতে মিনারের দিকে 5.86 মিটার এগিয়ে আসলে উক্ত বিন্দুতে মিনারের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক বামপক্ষ $= \frac{1}{1 + \cos^2 A} + \frac{1}{1 + \sec^2 A}$

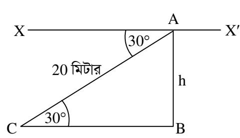
$= \frac{1}{1 + \cos^2 A} + \frac{1}{1 + \frac{1}{\cos^2 A}}$

$= \frac{1}{1 + \cos^2 A} + \frac{\cos^2 A}{\cos^2 A + 1}$

$= \frac{1 + \cos^2 A}{1 + \cos^2 A} = 1 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{1}{1 + \cos^2 A} + \frac{1}{1 + \sec^2 A} = 1$ **(প্রমাণিত)**

খ মনে করি, মিনারটির উচ্চতা AB = h মি.। মিনারের শীর্ষ হতে AC = 16 মিটার দূরে ভূতলস্থ C বিন্দুতে অবনতি কোণ $\angle XAC = 30°$



সুতরাং $\angle XAC = \angle ACB = 30°$ [একান্তর কোণ বলে]

AC = 16 মি.

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin 30° = \frac{h}{16}$

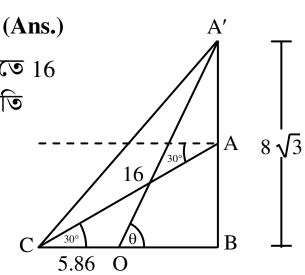
বা, $\frac{1}{2} = \frac{h}{16}$ [$\because \sin 30° = \frac{1}{2}$]

বা, $2h = 16$

$\therefore h = 8$ মি.

$\therefore$ মিনারটির উচ্চতা 10 মি. **(Ans.)**

গ প্রথম ক্ষেত্রে, মিনারের শীর্ষ হতে 16 মিটার দূরের C বিন্দুতে অবনতি কোণ 30° হলে ΔABC হতে,



$\cos\angle ACB = \frac{BC}{AC}$

বা, $\cos 30° = \frac{BC}{16}$

বা, $BC = 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ ∴ $BC = 8\sqrt{3}$ মিটার

অর্থাৎ, মিনারের পাদবিন্দু থেকে C বিন্দুর দূরত্ব $8\sqrt{3}$ মিটার।

C বিন্দু থেকে 5.86 মিটার এগিয়ে O বিন্দুতে আসলে পাদবিন্দু হতে O বিন্দুর দূরত্ব = $(8\sqrt{3} - 5.86)$ মিটার = 8 মিটার (প্রায়)

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, মিনারটির উচ্চতা, $A'B = 8\sqrt{3}$ মিটার

$\Delta A'OB$ হতে, $\tan\angle A'OB = \frac{MN}{ON}$ বা, $\tan\theta = \frac{8\sqrt{3}}{8}$

বা, $\tan\theta = \sqrt{3}$ বা, $\tan\theta = \tan 60°$ ∴ $\theta = 60°$

∴ মিনারের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ = 60° **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ০৯ লোহার তৈরি একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 3 : 2 : 2 এবং আয়তন 768 ঘনমিটার। ঘনবস্তুটিকে গলিয়ে একটি বেলনাকার ফাঁপা পাইপ তৈরি করা হলো, যার ভিতরের ও বাইরের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 5 সে. মি. ও 6 সে. মি.।

ক. কোনো ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গড় 11 সে. মি. এবং ক্ষেত্রফল 121 বর্গ সে. মি. হলে এর সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর। ২

খ. আয়তাকার ঘনবস্তুটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. লোহার পাইপটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গড় 11 সেমি এবং ক্ষেত্রফল 121 বর্গ সেমি।

আমরা জানি,

ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গড় × লম্ব দূরত্ব

বা, 121 = 11 × লম্ব দূরত্ব

বা, লম্ব দূরত্ব = $\frac{121}{11}$

∴ লম্ব দূরত্ব = 11 সেমি। **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 3 : 2 : 2

ধরি, ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 3x, 2x এবং 2x মিটার।

প্রশ্নমতে, $3x \times 2x \times 2x = 768$

বা, $12x^3 = 768$

বা, $x^3 = \frac{768}{12}$

বা, $x^3 = 64$

বা, $x^3 = 4^3$

∴ $x = 4$

সুতরাং, ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, $a = 3x = 3 \times 4 = 12$ মিটার

প্রস্থ, $b = 2x = 2 \times 4 = 8$ মিটার

এবং উচ্চতা, $c = 2x = 2 \times 4 = 8$ মিটার

∴ ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= 2(ab + bc + ca) বর্গ একক

= $2(12 \times 8 + 8 \times 8 + 8 \times 12)$ বর্গ মিটার

= 2(96 + 64 + 96) বর্গ মিটার

= 2×256 বর্গ মিটার

= 512 বর্গ মিটার **(Ans.)**

গ ধরি, বেলনাকার ফাঁপা পাইপের ভিতরের ব্যাসার্ধ, r = 5 সেমি = $\frac{5}{100}$ মিটার = 0.05 মিটার এবং বাইরের ব্যাসার্ধ, R = 6 সেমি = $\frac{6}{100}$ মিটার = 0.06 মিটার এবং পাইপটির উচ্চতা h মিটার।

প্রশ্নমতে, পাইপে লোহার পরিমাণ = আয়তার ঘনবস্তুর আয়তন

বা, $\pi R^2h - \pi r^2h = 768$

বা, $\pi h(R^2 - r^2) = 768$

বা, $\pi h\{(0.06)^2 - (0.05)^2\} = 768$

বা, $0.0011\pi h = 768$

বা, $h = \frac{768}{0.0011\pi}$

∴ h = 222237.66 মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ১০ কোনো স্কুলের একটি শ্রেণির বার্ষিক পরীক্ষায় গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
গণসংখ্যা	4	10	15	12	6	3

ক. প্রচুরক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সারণিতে সর্বাধিক গণসংখ্যা 15 আছে (61 – 70) শ্রেণিতে। এটাই প্রচুরক শ্রেণি। সুতরাং, প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণি (51 – 60).

∴ প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির মধ্যমান = $\frac{51 + 60}{2} = \frac{111}{2}$

= 55.5 **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
41 – 50	4	4
51 – 60	10	14
61 – 70	15	29
71 – 80	12	41
81 – 90	6	47
91 – 100	3	50
	n = 50	

এখানে, n = 50

∴ $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 25তম পদের মান। 25 তম পদের অবস্থান (61 – 70) শ্রেণিতে।

∴ মধ্যক শ্রেণি হলো (61 – 70)।

এখানে, $L = 61$, $f_m = 15$, $F_c = 14$, $h = 10$

∴ মধ্যক = $L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 61 + (25 - 14) \times \frac{10}{15}$

$= 61 + \frac{110}{15}$

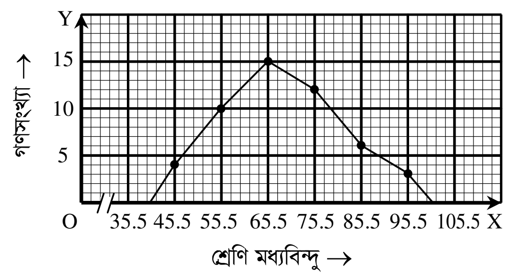
$= 61 + 7.33$

= 68.33 (প্রায়) **(Ans.)**

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
41 – 50	45.5	4
51 – 60	55.5	10
61 – 70	65.5	15
71 – 80	75.5	12
81 – 90	85.5	6
91 – 100	95.5	3

এখন, ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে গণসংখ্যা 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 35.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▶ ১১ দশম শ্রেণির নির্বাচনি পরীক্ষায় 32 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ :

72, 48, 37, 56, 67, 74, 82, 36, 45, 42, 66, 55, 72, 86, 51, 69, 77, 91, 62, 79, 38, 53, 60, 74, 58, 65, 72, 73, 56, 42, 85, 54.

ক. শ্রেণিব্যাপ্তি 7 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক উপাত্তের সর্বোচ্চ মান 91 এবং সর্বনিম্ন মান 36

$\therefore$ পরিসর = (91 – 36) + 1 = 55 + 1 = 56

শ্রেণিব্যাপ্তি 7 ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{56}{7}$ = 8টি

নিম্নে শ্রেণিব্যাপ্তি 7 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা
36 – 42	𝍸	5
43 – 49	||	2
50 – 56	𝍸|	6
57 – 63	|||	3
64 – 70	||||	4
71 – 77	𝍸||	7
78 – 84	||	2
85 – 91	|||	3
		n = 32

খ 'ক' হতে প্রাপ্ত সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা f_i	মধ্যবিন্দু x_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
36 – 42	5	39	– 3	– 15
43 – 49	2	46	– 2	– 4
50 – 56	6	53	– 1	– 6
57 – 63	3	60→ a	0	0
64 – 70	4	67	1	4
71 – 77	7	74	2	14
78 – 84	2	81	3	6
85 – 91	3	88	4	12
	n = 32			$\Sigma f_iu_i = 11$

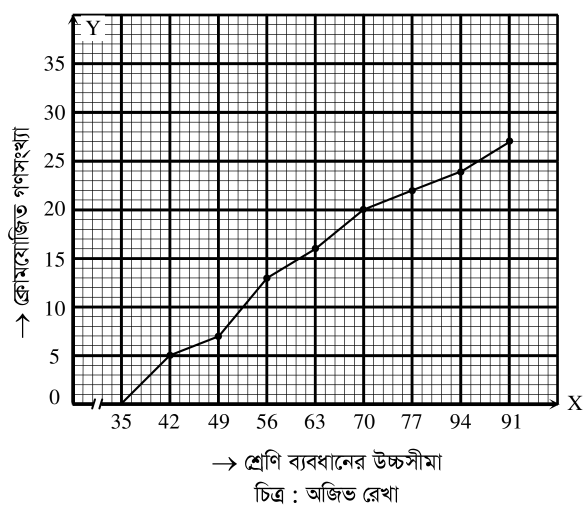
$\therefore$ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_iu_i}{n} \times h = 60 + \left(\frac{11}{32}\right) \times 7$

$= 60 + 2.41 = 62.41$ **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
36 – 42	5	5
43 – 49	2	7
50 – 56	6	13
57 – 63	3	16
64 – 70	4	20
71 – 77	7	27
78 – 84	2	29
85 – 91	3	32

x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের 1 ঘরকে শ্রেণিব্যাপ্তির উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 33 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : অজিভ রেখা

চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২৪

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

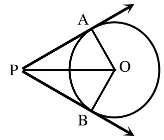
সময় : ৩০ মিনিট　　　　　　　　　　　　　　পূর্ণমান : ৩০

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১। **একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা 3 মিটার বেশি এবং পরিসীমা 30 মিটার হলে আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ কত মিটার?**
ⓚ 6　ⓛ 9　ⓖ 18　ⓘ 36

□ **উদ্দীপকের চিত্রের আলোকে ২ ও ৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



OP = 13 সেন্টিমিটার, $\angle OPB = 30°$

২। **OA = 5 সেন্টিমিটার হলে PA এর দৈর্ঘ্য কত সেন্টিমিটার?**
ⓚ 9　ⓛ 10　ⓖ 12　ⓘ 15

৩। **ΔOBP এর ক্ষেত্রফল কত?**
ⓚ 30 সেন্টিমিটার　ⓛ 40 সেন্টিমিটার
ⓖ 30 বর্গ সেন্টিমিটার　ⓘ 40 বর্গ সেন্টিমিটার

৪। **পরীক্ষার নম্বর ও জনসংখ্যা কোন ধরনের চলক?**
ⓚ বিচ্ছিন্ন চলক　ⓛ অবিচ্ছিন্ন চলক
ⓖ বাস্তব চলক　ⓘ অবিন্যস্ত চলক

□ **উদ্দীপকের আলোকে ৫ ও ৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

শ্রেণি	31–40	41–50	51–60	61–70	71–80
গণসংখ্যা	5	8	12	9	6

৫। **প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান কত?**
ⓚ 45.5　ⓛ 55.5　ⓖ 65.5　ⓘ 75.5

৬। **মধ্যক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে–**
i. $\frac{n}{2} = 20$　ii. $f_m = 12$　iii. $F_c = 25$
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii　ⓛ i ও iii　ⓖ ii ও iii　ⓘ i, ii ও iii

৭। **x ও y অক্ষ হতে যথাক্রমে 3 ও 4 একক দূরে অবস্থিত যে বিন্দুটি ৩য় চতুর্ভাগে অবস্থিত তার স্থানাঙ্ক কত?**
ⓚ (3, 4)　ⓛ (3, – 4)　ⓖ (– 3, 4)　ⓘ (– 3, – 4)
সঠিক উত্তর : (– 4, – 3)

৮। **$\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে $\cot\theta$ এর মান কত?**
ⓚ $\frac{2}{3}$　ⓛ $\frac{2}{\sqrt{3}}$　ⓖ $\sqrt{3}$　ⓘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

৯। **1 – 1 + 1 – 1 + ... ধারাটির–**
i. 2n + 1 সংখ্যক পদের সমষ্টি 1　ii. (2n + 2) তম পদ = – 1　iii. পদসংখ্যা অসীম
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii　ⓛ i ও iii　ⓖ ii ও iii　ⓘ i, ii ও iii

১০। **$x^4 - 5x^2 + 1 = 0$ হলে $x + \frac{1}{x}$ এর মান কত?**
ⓚ 7　ⓛ 3　ⓖ $\sqrt{7}$　ⓘ $\sqrt{3}$

১১। **$f(y) = \frac{1 + y^2 + y^3}{y^2}$ হলে $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ এর মান কত?**
ⓚ $\frac{9}{32}$　ⓛ $\frac{9}{2}$　ⓖ 5　ⓘ 20

১২। **নিচের কোনটি ফাঁকা সেট?**
ⓚ {x ∈ N : x মৌলিক সংখ্যা, 23 < x < 29}
ⓛ {x ∈ N : x মৌলিক সংখ্যা, 11 < x < 19}
ⓖ {x ∈ N : 23 < x < 25}　ⓘ {x ∈ Z : 11 < x < 19}

১৩। **$\frac{1}{a} = 3 + 2\sqrt{2}$ হলে $a - \frac{1}{a}$ এর মান কত?**
ⓚ $-4\sqrt{2}$　ⓛ – 4　ⓖ 0　ⓘ $4\sqrt{2}$

১৪। **$x^2 - \sqrt{2}x + 1 = 0$ হলে–**
i. $x + \frac{1}{x} = \sqrt{2}$　ii. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 0$　iii. $x^3 + \frac{1}{x^3} = -\sqrt{2}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii　ⓛ i ও iii　ⓖ ii ও iii　ⓘ i, ii ও iii

১৫। **$(3^{-1} \div 9^{-1}) - 1$ এর মান কত?**
ⓚ 3　ⓛ 3^0　ⓖ 3^{-1}　ⓘ 3^{-2}

১৬। **0.000567 এর সাধারণ লগের পূর্ণক নিচের কোনটি?**
ⓚ $\bar{7}$　ⓛ $\bar{6}$　ⓖ $\bar{5}$　ⓘ $\bar{4}$

১৭। **$x^2 - x - 12 = 0$ সমীকরণের–**
i. একটি উৎপাদক x + 3　ii. ঘাত 2　iii. একটি বীজ 4
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii　ⓛ i ও iii　ⓖ ii ও iii　ⓘ i, ii ও iii

১৮। **$(x^2 - 3)^2 = 0$ সমীকরণের মূল কয়টি?**
ⓚ 4　ⓛ 3　ⓖ 2　ⓘ 1

১৯। **$\frac{3m + n}{n - m} = 9$ হলে m : n কত হবে?**
ⓚ 3 : 2　ⓛ 2 : 3　ⓖ 1 : 3　ⓘ 3 : 1

২০। **নিচের চিত্রটির মোট কতটি প্রতিসাম্য রেখা আছে?**

ⓚ 8　ⓛ 6　ⓖ 4　ⓘ 2

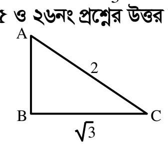
২১। **H অক্ষরটির ঘূর্ণন প্রতিসাম্য কোণ কত?**
ⓚ 60°　ⓛ 90°　ⓖ 180°　ⓘ 360°

২২। **p, q, r ক্রমিক সমানুপাতি হলে–**
i. $\frac{p}{q} = \frac{q}{r}$　ii. pq = qr　iii. $q^2 = pr$
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii　ⓛ i ও iii　ⓖ ii ও iii　ⓘ i, ii ও iii

২৩। **128 + 64 + 32 + ... ধারাটির কততম পদ $\frac{1}{2}$?**
ⓚ 9 তম　ⓛ 8 তম　ⓖ 7 তম　ⓘ 6 তম

২৪। **2 + a + b + c + 162 গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, সাধারণ অনুপাত কত?**
ⓚ 6　ⓛ 3　ⓖ $\frac{1}{3}$　ⓘ $\frac{1}{6}$

□ **উদ্দীপকের আলোকে ২৫ ও ২৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

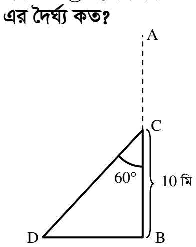


২৫। **$\angle A$ এর মান কোনটি?**
ⓚ 90°　ⓛ 60°　ⓖ 45°　ⓘ 30°

২৬। **ΔABC-এ–**
i. $\cos A = \sin C$　ii. $\cos A + \sec A = \frac{5}{2}$　iii. $\tan C = \frac{1}{\sqrt{3}}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii　ⓛ i ও iii　ⓖ ii ও iii　ⓘ i, ii ও iii

২৭। **সূর্যের উন্নতি কোণ 90° হলে, কোনো গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য কত মিটার?**
ⓚ 0 মিটার　ⓛ 30 মিটার　ⓖ 45 মিটার　ⓘ 90 মিটার

২৮। **চিত্রে AC = CD হলে AB এর দৈর্ঘ্য কত?**



ⓚ 20 মিটার　ⓛ $10\sqrt{2}$ মিটার　ⓖ 30 মিটার　ⓘ $30\sqrt{2}$ মিটার

২৯। **3x – 5y – 7 = 0 এবং 6x – 10y – 15 = 0 সমীকরণ জোটটি–**
i. অসমঞ্জস　ii. একটি মাত্র সমাধান আছে　iii. পরস্পর অনির্ভরশীল
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii　ⓛ i ও iii　ⓖ ii ও iii　ⓘ i, ii ও iii

৩০। **2x – y = 8 এবং x – 2y = 4 হলে xy এর মান কত?**
ⓚ 32　ⓛ 16　ⓖ 4　ⓘ 0

■ **খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।**

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২৪

০১ সেট

গণিত (সৃজনশীল)

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ–বীজগণিত

১। $A = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 4\}$
$M = \{x \in Z : -3 < x < 3\}$
$N = \{x \in N : x \leq 3\}$
এবং $y^6 - 42\sqrt{6}\, y^3 + 1 = 0.$

ক. $A \times A$ নির্ণয় কর। ২

খ. $C = M \setminus N$ হলে দেখাও যে, C এর উপাদান সংখ্যা n হলে $P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n সমর্থন করে। ৪

গ. দেখাও যে, $y = \sqrt{6} + \sqrt{5}.$ ৪

২। $b = 2, c = 3, d = 5, p = \sqrt{1 + a}$ এবং $q = \sqrt{1 - a}$

ক. $\log 0.0000569$ এর পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর। ২

খ. $(\log\sqrt{b^3c^3} - \log\left(\sqrt{b}\right)^{-3} - \log\sqrt{b^3d^3}) \div \frac{3}{4}\log(1.44)$ এর সরল ফল নির্ণয় কর। ৪

গ. $m^2 - \frac{2m}{a} + 1 = 0$ হলে দেখাও যে, $m = \frac{p+q}{p-q}.$ ৪

৩। একটি সমান্তর ধারার 19তম পদ 74 এবং 26তম পদ 102।
একটি গুণোত্তর ধারা $\frac{1}{\sqrt{3}} + p + q + r + 3\sqrt{3}.$

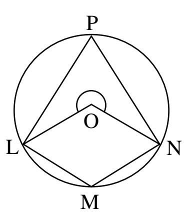
ক. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 10^2 =$ কত? ২

খ. গুণোত্তর ধারাটির p, q ও r এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের সমান্তর ধারাটির প্রথম 31টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ–জ্যামিতি

৪।



চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট $PLMN$ বৃত্তে $OL = 5$ সে. মি.

ক. চিত্রের বৃত্তটির পরিধি ও ব্যাসের অন্তর নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\angle LMN = \frac{1}{2}$ প্রবৃদ্ধ $\angle LON.$ ৪

গ. উদ্দীপকের বৃত্তস্থ চতুর্ভুজটির PM ও LN কর্ণদ্বয় পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle MON + \angle LOP = 2\angle MEN.$ ৪

৫। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3.5 সে. মি., 4 সে.মি. এবং 4.5 সে. মি.।

ক. উদ্দীপকের বৃহত্তম বাহুর সমান বাহুবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন কর। ২

খ. উদ্দীপকের ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. উদ্দীপকের ক্ষুদ্রতম বাহুকে ব্যাসার্ধ ধরে অঙ্কিত বৃত্তে এমন দুটি স্পর্শক আঁক যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90° হয়। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

৬। ΔPQR এর PQ এবং PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে B ও C। আবার DEF সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ এর EF অতিভুজ। A, EF এর উপর যেকোনো বিন্দু।

ক. উদ্দীপকের আলোকে ত্রিভুজ দুটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $BC \parallel QR$ এবং $BC = \frac{1}{2}QR$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AE^2 + AF^2 = 2AD^2$ ৪

গ বিভাগ–ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭। $\cos B = \sqrt{3}\sin B$ এবং
$\sqrt{3} - \sin P = \cos P$, যেখানে B, P সূক্ষ্মকোণ।

ক. $\tan 9x = \cot 9x$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\frac{\operatorname{cosec}^2 B - \sec^2 B}{\sin^2 B - \cos^2 B}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের তথ্য অনুসারে P এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮। $\cos\theta = m - \cot\theta,$
$\cot\theta = n + \cos\theta$ এবং
$\cos(m + n) = \frac{1}{2} = \sin(m - n); m, n$ সূক্ষ্মকোণ।

ক. $\cot(90° - \theta) = \sqrt{3}$ হলে $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\left(\frac{m^2 - n^2}{4}\right)^2 = mn.$ ৪

গ. দেখাও যে, $m = 45°$ এবং $n = 15°$ ৪

৯। 63 মিটার লম্বা একটি গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য $21\sqrt{3}$ মিটার। গাছটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে।

ক. $(1 - \tan^2 60°) \div (1 + \cot^2 30°) + \cos^2 30°$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. গাছটি কত উঁচুতে ভেঙেছিল নির্ণয় কর। ৪

গ. গাছটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ কত হ্রাস পেলে গাছটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $42\sqrt{3}$ মিটার বৃদ্ধি পাবে? ৪

ঘ বিভাগ–পরিসংখ্যান

১০। দশম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিচে দেয়া হলো :
70, 55, 30, 70, 80, 75, 100, 75, 85, 90, 35, 85, 45, 65, 55, 60, 50, 40, 45, 35, 80, 85, 95, 70, 60, 70, 75, 100, 40, 65, 95, 60, 40, 45, 55.

ক. উদ্দীপকের তথ্যের পরিসর নির্ণয় কর। ২

খ. শ্রেণি ব্যবধান 6 ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত উপাত্ত হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

১১। নিচের গণসংখ্যা নিবেশন সারণিটি লক্ষ্য কর :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
গণসংখ্যা	4	9	15	12	6	4

ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত নিবেশনের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর																														
	১	ক	২	গ	৩	গ	৪	ক	৫	খ	৬	ক	৭	*	৮	ঘ	৯	ঘ	১০	গ	১১	খ	১২	ক	১৩	ক	১৪	ঘ	১৫	গ
	১৬	ঘ	১৭	ঘ	১৮	ক	১৯	খ	২০	গ	২১	গ	২২	খ	২৩	ক	২৪	খ	২৫	খ	২৬	ঘ	২৭	ক	২৮	গ	২৯	খ	৩০	ঘ

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▶ ০১ $A = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 4\}$

$M = \{x \in Z : -3 < x < 3\}$

$N = \{x \in N : x \le 3\}$

এবং $y^6 - 42\sqrt{6}\,y^3 + 1 = 0.$

ক. $A \times A$ নির্ণয় কর। ২

খ. $C = M \setminus N$ হলে দেখাও যে, C এর উপাদান সংখ্যা n হলে $P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n সমর্থন করে। ৪

গ. দেখাও যে, $y = \sqrt{6} + \sqrt{5}.$ ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 4\}$

4 অপেক্ষা ছোট মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো : 2, 3

$\therefore A = \{2, 3\}$

$A \times A = \{2, 3\} \times (2, 3\}$

$= \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $M = \{x \in z \;\; -3 < x < 3\}$

$= \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$N = \{x \in N : x \le 3\}$

$= \{1, 2, 3\}$

$C = M/N = \{-2, -1, 0, 1, 2, 1\} \setminus \{1, 2, 3\} = \{-2, -1, 0\}$

$\therefore$ p (c) $= \{\{-2, -1, 0\}, \{-2, -1\}, \{-2, 0\}, \{-1, 0\}, \{-2\}, \{-1\}, \{0\}, \varnothing\}$

এখানে, C এর উপাদান সংখ্যা, n = 3

এবং p(c) এর উপাদান সংখ্যা $= 8 = 2^3 = 2^n$.

অতএব, p(c) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে।

গ দেওয়া আছে, $y^6 - 42\sqrt{6}\,y^3 + 1 = 0$

বা, $(y^3)^2 - 2.\, y^3.\, 21\sqrt{16} + (21\sqrt{6})^2 + 1 = (21\sqrt{6})^2$

বা, $(y^3 - 21\sqrt{6})^2 = 2646 - 1$

বা, $y^3 - 21\sqrt{6} = \sqrt{2645}$

বা, $y^3 = 21\sqrt{6} + 23\sqrt{5}$

বা, $y^3 = 6\sqrt{6} + 18\sqrt{5} + 15\sqrt{6} + 5\sqrt{5}$

বা, $y^3 = (\sqrt{6})^3 + 3(\sqrt{6})^2.\sqrt{5} + 3.\sqrt{6}.(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^3$

বা, $y^3 = (\sqrt{6} + \sqrt{5})^3$

$\therefore y = \sqrt{6} + \sqrt{5}.$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ০২ $b = 2, c = 3, d = 5, p = \sqrt{1 + a}$ এবং $q = \sqrt{1 - a}$

ক. log 0.0000569 এর পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর। ২

খ. $(\log\sqrt{b^3c^3} - \log(\sqrt{b})^{-3} - \log\sqrt{b^3d^3}) \div \frac{3}{4}\log(1.44)$ এর সরল ফল নির্ণয় কর। ৪

গ. $m^2 - \frac{2m}{a} + 1 = 0$ হলে দেখাও যে, $m = \frac{p + q}{p - q}.$ ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক log (0.0000569)

$= \log(5.69 \times 10^{-5}) = \log 5.69 - 5$

সংখ্যাটির লগের পূর্ণক $= -5$ বা $\bar{5}$

সংখ্যাটির লগের অংশ $= \log 5.69 = 0.75511$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, b = 2, c = 3, d = 5.

প্রদত্ত রাশি $= (\log\sqrt{b^3c^3} - \log(\sqrt{b})^{-3} - \log\sqrt{b^3d^3} \div \log 1.44$

$$= \left[\frac{\log\sqrt{(bc)^3} - \log(b)^{-\frac{3}{2}} - \log\sqrt{(bd)^3}}{\frac{3}{4}\log 1.44}\right]$$

$$= \left[\frac{\log(2.3)^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2}\log 2 - \log(2.5)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}.\frac{1}{2}\log\frac{144}{100}}\right]$$

$$= \frac{2}{3}\left[\frac{\frac{3}{2}\log_6 + \frac{3}{2}\log_2 - \frac{3}{2}\log_{10}}{\log\left(\frac{36}{25}\right)^{\frac{1}{2}}}\right]$$

$$= \frac{2}{3}\left[\frac{\frac{3}{2}(\log 6 + \log 2 - \log 10)}{\log\sqrt{\frac{36}{25}}}\right]$$

$$= \frac{2}{3}\left[\frac{\frac{3}{2}\log\left(\frac{6 \times 2}{10}\right)}{\log\frac{6}{5}}\right]$$

$$= \frac{2}{3}\left[\frac{\frac{3}{2}\log\frac{6}{5}}{\log\frac{6}{5}}\right]$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{3}{2}$$

$$= 1$$

$\therefore$ নির্ণেয় সরলফল 1. **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $p = \sqrt{1+a}$ এবং $q = \sqrt{1-a}$

এবং $m^2 - \frac{2m}{a} + 1 = 0$

বা, $m^2 + 1 = \frac{2m}{a}$

বা, $\frac{m^2+1}{2m} = \frac{1}{a}$

বা, $\frac{m^2+1+2m}{m^2+1-2m} = \frac{1+a}{1-a}$ [যোজন-বিয়োজন]

বা, $\frac{(m+1)^2}{(m-1)^2} = \frac{1+a}{1-a}$

বা, $\frac{m+1+m-1}{m+1-m+1} = \frac{\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}}$ [যোজন বিয়োজ করে]

বা, $\frac{2m}{2} = \frac{p+q}{p-q}$

বা, $m = \frac{p+q}{p-q}$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ০৩ একটি সমান্তর ধারার 19তম পদ 74 এবং 26তম পদ 102। একটি গুণোত্তর ধারা $\frac{1}{\sqrt{3}} + p + q + r + 3\sqrt{3}$.

ক. $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 10^2 =$ কত? ২

খ. গুণোত্তর ধারাটির p, q ও r এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের সমান্তর ধারাটির প্রথম 31টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$\therefore 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 10^2 = \frac{10(10+1)(2.10+1)}{6}$

$= \frac{10 \times 11 \times 21}{6}$

$= 385$ **(Ans.)**

খ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা : $\frac{1}{\sqrt{3}} + p + q + r + 3\sqrt{3}$

মনে করি,

ধারাটির ১ম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$

এবং সাধারণ অনুপাত $= k$

$\therefore$ ধারাটির 5তম পদ $= ak^{5-1} = ak^4$

প্রশ্নমতে, $ak^4 = 3\sqrt{3}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} k^4 = 3\sqrt{3} \times \sqrt{3}$

বা, $k^4 = 9 = (\sqrt{3})^4$

$\therefore k = \sqrt{3}$

$\therefore$ ধারাটির ২য় পদ $= ak^{2-1}$

বা, $p = ak$

বা, $p = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3}$

$\therefore p = 1$

ধারাটির ৩য় পদ $= ak^{3-1}$

বা, $q = ak^2$

বা, $q = \frac{1}{\sqrt{3}} \times (\sqrt{3})^2$

$\therefore q = \sqrt{3}$

ধারাটির ৪র্থ পদ $= ak^{4-1}$

বা, $r = ak^3$

বা, $r = \frac{1}{\sqrt{3}} \times (\sqrt{3})^3$

$\therefore r = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় $p = 1, q = \sqrt{3}, r = 3$. **(Ans.)**

গ ধরি, সমান্তর ধারাটির ১ম পদ $= a$

এবং সাধারণ অন্তর $= d$

$\therefore$ 19 তম পদ $= a + (19-1)d$

$= a + 18d$

এবং 26 তম পদ $= a + (26-1)d$

$= a + 25d$

প্রশ্নমতে,

$a + 18d = 74$ ……………… (i)

$a + 25d = 102$ ……………. (ii)

(ii) থেকে (i) বিয়োগ করি,

$a + 25d = 102$

$a + 18d = 74$

(–) (–) (–)

$7d = 28$

বা, $d = \frac{28}{7}$

$\therefore d = 4$

(i) নং এ $d = 4$ বসিয়ে পাই,

$a + 18 \times 4 = 74$

বা, $a = 74 - 72$

$\therefore a = 2$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 31টি পদের সমষ্টি $= \frac{31}{2}\{2 \times 2 + (31-1) \times 4\}$

$= \frac{31}{2}\{4 + 30 \times 4\}$

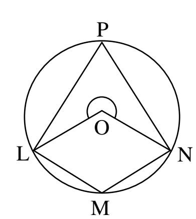
$= \frac{31}{2}(4 + 120)$

$= \frac{31}{2} \times 124$

$= 31 \times 62$

$= 1922$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৪



চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট $PLMN$ বৃত্তে $OL = 5$ সে. মি.

ক. চিত্রের বৃত্তটির পরিধি ও ব্যাসের অন্তর নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\angle LMN = \frac{1}{2}$ প্রবৃদ্ধ $\angle LON$. ৪

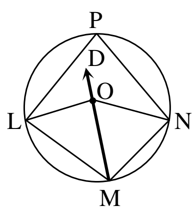
গ. উদ্দীপকের বৃত্তস্থ চতুর্ভুজটির PM ও LN কর্ণদ্বয় পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle MON + \angle LOP = 2\angle MEN$. ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাস, OL = 5 সেমি.

∴ বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অন্তর = $(2 \times \pi \times 5 - 2 \times 5)$ সেমি.
= $(10 \times 3.1416 - 10)$ সেমি.
= $(31.416 - 10)$ সেমি.
= 21416 সেমি. **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PLMN বৃত্তের একই চাপ LPN এর উপর দণ্ডায়মান $\angle$LMN বৃত্তস্থ এবং প্রবৃদ্ধ $\angle$LON কেন্দ্রস্থ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle LMN = \frac{1}{2}$ প্রবৃদ্ধ $\angle$LON।

অঙ্কন : কেন্দ্রগামী রেখাংশ MD অঙ্কন করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ΔMOL-এর বহিঃস্থ কোণ $\angle LOD = \angle LMO + \angle MLO$
[বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত দুই কোণের সমষ্টির সমান]

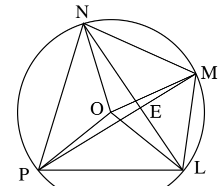
ধাপ-২ : ΔMOL-এ
OM = OL [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
∴ $\angle LMO = \angle MLO$

ধাপ-৩ : ধাপ-(১) ও (২) থেকে পাই,
$\angle LOD = 2\angle LMO$

ধাপ-৪ : একইভাবে ΔMON থেকে পাই,
$\angle NOD = 2\angle NMO$

ধাপ-৫ : ধাপ-(৩) ও (৪) থেকে
$\angle LOD + \angle NOD = 2\angle LMO + 2\angle NMO$
বা, প্রবৃদ্ধ $\angle LON = 2(\angle LMO + \angle NMO)$
বা, প্রবৃদ্ধ $\angle LON = 2\angle LMN$
বা, $\angle LMN = \frac{1}{2}$ প্রবৃদ্ধ $\angle$LON
∴ $\angle LMN = \frac{1}{2}$ প্রবৃদ্ধ $\angle$LON **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তে PLMN একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। ইহার PM , LN কর্ণদ্বয় E বিন্দুতে ছেদ করেছে। P, O যোগ করা হলো।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle MON + \angle LOP = 2\angle MEN$.

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ΔPEN-এ বহিঃস্থ $\angle$MEN = অন্তঃস্থ (NPE + $\angle$ENP)
[ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

অর্থাৎ, $\angle MEN = \angle NPM + \angle LNP$

ধাপ-২ : আবার, NM চাপের ওপর অবস্থিত $\angle$NPM বৃত্তস্থ কোণ এবং $\angle$MON কেন্দ্রস্থ কোণ।
∴ $\angle MON = 2\angle NPM$

ধাপ-৩ : আবার, LP চাপের ওপর অবস্থিত $\angle$LNP বৃত্তস্থ কোণ এবং $\angle$LOP কেন্দ্রস্থ কোণ।
∴ $\angle LOP = 2\angle LNP$

ধাপ-৪ : $\angle MON + \angle LOP$
$= 2\angle NPM + 2\angle LNP$
$= 2(\angle NPM + \angle LNP)$
$= 2\angle MEN$ [ধাপ-১ থেকে]
∴ $\angle MON + \angle LOP = 2\angle MEN$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৫ একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3.5 সে. মি., 4 সে.মি. এবং 4.5 সে. মি.।

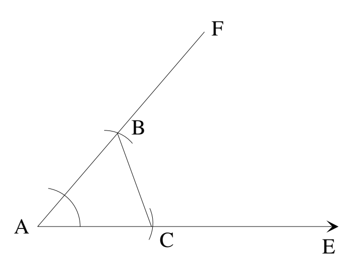
ক. উদ্দীপকের বৃহত্তম বাহুর সমান বাহুবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন কর। ২

খ. উদ্দীপকের ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. উদ্দীপকের ক্ষুদ্রতম বাহুকে ব্যাসার্ধ ধরে অঙ্কিত বৃত্তে এমন দুটি স্পর্শক আঁক যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90° হয়। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহু a = 4.5 সে.মি. দেওয়া আছে। সমবাহু ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যে কোনো রশ্মি AE হতে a এর সমান করে AC অংশ কেটে নিই।

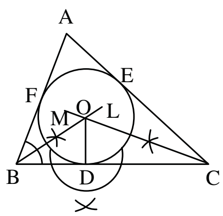
২. AC এর A বিন্দুতে 60° কোণের সমান করে ∠CAF অঙ্কন করি।

৩. এখন AF রেখা হতে a এর সমান করে AB অংশ কেটে নিই।

৪. B ও C যোগ করি।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ।

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, a = 3.5 সে. মি., b = 4 সে. মি. এবং c = 4.5 সে. মি. বাহুবিশিষ্ট ABC একটি ত্রিভুজ। ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ, ΔABC এর ভেতরে এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা BC, CA ও AB বাহু তিনটির প্রত্যেকটিকে স্পর্শ করে।

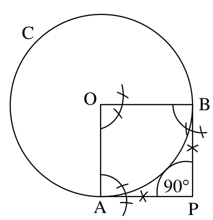
অঙ্কন :

১. ∠ABC ও ∠ACB এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে BL ও CM আঁকি। মনে করি, তারা O বিন্দুতে ছেদ করে।

২. O থেকে BC এর উপর OD লম্ব আঁকি এবং মনে করি, তা BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. O কে কেন্দ্র করে OD এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে, এ বৃত্তটিই নির্ণেয় অন্তর্বৃত্ত।

গ



মনে করি, $\frac{3.5}{2}$ = 1.75 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত, যার কেন্দ্র O. উক্ত বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক আঁকতে হবে যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90°।

অঙ্কনের বিবরণ :

১. OA = 4 সে.মি. ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি এবং ∠AOB = 90° আঁকি। OB রেখাংশ বৃত্তটিকে B বিন্দুতে ছেদ করেছে।

২. এখন, OA এর A বিন্দুতে AP এবং OB এর B বিন্দুতে BP লম্ব আঁকি। মনে করি, AP ও BP লম্বদ্বয় পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। তাহলে, AP ও BP ই উদ্দিষ্ট স্পর্শকদ্বয় যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90°।

প্রশ্ন ▸ ০৬ ΔPQR এর PQ এবং PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে B ও C। আবার DEF সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ এর EF অতিভুজ। A, EF এর উপর যেকোনো বিন্দু।

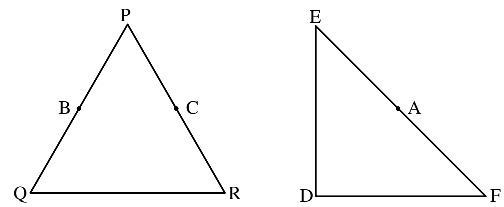
ক. উদ্দীপকের আলোকে ত্রিভুজ দুটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $BC \parallel QR$ এবং $BC = \frac{1}{2} QR$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AE^2 + AF^2 = 2AD^2$ ৪

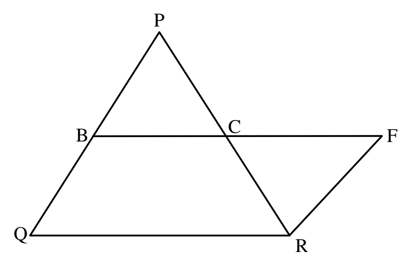
৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



১ম চিত্রে, PQR ত্রিভুজের PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে B ও C এবং ২য় চিত্রে DEF সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অতিভুজ EF এর উপর যেকোনো বিন্দু A।

খ



দেওয়া আছে, ΔPQR এর PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে B ও C এবং PQ > PR। B, C যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, BC ∥ QR এবং BC = $\frac{1}{2}$ QR.

অঙ্কন : BC কে F পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন CF = BC হয়। R, F যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : ΔPBC ও ΔRCF এর মধ্যে

PC = CR [PR এর মধ্যবিন্দু C]

BC = CF [অঙ্কনানুসারে]

∠PCB = ∠RCF [বিপ্রতীপ কোণ]

ΔPBC ≅ ΔRCF [বাহু- কোণ-বাহু উপপাদ্য]

∴ ∠PBC = ∠CFR

এবং ∠BPC = ∠CRF [একান্তর কোণ]

∴ BP ∥ RF বা, PQ ∥ RF

আবার, QB = PB = RF এবং QB ∥ RF

সুতরাং QBFR একটি সামান্তরিক।

∴ BF ∥ QR বা BC ∥ QR

ধাপ ২ : আবার, BF = QR

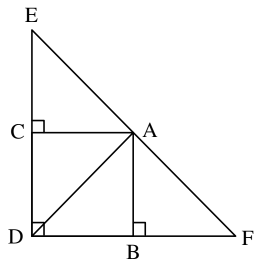
বা, BC + CF = QR [∵ BF = BC + CF]

বা, BC + BC = QR [ধাপ (১) থেকে]

বা, 2BC = QR বা, BC = $\frac{1}{2}$ QR

সুতরাং BC ∥ QR এবং BC = $\frac{1}{2}$ QR. **(প্রমাণিত)**

গ



DEF সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের $\angle D = 90°$ এবং অতিভুজ EF এর উপর A যে কোন একটি বিন্দু। A, D যোগ করি।

দেখাতে হবে যে, $AE^2 + AF^2 = 2AD^2$

অঙ্কন : A বিন্দু থেকে DE এবং DF বাহুর উপর যথাক্রমে AC এবং AB লম্ব টানি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : ΔDEF-এর, $\angle D = 90°$

এবং $\angle E = \angle F = 45°$ $[\because DF = DE]$

এখন, ΔABF-এর, $\angle B = 90°$ $[\because AB \perp DF]$

সুতরাং $\angle BAF = \angle BFA = 45°$

$\therefore FB = AB$

একইভাবে, AEC সমকোণী ত্রিভুজে, $AC = EC$

ধাপ ২ : সমকোণী ΔABF হতে পাই,

$AF^2 = AB^2 + FB^2$

$= AB^2 + AB^2$ $[\because AB = FB]$

$\therefore AF^2 = 2AB^2$

ধাপ ৩ : আবার, সমকোণী ΔAEC হতে পাই,

$AE^2 = EC^2 + AC^2$

$= AC^2 + AC^2$ $[\because EC = AC]$

$\therefore AE^2 = 2AC^2$

ধাপ ৪ : এখন,

$AF^2 + AE^2 = 2AB^2 + 2AC^2$ [ধাপ (২) ও ধাপ (৩) হতে]

$= 2(AB^2 + AC^2)$

ধাপ ৫ : আবার, ABCD একটি আয়ত।

[$\because$ $AB \perp DF$ এবং $AC \perp DE$]

$\therefore AC = BD$ [আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান]

$\therefore AE^2 + AF^2 = 2(AB^2 + BD^2)$ [ধাপ (৪) হতে]

ধাপ ৬ : আবার, সমকোণী ΔABD হতে পাই,

$AD^2 = AB^2 + DB^2$

$AF^2 + AE^2 = 2AD^2$ [ধাপ (৫) হতে]

$\therefore AE^2 + AF^2 = 2AD^2$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৭ $\cos B = \sqrt{3} \sin B$ এবং

$\sqrt{3} - \sin P = \cos P$, যেখানে B, P সূক্ষ্মকোণ।

ক. $\tan 9x = \cot 9x$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\dfrac{\text{cosec}^2B - \sec^2B}{\sin^2B - \cos^2B}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের তথ্য অনুসারে P এর মান নির্ণয় কর। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan 9x = \cot 9x$

বা, $\dfrac{\sin 9x}{\cot 9x} = \dfrac{\cot 9x}{\sin 9x}$

বা, $\sin^2 9x = \cos^2 9x$

বা, $\sin^2 9x = 1 - \sin^2 9x$

বা, $2\sin^2 9x = 1$

বা, $\sin^2 9x = \dfrac{1}{2}$

বা, $\sin 9x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\sin 9x = \sin 45°$

বা, $9x = 45°$

বা, $x = \dfrac{45°}{9}$

$\therefore x = 5°$

$\therefore$ নির্ণেয় মান 5°।

খ দেওয়া আছে, $\cos B = \sqrt{3} \sin B$

বা, $\dfrac{\cos B}{\sin B} = \sqrt{3}$

বা, $\cot B = \sqrt{3}$

বা, $\dfrac{1}{\tan B} = \sqrt{3}$

$\therefore \tan B = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= \dfrac{\text{cosec}^2B - \sec^2B}{\sec^2B + \text{cosec}^2B}$

$= \dfrac{(1 + \cot^2B) - (1 + \tan^2B)}{(1 + \cot^2B) + (1 + \tan^2B)}$ $\left[\because \text{cosec}^2B = 1 + \cot^2B \text{ এবং } \sec^2B = 1 + \tan^2B\right]$

$= \dfrac{\{1 + (\sqrt{3})^2\} - \left\{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right\}}{\{1 + (\sqrt{3})^2\} + \left\{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right\}}$ $[\because \tan B = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ এবং } \cot B = \sqrt{3}]$

$= \dfrac{(1 + 3) - \left(1 + \frac{1}{3}\right)}{(1 + 3) + \left(1 + \frac{1}{3}\right)}$

$= \dfrac{1 + 3 - 1 - \frac{1}{3}}{1 + 3 + 1 + \frac{1}{3}}$

$= \dfrac{3 - \frac{1}{3}}{5 + \frac{1}{3}}$

$= \dfrac{\frac{9 - 1}{3}}{\frac{15 + 1}{3}}$

$= \dfrac{\frac{8}{3}}{\frac{16}{3}}$

$= \dfrac{8}{3} \times \dfrac{3}{16} = \dfrac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \dfrac{1}{2}$. **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

$\sqrt{2} - \sin P = \cos P$

বা, $\sin P = \sqrt{2} - \cos P$

বা, $\sin^2 P = (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2}\cos P + \cos^2 P$ [বর্গ করে]

বা, $\sin^2 P = 2 - 2\sqrt{2}\cos P + \cos^2 P$

বা, $1 - \cos^2 P = 2 - 2\sqrt{2}\cos P + \cos^2 P$

বা, $2\cos^2 P - 2\sqrt{2}\cos P + 1 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos P)^2 - 2\sqrt{2}\cos P \,.\, 1 + 1^2 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos P - 1)^2 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos P - 1 = 0$

বা, $\cos P = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\cos P = \cos 45°$

$\therefore P = 45°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৮ $\cos\theta = m - \cot\theta$, $\cot\theta = n + \cos\theta$ এবং $\cos(m + n) = \frac{1}{2} = \sin(m - n)$; m, n সূক্ষ্মকোণ।

ক. $\cot(90° - \theta) = \sqrt{3}$ হলে $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\left(\frac{m^2 - n^2}{4}\right)^2 = mn$. ৪

গ. দেখাও যে, $m = 45°$ এবং $n = 15°$ ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\cot(90° - \theta) = \sqrt{3} = \cot 30°$

বা, $90° - \theta = 30°$

বা, $\theta = 90° - 30° = 60°$

$\therefore \sin\theta = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $\cos\theta = m - \cot\theta$

বা, $n = \cot\theta + \cos\theta$

আবার, $\cot\theta = n + \cos\theta$

বা, $n = \cot\theta - \cos\theta$

$\therefore \quad (m^2 - n^2)^2 = \{(\cot\theta + \cos\theta)^2 - (\cot\theta - \cos\theta)^2\}^2$

[m ও n এর মান বসিয়ে]

বা, $(m^2 - n^2)^2 = (4\cot\theta \,.\, \cos\theta)^2$

$[\because (a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab]$

বা, $(m^2 - n^2)^2 = 16(\cot^2\theta \,.\cos^2\theta)$

বা, $(m^2 - n^2)^2 = 16\{\cot^2\theta\,(1 - \sin^2\theta)\}$

বা, $(m^2 - n^2)^2 = 16(\cot^2\theta - \cot^2\theta \,.\, \sin^2\theta)$

বা, $(m^2 - n^2)^2 = 16\left(\cot^2\theta - \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} \,.\, \sin^2\theta\right)$

বা, $(m^2 - n^2)^2 = 16(\cot^2\theta - \cos^2\theta)$

বা, $(m^2 - n^2)^2 = 16(\cot\theta + \cos\theta)(\cot\theta - \cos\theta)$

বা, $(m^2 - n^2)^2 = 16mn$

[m ও n এর মান বসিয়ে]

$\therefore \left(\frac{m^2 - n^2}{4}\right)^2 = mn$. **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে,

$2\cos(m + n) = 1 = 2\sin(m - n)$

সুতরাং $2\cos(m + n) = 1$

বা, $\cos(m + n) = \frac{1}{2}$

বা, $\cos(m + n) = \cos 60°$ $[\because \cos 60° = \frac{1}{2}]$

$\therefore m + n = 60°$ .... (i)

আবার,

$2\sin(m - n) = 1$

বা, $\sin(m - n) = \frac{1}{2}$

বা, $\sin(m - n) = \sin 30°$

$\therefore m - n = 30°$ .... (ii)

(i) নং ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$m + n + m - n = 60° + 30°$

বা, $2m = 90°$

বা, $m = \frac{90°}{2}$

$\therefore m = 45°$

(i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$m + n - m + n = 60° - 30°$

বা, $2n = 30°$

বা, $n = \frac{30°}{2}$

$\therefore n = 15°$

সুতরাং $m = 45°$ এবং $n = 15°$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ০৯ 63 মিটার লম্বা একটি গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য $21\sqrt{3}$ মিটার। গাছটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে।

ক. $(1 - \tan^2 60°) \div (1 + \cot^2 30°) + \cos^2 30°$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. গাছটি কত উঁচুতে ভেঙেছিল নির্ণয় কর। ৪

গ. গাছটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ কত হ্রাস পেলে গাছটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $42\sqrt{3}$ মিটার বৃদ্ধি পাবে? ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= (1 - \tan^2 60°) + (1 + \cot^2 30°) + \cos^2 30°$

$= \left\{1 - (\sqrt{3})^2\right\} + \left\{1 + (\sqrt{3})^2\right\} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

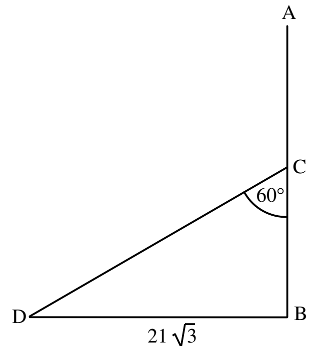
$= (1 - 3) + (1 + 3) + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= -2 + 4 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{4 + \sqrt{3}}{2}$ **(Ans.)**

খ



মনে করি, গাছটি BC উচ্চতায় C বিন্দুতে ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে দণ্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 60°$ কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে $BD = 21\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

এখানে,

BCD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$$

বা, $\tan 60° = \frac{21\sqrt{3}}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{21\sqrt{3}}{BC}$

বা, $\sqrt{3}BC = 21\sqrt{3}$

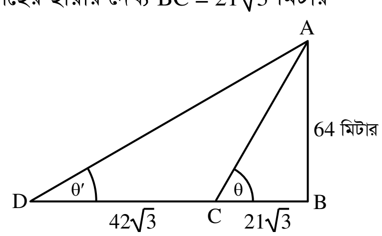
বা, $BC = \frac{21\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

বা, $BC = 21$

$\therefore$ গাছটি 21 মিটার উঁচুতে ভেঙেছিল।

গ দেওয়া আছে, গাছটির উচ্চতা, $AB = 63$ মিটার।

এবং গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য $BC = 21\sqrt{3}$ মিটার



এখন, ΔABC-এ

$\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan\theta = \frac{63}{21\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} = \tan 60°$

$\therefore \theta = 60°$

আবার, ΔADB-এ

$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan\theta' = \frac{63}{BC + CD} = \frac{63}{21\sqrt{3} + 42\sqrt{3}} = \frac{63}{63\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30°$

$\therefore \theta' = 30°$.

$\therefore$ গাছটির শীর্ষবিন্দুতে উন্নতি কোণ হ্রাস পাবে $= (\theta' - 0)$

$= 60° - 30°$

$= 30°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ দশম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিচে দেয়া হলো :

70, 55, 30, 70, 80, 75, 100, 75, 85, 90, 35, 85, 45, 65, 55, 60, 50, 40, 45, 35, 80, 85, 95, 70, 60, 70, 75, 100, 40, 65, 95, 60, 40, 45, 55.

ক. উদ্দীপকের তথ্যের পরিসর নির্ণয় কর। ২

খ. শ্রেণি ব্যবধান 6 ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত উপাত্ত হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, উপাত্তগুলো সর্বোচ্চ নম্বর = 100

এবং সর্বনিম্ন নম্বর = 30

$\therefore$ পরিসর = (100 − 30) + 1 = 70 + 1 = 71

খ শ্রেণিব্যবধান 6 ধরলে শ্রেণিসংখ্যা $= \frac{71}{6} = 11.83 \approx 12$ টি

$\therefore$ নির্ণেয় শ্রেণিসংখ্যা 12 টি।

গণসংখ্যার সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
29 – 34	|	1	1
35 – 40	卌	5	6
41 – 46	|||	3	9
47 – 52	|	1	10
53 – 58	|||	3	13
59 – 64	|||	3	16
65 – 70	卌|	6	22
71 – 76	|||	3	25
77 – 82	||	2	27
83 – 88	|||	3	30
89 – 94	|	1	31
95 – 100	||||	4	35
	মোট	n = 35	

এখানে, $\frac{n+1}{2} = \frac{35+1}{2} = \frac{36}{2} = 18$; অর্থাৎ 18-তম পদ (65 – 70) শ্রেণিতে মধ্যক অবস্থিত।

সুতরাং $L = 65, F_c = 16, f_m = 6, h = 6$

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 65 + (17.5 - 16) \times \frac{6}{6}$

$= 65 + 1.5$

$= 66.5$

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যক 66.5।

গ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা f_i	শ্রেণি মধ্যমান x_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
29 – 34	1	31.5	– 6	– 6
35 – 40	5	37.5	– 5	– 25
41 – 46	3	43.5	– 4	– 12
47 – 52	1	49.5	– 3	– 3
53 – 58	3	55.5	– 2	– 6
59 – 64	3	61.5	– 1	– 3
65 – 70	6	67.5← a	0	0
71 – 76	3	73.5	1	3
77 – 82	2	79.5	2	4
83 – 88	3	85.5	3	9
89 – 94	1	91.5	4	4
95 – 100	4	97.5	5	20
	n = 35			$\Sigma f_iu_i = -15$

∴ গাণিতিক গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

$= 67.5 + \frac{-15}{35} \times 6$

$= 67.5 - 2.57$

$= 64.93$

∴ নির্ণেয় গড় = 64.93 **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১১ নিচের গণসংখ্যা নিবেশন সারণিটি লক্ষ্য কর :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
গণসংখ্যা	4	9	15	12	6	4

ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রদত্ত নিবেশনের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যার সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
41 – 50	4	4
51 – 60	9	13
61 – 70	15	28
71 – 80	12	40
81 – 90	6	46
91 – 100	4	50
মোট	n = 50	

এখানে, $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$; অর্থাৎ 25-তম পদ (61 – 70) শ্রেণিতে মধ্যক অবস্থিত।

∴ মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{61 + 70}{2} = 65.5$ **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা f_i	শ্রেণি মধ্যমান x_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
41 – 50	4	45.5	– 3	– 12
51 – 60	9	55.5	– 2	– 18
61 – 70	15	65.5	– 1	– 15
71 – 80	12	75.5 ← a	0	0
81 – 90	6	85.5	1	6
91 – 100	4	95.5	2	8
	n = 50			$\Sigma f_iu_i = -31$

∴ গাণিতিক গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

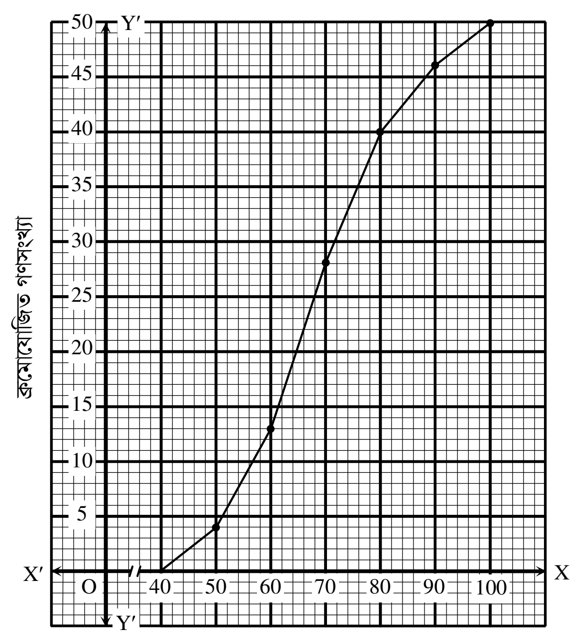
$= 75.5 + \frac{-31}{50} \times 10$

$= 75.5 - 6.2$

$= 69.3$

∴ নির্ণেয় গড় = 69.3 **(Ans.)**

গ 'ক' হতে প্রাপ্ত সারণি ব্যবহার করে, x অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 2 একক এবং y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 40 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



সিলেট বোর্ড-২০২৪

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ৩০ মিনিট **পূর্ণমান : ৩০**

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১। $\frac{1}{\sin\theta}\sqrt{\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta}$ = কত?
ক) $\sin\theta$ খ) $\cot\theta$ গ) $\text{cosec}\theta$ ঘ) $\tan\theta$

২। **0.53 এর সাধারণ ভগ্নাংশ কোনটি?**
ক) $\frac{53}{90}$ খ) $\frac{50}{90}$ গ) $\frac{53}{100}$ ঘ) $\frac{24}{45}$

৩। $x^2 = 3x$ **এর সমাধান সেট কোনটি?**
ক) { } খ) {0} গ) {3} ঘ) {0, 3}

৪। **একটি সিলিন্ডারের উচ্চতা 4 সে.মি এবং ভূমির ব্যাস 4 সে.মি. হলে–**
i. এর বক্রতলের ক্ষেত্রফল 50.27 বর্গ সে.মি.
ii. এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 75.4 বর্গ সে. মি.
iii. এর আয়তন 201.06 ঘন সে.মি.
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৫। $2x - 5y - 8 = 0$ **এবং** $ax + by + c = 0$ **সমীকরণদ্বয়ের তুলনায়** c **এর মান কত?**
ক) – 8 খ) – 8 গ) 4 ঘ) 8

৬। **একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 10 সে. মি. হলে এর মধ্যমার দৈর্ঘ্য কত?**
ক) $5\sqrt{3}$ সে.মি. খ) $3\sqrt{5}$ সে.মি. গ) 75 সে.মি. ঘ) 125 সে.মি.

৭। **একটি রম্বস অংকন করতে ন্যূনতম কতটি উপাত্ত প্রয়োজন?**
ক) 1 খ) 2 গ) 3 ঘ) 4

৮। **একটি বর্গক্ষেত্রের–**
i. ঘূর্ণন কোণ 90° ii. প্রতিসাম্য রেখার সংখ্যা 4
iii. ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 6
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৯। **অবনতি কোণের মান কত ডিগ্রি হলে একটি মিনারের দৈর্ঘ্য এবং ছায়ার দৈর্ঘ্য সমান হবে?**
ক) 90° খ) 60° গ) 45° ঘ) 30°

১০। **একটি গাছের উচ্চতা** $2\sqrt{3}$ **মিটার। গাছের গোড়া হতে 6 মিটার দূরে উন্নতি কোণ কত?**
ক) 15° খ) 30° গ) 45° ঘ) 60°

১১। $\sin(90 - 3\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ **হলে** θ = **কত?**
ক) 15° খ) 30° গ) 45° ঘ) 60°

১২। $\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \ldots\ldots\ldots$ **ধারাটির সপ্তম পদ নিচের কোনটি?**
ক) $9\sqrt{3}$ খ) 27 গ) $27\sqrt{3}$ ঘ) 81

১৩। **11 + 7 + 3 + ... – 49 ধারাটির—**
i. সাধারণ অন্তর – 4 ii. 9 তম পদ – 43 iii. পদসংখ্যা 16
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

১৪। $3x - y = 12$ **এবং** $6x - 2y = 17$ **সমীকরণদ্বয়—**
i. পরস্পর অনির্ভরশীল ii. পরস্পর সমঞ্জস
iii. এর একটিমাত্র সমাধান আছে
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

১৫। **দুইটি সংখ্যার অনুপাত 3 : 2 এবং এদের ল.সা.গু 42 হলে সংখ্যা দুইটির গ.সা.গু কত?**
ক) 6 খ) 7 গ) 14 ঘ) 21

১৬। $x + y = \sqrt{8}$ **এবং** $x - y = \sqrt{5}$ **হলে–**
i. xy এর মান $\frac{3}{4}$ ii. $x^2 + y^2$ এর মান $\frac{13}{2}$
iii. $x^2 - y^2$ এর মান $\sqrt{40}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

১৭। **একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 4 সে.মি. এবং 5 সে.মি. হলে এর পরিবৃত্তের কেন্দ্র কোথায় অবস্থিত?**
ক) অতিভুজের উপর খ) লম্বের উপর
গ) ত্রিভুজের অভ্যন্তরে ঘ) ত্রিভুজের বহির্ভাগে

১৮। $\sqrt{\frac{5}{80}}$ **কোন ধরনের সংখ্যা?**
ক) স্বাভাবিক খ) অমূলদ গ) মূলদ ঘ) মৌলিক

১৯। **একটি ক্রমিক সমানুপাতীর প্রান্তীয় রাশি দুইটি 4 এবং 16 হলে এর মধ্য সমানুপাতী কত?**
ক) 6 খ) 8 গ) 10 ঘ) 12

□ **নিচের উদ্দীপকের আলোকে ২০ ও ২১নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

শ্রেণি ব্যাপ্তি	31 – 40	41 – 50	51 – 60	61 – 70
গণসংখ্যা	4	18	22	18

২০। **মধ্যক শ্রেণি কোনটি?**
ক) 41 – 50 খ) 50.5 – 60.5 গ) 51 – 60 ঘ) 61 – 70

২১। **উপাত্তের প্রচুরক কত?**
ক) 22 খ) 51 গ) 55 ঘ) 56

২২। $x = \sqrt{6}, y = \sqrt{3}$ **হলে** $(x - y)^2 + 2xy$ **এর মান কত?**
ক) 3 খ) $\sqrt{18}$ গ) $2\sqrt{18}$ ঘ) 9

২৩। $f(x) - x^4 - 7x^3 - 5$ **হলে** $f(-1)$ = **কত?**
ক) 3 খ) 1 গ) – 11 ঘ) – 13

২৪। $a + b = \sqrt{3}, a - b = 1$ **হলে** $4ab$ **এর মান নিচের কোনটি?**
ক) 4 খ) $\sqrt{3} + 1$ গ) 2 ঘ) $\sqrt{3} - 1$.

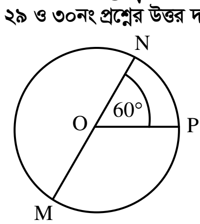
২৫। $Q = \{1, a\}$ **হলে** $P(Q)$ **নিচের কোনটি?**
ক) $\{1, a\}$ খ) $\{1\}, \{a\}, \{1, a\}$
গ) $\{1\}, \{a\}, \{1, a\}, \varnothing$ ঘ) $\{\{1\}, \{a\}, \{1, a\}, \varnothing\}$

২৬। $\frac{64}{(64)^x} = 16$ **হলে** x **এর মান কত?**
ক) 4 খ) $\frac{1}{3}$ গ) $\frac{-1}{3}$ ঘ) – 4

২৭। $\frac{5.3^{x+1} - 14.3^x}{3^x}$ **এর মান কত?**
ক) 2 খ) 1 গ) – 1 ঘ) – 2

২৮। **নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা?**
ক) $0.\dot{5}\dot{3}$ খ) 0.80 গ) $\sqrt{8}$ ঘ) $\sqrt{9}$

□ **উদ্দীপকের আলোকে ২৯ ও ৩০নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $MN = 6$ সে. মি.

২৯। PN **চাপের দৈর্ঘ্য কত?**
ক) 3.14 সে.মি. খ) 6.28 সে.মি. গ) 12.57 সে.মি. ঘ) 40.84 সে.মি.

৩০। **বৃত্তকলা** PON **এর ক্ষেত্রফল কত?**
ক) 4.71 বর্গ সে. মি. খ) 9.42 বর্গ সে. মি.
গ) 18.85 বর্গ সে. মি. ঘ) 40.84 বর্গ সে. মি.

■ **খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।**

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

সিলেট বোর্ড-২০২৪

গণিত (সৃজনশীল) বিষয় কোড : 1 0 9

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ–বীজগণিত

১। $p^2 - 9 = 4\sqrt{5}$.

ক. প্রমাণ কর যে, $p = \sqrt{5} + 2$. ২

খ. $p^4 - \frac{1}{p^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $p^5 + \frac{1}{p^5} = 610\sqrt{5}$. ৪

২। একটি সমান্তর ধারার প্রথাম 6টি পদের সমষ্টি 75 এবং প্রথম 10টি পদের সমষ্টি 185 আবার একটি গুণোত্তর ধারার চতুর্থপদ $\frac{1}{16}$ এবং সপ্তম পদ $\frac{1}{128}$.

ক. $8 + 11 + 14 + ...$ ধারাটির কোন পদ 383, তা নির্ণয় কর। ২

খ. সমান্তর ধারাটির 17-তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 6টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩। p, q, r এবং s ক্রমিক সমানুপাতিক এবং $\frac{2}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

ক. দুইটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে m একক এবং n একক। তাদের কর্ণদ্বয়ের অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $(p^2 - q^2 + r^2)(q^2 - r^2 + s^2) = (pq - qr + rs)^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x + a}{x - a} + \frac{x + b}{x - b} = 2, a \neq b$. ৪

খ বিভাগ–জ্যামিতি

৪। ΔABC-এ AD, BF ও CE তিনটি মধ্যমা।

ক. $AB = AC$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\Delta ABD \cong \Delta ACD$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $EF \parallel BC$ এবং $EF = \frac{1}{2} BC$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AD + BF + CE < AB + BC + AC$. ৪

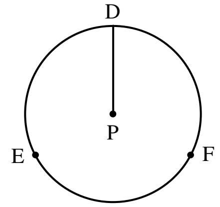
৫। একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 60°, \angle y = 45°$ এবং পরিসীমা $p = 10$ সে. মি.।

ক. রুলার ও পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle y$ আঁক। ২

খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান পরিসীমাবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

৬।



চিত্রে, P বৃত্তের কেন্দ্র।

ক. $DP = 4.5$ cm হলে, বৃত্তটির পরিধি নির্ণয় কর। ২

খ. $DE = DF$ হলে, প্রমাণ কর যে, DE ও DF, P বিন্দু হতে সমদূরবর্তী। ৪

গ. ΔDEF-এর অন্তর্বৃত্ত আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ বিভাগ–ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭। $p = \text{cosec}\theta + \cot\theta, q = \text{cosec}\theta - \cot\theta, c = \frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta - 1}$.

ক. $\theta = 30°$ হলে pq এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^2 = c$. ৪

গ. $\frac{q}{p} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে $\sec\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮। 16 মিটার দীর্ঘ একটি মই লম্বভাবে দণ্ডায়মান একটি দেয়ালের ছাদ বরাবর ঠেস দিয়ে রাখা হলো। ফলে এটি ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করল।

ক. 5 মিটার উচ্চতার একটি খুটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $5\sqrt{3}$ মিটার হলে সূর্যের উন্নতি কোণ নির্ণয় কর। ২

খ. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ উদ্দীপকের আলোকে আনুপাতিক চিত্র এঁকে দেয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. দেয়ালের সাথে ঠেস দিয়ে রাখা অবস্থায় মইটিকে পূর্বের অবস্থান থেকে ভূমি বরাবর আর কতদূর সরালে মইটি ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করবে তা নির্ণয় কর। ৪

৯। সামান্তরিক আকৃতি একটি জমির সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 45 মিটার এবং 39 মিটার। জমিটির ক্ষুদ্রতর কর্ণের দৈর্ঘ্য 42 মিটার।

ক. 54 বর্গসেমি ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট কোনো রম্বসের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 9 সেমি হলে অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. বৃহত্তর সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী লম্বদূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

গ. জমিটির বৃহত্তর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

ঘ বিভাগ–পরিসংখ্যান

১০। দশম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যবধান	31–40	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
গণসংখ্যা	6	8	10	12	5	7	2

ক. 10, 16, 14, 18, 26, 30, 28, 22 উপাত্তসমূহের মধ্যক নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১। কোনো শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	45–49	50–54	55–59	60–64	65–69	70–74
গণসংখ্যা	4	8	11	15	13	6

ক. প্রদত্ত সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ২

খ. সারণির মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	গ	২	ঘ	৩	ঘ	৪	ক	৫	ক	৬	ক	৭	খ	৮	ক	৯	গ	১০	খ	১১	ক	১২	*	১৩	খ	১৪	ঘ	১৫	খ
	১৬	ঘ	১৭	ক	১৮	গ	১৯	খ	২০	গ	২১	ঘ	২২	ঘ	২৩	ক	২৪	গ	২৫	ঘ	২৬	খ	২৭	খ	২৮	গ	২৯	ক	৩০	ক

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▸ ০১ $p^2 - 9 = 4\sqrt{5}$.

ক. প্রমাণ কর যে, $p = \sqrt{5} + 2$. ২

খ. $p^4 - \frac{1}{p^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $p^5 + \frac{1}{p^5} = 610\sqrt{5}$. ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $p^2 - 9 = 4\sqrt{5}$

বা, $p^2 = 9 + 4\sqrt{5}$

বা, $p^2 = 5 + 4\sqrt{5} + 4$

বা, $p^2 = (\sqrt{5})^2 + 2.\sqrt{5}.2 + 2^2$

বা, $p^2 = (\sqrt{5} + 2)^2$

$\therefore p = \sqrt{5} + 2$ **(প্রমাণিত)**

খ দেওয়া আছে, $p^2 - 9 = 4\sqrt{5}$

$\therefore p^2 = 9 + 4\sqrt{5}$

$\therefore \frac{1}{p^2} = \frac{1}{9 + 4\sqrt{5}}$

$= \frac{9 - 4\sqrt{5}}{(9 + 4\sqrt{5})(9 - 4\sqrt{5})}$ [লব ও হরকে $9 - 4\sqrt{5}$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{9 - 4\sqrt{5}}{9^2 - (4\sqrt{5})^2}$

$= \frac{9 - 4\sqrt{5}}{81 - 80}$

$= 9 - 4\sqrt{5}$

$\therefore p^4 - \frac{1}{p^4} = (p^2)^2 - \left(\frac{1}{p^2}\right)^2$

$= \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)\left(p^2 - \frac{1}{p^2}\right)$

$= (9 + 4\sqrt{5} + 9 - 4\sqrt{5})(9 + 4\sqrt{5} - 9 + 4\sqrt{5})$

$= 18 \times 8\sqrt{5}$

$= 144\sqrt{5}$ **(Ans.)**

গ 'ক' হতে পাই, $p = \sqrt{5} + 2$

$\therefore \frac{1}{p} = \frac{1}{\sqrt{5} + 2}$

$= \frac{\sqrt{5} - 2}{(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2)}$ [লব ও হরকে $\sqrt{5} - 2$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{\sqrt{5} - 2}{(\sqrt{5})^2 - 2^2} = \frac{\sqrt{5} - 2}{5 - 4}$

$= \sqrt{5} - 2$

$\therefore p + \frac{1}{p} = \sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} - 2 = 2\sqrt{5}$

'খ' হতে পাই, $p^2 = 9 + 4\sqrt{5}$ এবং $\frac{1}{p^2} = 9 - 4\sqrt{5}$

$\therefore p^2 + \frac{1}{p^2} = 9 + 4\sqrt{5} + 9 - 4\sqrt{5} = 18$

এবং $p^3 + \frac{1}{p^3} = \left(p + \frac{1}{p}\right)^3 - 3.p.\frac{1}{p}\left(p + \frac{1}{p}\right)$

$= (2\sqrt{5})^3 - 3 \times 2\sqrt{5}$

$= 40\sqrt{5} - 6\sqrt{5}$

$= 34\sqrt{5}$

এখন, $\left(p^3 + \frac{1}{p^3}\right)\left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) = 34\sqrt{5} \times 18$

বা, $p^5 + p + \frac{1}{p} + \frac{1}{p^5} = 612\sqrt{5}$

বা, $p^5 + \frac{1}{p^5} + 2\sqrt{5} = 612\sqrt{5}$

$\therefore p^5 + \frac{1}{p^5} = 610\sqrt{5}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০২ একটি সমান্তর ধারার প্রথাম 6টি পদের সমষ্টি 75 এবং প্রথম 10টি পদের সমষ্টি 185 আবার একটি গুণোত্তর ধারার চতুর্থপদ $\frac{1}{16}$ এবং সপ্তম পদ $\frac{1}{128}$.

ক. $8 + 11 + 14 + ...$ ধারাটির কোন পদ 383, তা নির্ণয় কর। ২

খ. সমান্তর ধারাটির 17-তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 6টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ, $a = 8$

সাধারণ অন্তর, $d = 14 - 11 = 11 - 8 = 3$

$\therefore$ এটি একটি সমান্তর ধারা।

মনে করি, ধারাটির n তম পদ 383

আমরা জানি,

n তম পদ $= a + (n - 1)d$

বা, $8 + (n - 1)3 = 383$

বা, $8 + 3n - 3 = 383$

বা, $5 + 3n = 383$

বা, $3n = 378$

বা, $n = \frac{378}{3}$

$\therefore n = 126$ **(Ans.)**

খ মনে করি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d.

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$= \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$

দেওয়া আছে, প্রথম 6টি পদের সমষ্টি = 75

বা, $\frac{6}{2}\{2a + (6 - 1)d\} = 75$

বা, $3(2a + 5d) = 75$

$\therefore 2a + 5d = 25 ...... (i)$

আবার, প্রথম 10টি পদের সমষ্টি = 185

বা, $\frac{10}{2}\{2a + (10-1)d\} = 185$

বা, $5(2a + 9d) = 185$

$\therefore 2a + 9d = 37$ ... ... (ii)

(ii) থেকে (i)নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$4d = 12$

বা, $d = \frac{12}{4}$

$\therefore d = 3$

d এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$2a + 5 \times 3 = 25$

বা, $2a = 25 - 15$

বা, $2a = 10$

বা, $a = \frac{10}{2}$

$\therefore a = 5$

$\therefore$ ধারাটির 17 তম পদ $= 5 + (17-1)3 = 5 + 16 \times 3$

$= 5 + 48 = 53$ **(Ans.)**

গ মনে করি, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r.

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

দেওয়া আছে, চতুর্থ পদ $= \frac{1}{16}$

বা, $ar^{4-1} = \frac{1}{16}$ বা, $ar^3 = \frac{1}{16}$ ... ... (i)

এবং সপ্তম পদ $= \frac{1}{128}$

বা, $ar^{7-1} = \frac{1}{128}$

বা, $ar^6 = \frac{1}{128}$ ... ... (ii)

(ii) নং কে (i) নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{ar^6}{ar^3} = \frac{16}{128}$

বা, $r^3 = \frac{1}{8}$

বা, $r^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3$

$\therefore r = \frac{1}{2}$

(i) নং সমীকরণে r এর মান বসিয়ে পাই,

$a \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{16}$

বা, $\frac{a}{8} = \frac{1}{16}$

বা, $a = \frac{8}{16}$

$\therefore a = \frac{1}{2}$

গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 6টি পদের সমষ্টি $= \frac{\frac{1}{2}\left\{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^6\right\}}{1 - \frac{1}{2}}$

$= \frac{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2^6}\right)}{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^6}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৩ p, q, r এবং s ক্রমিক সমানুপাতিক এবং $\frac{2}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

ক. দুইটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে m একক এবং n একক। তাদের কর্ণদ্বয়ের অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $(p^2 - q^2 + r^2)(q^2 - r^2 + s^2) = (pq - qr + rs)^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b} = 2, a \neq b$. ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য m একক হলে এর কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2}m$ একক

" " " n " " " " " $= \sqrt{2}n$ একক

$\therefore$ কর্ণদ্বয়ের অনুপাত $= \sqrt{2}m : \sqrt{2}n = m : n$ **(Ans.)**

খ p, q, r, s ক্রমিক সমানুপাতী হলে, $\frac{p}{q} = \frac{q}{r} = \frac{r}{s}$

ধরি, $\frac{p}{q} = \frac{q}{r} = \frac{r}{s} = k$

অর্থাৎ, $\frac{r}{s} = k \therefore r = sk$

$\frac{q}{r} = k$

বা, $q = rk$

বা, $q = sk.k$

$\therefore q = sk^2$

$\frac{p}{q} = k$

বা, $p = qk$

বা, $p = sk^2.k$

$\therefore p = sk^3$

বামপক্ষ $= (p^2 - q^2 + r^2)(q^2 - r^2 + s^2)$

$= \{(sk^3)^2 - (sk^2)^2 + (sk)^2\}\{(sk^2)^2 - (sk)^2 + s^2\}$

$= (s^2k^6 - s^2k^4 + s^2k^2)(s^2k^4 - s^2k^2 + s^2)$

$= s^2k^2(k^4 - k^2 + 1) \times s^2(k^4 - k^2 + 1)$

$= s^4k^2(k^4 - k^2 + 1)^2$

ডানপক্ষ $= (pq - qr + rs)^2$

$= (sk^3.sk^2 - sk^2.sk + sk.s)^2$

$= (s^2k^5 - s^2k^3 + s^2k)^2$

$= \{s^2k(k^4 - k^2 + 1)\}^2$

$= s^4k^2(k^4 - k^2 + 1)^2$

বামপক্ষ = ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $\frac{2}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

বা, $\frac{2}{x} = \frac{b+a}{ab}$

বা, $\frac{x}{2} = \frac{ab}{a+b}$

বা, $x = \frac{2ab}{a+b}$

বা, $\frac{x}{a} = \frac{2b}{a+b}$ [a দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{x+a}{x-a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{x+a}{x-a} = \frac{a+3b}{b-a}$ ... ... (i)

আবার, $x = \frac{2ab}{a+b}$

বা, $\frac{x}{b} = \frac{2a}{a+b}$ [b দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{x+b}{x-b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{x+b}{x-b} = \frac{3a+b}{a-b}$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করি,

$\frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b} = \frac{a+3b}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b}$

$= \frac{a+3b}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a}$

$= \frac{a+3b-3a-b}{b-a}$

$= \frac{2(b-a)}{(b-a)} = 2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৪ ΔABC-এ AD, BF ও CE তিনটি মধ্যমা।

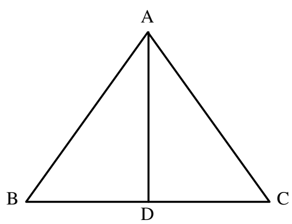
ক. $AB = AC$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\Delta ABD \cong \Delta ACD$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $EF \parallel BC$ এবং $EF = \frac{1}{2}BC$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AD + BF + CE < AB + BC + AC$. ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



দেওয়া আছে, ΔABC-এ AD মধ্যমা এবং $AB = AC$

প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABD \cong \Delta ACD$

প্রমাণ : ΔABD এবং ΔACD এর মাঝে,

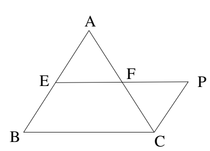
$AB = AC$ [দেওয়া আছে]

$AD = AD$ [সাধারণ বাহু]

$BD = CD$ [AD মধ্যমা হলে, D; BC এর মধ্যবিন্দু]

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD$ **(প্রমাণিত)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC-এ AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দুদ্বয় যথাক্রমে E ও F-এর সংযোজক রেখাংশ EF.

প্রমাণ করতে হবে যে, $EF \parallel BC$ এবং $EF = \frac{1}{2}BC$

অঙ্কন : EF-কে P পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $EF = FP$ হয়। P, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔAEF ও ΔFCP-এ

$AF = FC$ [F, AC-এর মধ্যবিন্দু]

$EF = FP$ [অঙ্কন অনুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle AFE =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle CFP$ [বিপ্রতীপ কোণ]

অতএব, $\Delta AEF \cong \Delta FCP$

$AE = PC = BE$ এবং

$\angle EAF = \angle FCP$ [একান্তর কোণ]

$\therefore AE \parallel PC$ অর্থাৎ $AB \parallel PC$

ধাপ-২. আবার, $BE = PC$

সুতরাং, BEPC একটি সামান্তরিক

ধাপ-৩. অতএব, $EP \parallel BC$,

[সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় সমান ও সমান্তরাল]

$EF \parallel BC$ এবং

$EP = BC$

বা, $EF + FP = BC$

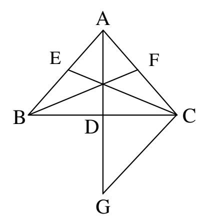
বা, $EF + EF = BC$ [ধাপ (১) থেকে]

বা, $2EF = BC$

$\therefore EF = \frac{1}{2}BC$

সুতরাং $EF \parallel BC$ এবং $EF = \frac{1}{2}BC$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ। AD, BF এবং CE তার তিনটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD + BF + CE < AB + BC + AC$.

অঙ্কন : AD কে G পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $AD = DG$ হয়। C, G যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔABD এবং ΔCDG এ

$AD = GD$ [অঙ্কন অনুসারে]

$BD = CD$ [D, BC এর মধ্যবিন্দু]

$\angle ADB = \angle CDG$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta CDG$

সুতরাং $AB = CG$.

ধাপ-২. এখন ΔACG-এ

$AC + CG > AG$

বা, $AC + AB > 2AD$

$\therefore AB + AC > 2AD$ ... ... (i)

ধাপ-৩. অনুরূপভাবে

$AB + BC > 2BF$ ... ... (ii)

$AC + BC > 2CE$ ... ... (iii)

ধাপ-৪. সমীকরণ (i), (ii) এবং (iii) যোগ করে পাই,

$2AB + 2AC + 2BC > 2AD + 2BF + 2CE$

বা, $2(AB + AC + BC) > 2(AD + BF + CE)$

[উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $AB + AC + BC > AD + BF + CE$

$\therefore AD + BF + CE < AB + BC + AC$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৫ একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 60°$, $\angle y = 45°$ এবং পরিসীমা $p = 10$ সে. মি.।

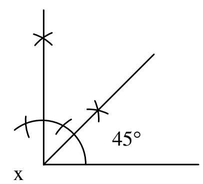
ক. রুলার ও পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle y$ আঁক। ২

খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

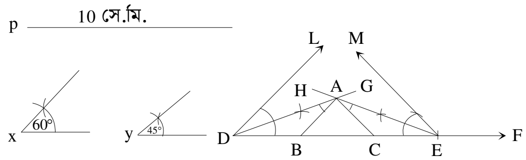
গ. ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান পরিসীমাবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ

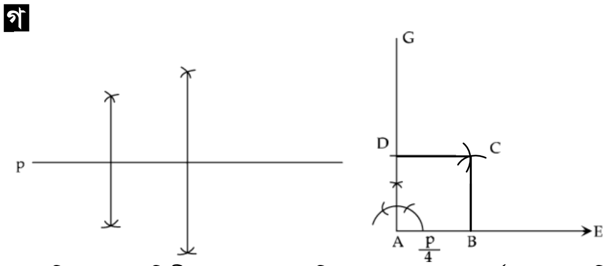


মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 60°$ ও $\angle y = 45°$ এবং পরিসীমা $p = 10$ সেমি দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন : যেকোনো রশ্মি DF থেকে পরিসীমা p এর সমান করে DE অংশ কাটি। DE এর D ও E বিন্দুতে যথাক্রমে $\frac{1}{2}\angle x = \angle EDG$ ও $\frac{1}{2}\angle y = \angle DEH$ আঁকি। DG ও EH পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে। এবার A বিন্দুতে $\angle EDA = \angle DAB$ এবং $\angle DEA = \angle EAC$ আঁকি। DE কে AB ও AC যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কিত হলো।

গ



ত্রিভুজের পরিসীমা p = 10 সেমি দেওয়া আছে। অর্থাৎ, 10 সেমি পরিসীমাবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. পরিসীমা p = 10 সেমি কে প্রথমে সমান দুভাগে বিভক্ত করি।

২. অতঃপর পুনরায় তার অর্ধেক অংশকে সমান দুভাগে বিভক্ত করি। ফলে ক্ষুদ্রতম অংশ $\frac{p}{4}$ এর সমান হবে।

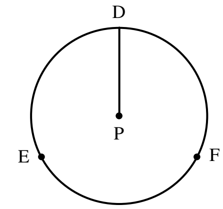
৩. যেকোনো রশ্মি AE হতে $AB = \frac{p}{4}$ কেটে নিই।

৪. AB রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle EAG = 90°$ আঁকি। AG হতে $AD = \frac{p}{4}$ নেই।

৫. B ও D বিন্দুকে কেন্দ্র করে $\frac{p}{4}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle EAG$ এর অভ্যন্তরে দুটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

৬. B, C এবং C, D যোগ করি।
তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট বর্গক্ষেত্র।

প্রশ্ন ▶ ০৬



চিত্রে, P বৃত্তের কেন্দ্র।

ক. $DP = 4.5$ cm হলে, বৃত্তটির পরিধি নির্ণয় কর। ২

খ. $DE = DF$ হলে, প্রমাণ কর যে, DE ও DF, P বিন্দু হতে সমদূরবর্তী। ৪

গ. ΔDEF-এর অন্তর্বৃত্ত আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

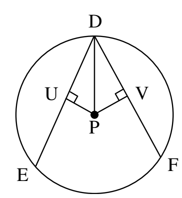
৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ DP = r = 4.5 cm

$\therefore$ বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$ cm
$= 2 \times 3.14 \times 4.5$ cm
$= 28.26$ cm

$\therefore$ নির্ণেয় পরিধি 28.26 cm. **(Ans.)**

খ **বিশেষ নির্বচন :** চিত্রে, P বৃত্তের কেন্দ্র এবং DE ও DF বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, DE ও DF জ্যাদ্বয় বৃত্তের কেন্দ্র P থেকে সমদূরবর্তী।



অঙ্কন : P থেকে DE এবং DF জ্যাদ্বয় এর উপর যথাক্রমে PU এবং PV লম্ব আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : $PU \perp DE$ ও $PV \perp DF$

সুতরাং, DU = EU এবং DV = FV. [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

$\therefore DU = \frac{1}{2}DE$ এবং $DV = \frac{1}{2}DF$

ধাপ-২ : কিন্তু DE = DF [দেওয়া আছে]

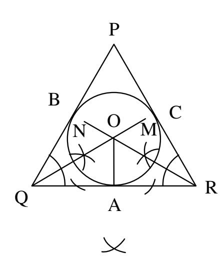
$\therefore DU = DV$

ধাপ-৩ : এখন, ΔDPU ও ΔDPV সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে,
অতিভুজ PD = অতিভুজ PD
এবং DU = DV
$\therefore \Delta DPU \cong \Delta DPV$ [অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা]
$\therefore PU = PV$

ধাপ-৪ : কিন্তু PU এবং PV কেন্দ্র P থেকে যথাক্রমে DE জ্যা ও DF জ্যা-এর দূরত্ব।

$\therefore$ DE ও DF জ্যাদ্বয় বৃত্তটির কেন্দ্র P থেকে সমদূরবর্তী। **(প্রমাণিত)**

গ



দেওয়া আছে, DEF একটি ত্রিভুজে DE = DF যার অন্তর্বৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. $\angle DEF$ ও $\angle DFE$ এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে EM ও FN আঁকি যা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

২. O হতে EF এর উপর OA লম্ব আঁকি যা EF কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. এখন, O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি যা DE, EF ও DF বাহুত্রয়কে যথাক্রমে B, A ও C বিন্দুতে স্পর্শ করে।
তাহলে ABC-ই উদ্দিষ্ট অন্তর্বৃত্ত।

প্রশ্ন ▶ ০৭ $p = \text{cosec}\theta + \cot\theta$, $q = \text{cosec}\theta - \cot\theta$, $c = \dfrac{\sec\theta + 1}{\sec\theta - 1}$.

ক. $\theta = 30°$ হলে pq এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^2 = c$. ৪

গ. $\dfrac{q}{p} = \dfrac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে secθ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $p = \text{cosec}\theta + \cot\theta$, $q = \text{cosec}\theta - \cot\theta$

$\therefore pq = (\text{cosec}\theta + \cot\theta)(\text{cosec}\theta - \cot\theta)$
$= \text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta$
$= \text{cosec}^2 30° - \cot^2 30°$ [$\because \theta = 30°$]
$= 2^2 - (\sqrt{3})^2$
$= 4 - 3 = 1$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $p = \text{cosec}\theta + \cot\theta$ এবং $c = \dfrac{\sec\theta + 1}{\sec\theta - 1}$

বামপক্ষ $= p^2$

$$= (\text{cosec}\theta + \cot\theta)^2$$

$$= \left(\frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2 = \left(\frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta}\right)^2 = \frac{(1 + \cos\theta)^2}{\sin^2\theta}$$

$$= \frac{(1 + \cos\theta)^2}{1 - \cos^2\theta} = \frac{(1 + \cos\theta)(1 + \cos\theta)}{(1 + \cos\theta)(1 - \cos\theta)}$$

$$= \frac{1 + \cos\theta}{1 - \cos\theta} = \frac{1 + \frac{1}{\sec\theta}}{1 - \frac{1}{\sec\theta}}$$

$$= \frac{\frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta}}{\frac{\sec\theta - 1}{\sec\theta}} = \frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta} \times \frac{\sec\theta}{\sec\theta - 1}$$

$$= \frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta - 1} = c = \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore p^2 = c$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $\dfrac{q}{p} = \dfrac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$

বা, $\dfrac{\text{cosec}\theta - \cot\theta}{\text{cosec}\theta + \cot\theta} = \dfrac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$

বা, $\dfrac{\text{cosec}\theta - \cot\theta + \text{cosec}\theta + \cot\theta}{\text{cosec}\theta - \cot\theta - \text{cosec}\theta - \cot\theta} = \dfrac{2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3} - 2 - \sqrt{3}}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\dfrac{2\,\text{cosec}\theta}{-2\cot\theta} = \dfrac{4}{-2\sqrt{3}}$

বা, $\dfrac{\text{cosec}\theta}{\cot\theta} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\dfrac{\frac{1}{\sin\theta}}{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\dfrac{1}{\sin\theta} \times \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\dfrac{1}{\cos\theta} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\sec\theta = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\sec\theta = \sec 30°$

$\therefore \theta = 30°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৮ 16 মিটার দীর্ঘ একটি মই লম্বভাবে দণ্ডায়মান একটি দেয়ালের ছাদ বরাবর ঠেস দিয়ে রাখা হলো। ফলে এটি ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করল।

ক. 5 মিটার উচ্চতার একটি খুটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $5\sqrt{3}$ মিটার হলে সূর্যের উন্নতি কোণ নির্ণয় কর। ২

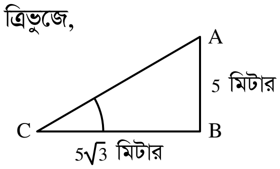
খ. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ উদ্দীপকের আলোকে আনুপাতিক চিত্র এঁকে দেয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. দেয়ালের সাথে ঠেস দিয়ে রাখা অবস্থায় মইটিকে পূর্বের অবস্থান থেকে ভূমি বরাবর আর কতদূর সরালে মইটি ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করবে তা নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, AB = 5 মিটার দৈর্ঘ্যের একটি খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য BC $= 5\sqrt{3}$ মিটার। ধরি, সূর্যের উন্নতি কোণ $\angle ACB = \theta$.

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে,



$\tan\angle ACB = \dfrac{AB}{BC}$

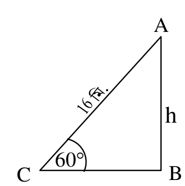
বা, $\tan\theta = \dfrac{5}{5\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta = \tan 30°$

$\therefore \theta = 30°$ **(Ans.)**

খ মনে করি, AC = 16 মিটার দৈর্ঘ্যের একটি মই, যা AB = h মিটার দেওয়ালের ছাদ বরাবর A বিন্দুতে ঠেস দিয়ে রাখা হয়েছে। ফলে মইটি ভূমি BC-এর সাথে $\angle ACB = 60°$ উৎপন্ন করে।



ΔABC থেকে পাই,

$\sin\angle ACB = \dfrac{AB}{AC}$

বা, $\sin 60° = \dfrac{h}{16}$

বা, $\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{h}{16}$

বা, $2h = 16\sqrt{3}$

বা, $h = \dfrac{16\sqrt{3}}{2}$

বা, $h = 8\sqrt{3}$ মিটার

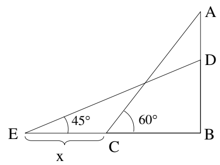
$\therefore$ দেওয়ালের উচ্চতা $8\sqrt{3}$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, $AB = 8\sqrt{3}$ মিটার

ধরি, মইটিকে পূর্বের অবস্থান থেকে x মিটার ভূমি বরাবর সরানো হয়।

এখন, $AC = DE = 16$ মিটার

এবং $BE = BC + x$



এখানে, $BC^2 + AB^2 = AC^2$

বা, $BC^2 = AC^2 - AB^2$

বা, $BC^2 = (16)^2 - (8\sqrt{3})^2$

বা, $BC^2 = 256 - 192$

বা, $BC^2 = 64$

বা, $BC = 8$ $\therefore BE = 8 + x$

তাহলে, $\cos 45° = \frac{BE}{DE} = \frac{8 + x}{16}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{8 + x}{16}$

বা, $8\sqrt{2} + \sqrt{2}x = 16$

বা, $\sqrt{2}x = 16 - 8\sqrt{2}$

বা, $x = \frac{16 - 8\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ $\therefore x = 3.31$ মিটার (প্রায়)

অর্থাৎ, মইটিকে পূর্বের অবস্থান থেকে ভূমি বরাবর আরও 3.13 মিটার সরাতে হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৯ সামান্তরিক আকৃতি একটি জমির সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 45 মিটার এবং 39 মিটার। জমিটির ক্ষুদ্রতর কর্ণের দৈর্ঘ্য 42 মিটার।

ক. 54 বর্গসেমি ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট কোনো রম্বসের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 9 সেমি হলে অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. বৃহত্তর সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী লম্বদূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

গ. জমিটির বৃহত্তর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, একটি রম্বসের ক্ষেত্রফল 54 বর্গ সেমি এবং এর একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য, $a = 9$ সেমি।

ধরি, অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য b সেমি

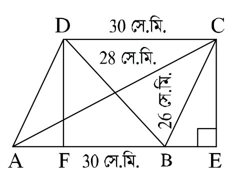
প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} \times a \times b = 54$

বা, $\frac{1}{2} \times 9 \times b = 54$

বা, $9b = 108$

বা, $b = \frac{108}{9}$ $\therefore b = 12$ **(Ans.)**

খ মনে করি, সামান্তরিক আকৃতির জমিটির দুইটি কর্ণ AC ও BD এবং AC > BD। কর্ণ BD এর দৈর্ঘ্য 42 মিটার। C ও D বিন্দু হতে AB ও AB এর বর্ধিতাংশের উপর যথাক্রমে DF ও CE লম্ব আঁকি।



তাহলে DF = CE. ABCD সামান্তরিকে $AB = CD = 45$ মিটার, $AD = BC = 39$ মিটার

$\therefore \triangle ABD$ এর অর্ধপরিসীমা $s = \frac{AB + BD + AD}{2}$

$= \frac{45 + 42 + 39}{2}$

$= \frac{126}{2} = 63$ মিটার

$\therefore \triangle ABD$ এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s - AB)(s - BD)(s - AD)}$

বা, $\frac{1}{2} \times AB \times DF = \sqrt{63(63 - 45)(63 - 42)(63 - 39)}$

বা, $\frac{1}{2} \times 45 \times DF = \sqrt{63 \times 18 \times 21 \times 24}$

বা, $\frac{45}{2} \times DF = \sqrt{571536}$

বা, $\frac{45}{2} \times DF = 756$

বা, $DF = 756 \times \frac{2}{45}$

$\therefore DF = CE = 33.6$ মিটার

অর্থাৎ, সামান্তরিকটির বৃহত্তর সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী লম্বদূরত্ব 33.6 মিটার **(Ans.)**

গ 'খ' হতে, $\triangle BEC$ এ $\angle E = 90°$

$\therefore BE^2 + CE^2 = BC^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $BE^2 = BC^2 - CE^2$

বা, $BE = \sqrt{BC^2 - CE^2}$

$= \sqrt{(39)^2 - (33.6)^2}$

$= \sqrt{1521 - 1128.96}$

$= \sqrt{392.04}$

$\therefore BE = 19.8$

$\therefore AE = AB + BE = (45 + 19.8)$ মিটার $= 64.8$ মিটার

আবার, $\triangle AEC$-এ $\angle E = 90°$

$\therefore AC^2 = AE^2 + CE^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $AC^2 = (64.8)^2 + (33.6)^2$

বা, $AC^2 = 5328$

বা, $AC = \sqrt{5328} = 73$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ জমিটির বৃহত্তর কর্ণের দৈর্ঘ্য 73 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ দশম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যবধান	31–40	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
গণসংখ্যা	6	8	10	12	5	7	2

ক. 10, 16, 14, 18, 26, 30, 28, 22 উপাত্তসমূহের মধ্যক নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমানুসারে সাজিয়ে পাই, 10, 14, 16, 18, 22, 26, 28, 30; এখানে উপাত্ত সংখ্যা ৪টি যা জোড়।

$\therefore$ মধ্যক $= \frac{\frac{8}{2} \text{ তম পদ} + \left(\frac{8}{2} + 1\right) \text{ তম পদ}}{2}$

$= \frac{4 \text{ তম পদ} + 5 \text{ তম পদ}}{2}$

$= \frac{18 + 22}{2}$

$= \frac{40}{2} = 20$ **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপবিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
31 – 40	35.5	6	– 3	– 18
41 – 50	45.5	8	– 2	– 16
51 – 60	55.5	10	– 1	– 10
61 – 70	65.5←a	12	0	0
71 – 80	75.5	5	1	5
81 – 90	85.5	7	2	14
91 – 100	95.5	2	3	6
		n = 50		$\sum f_iu_i = -19$

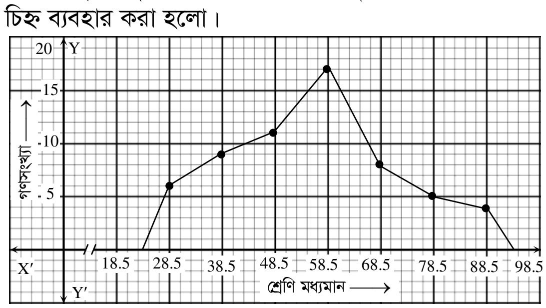
$\therefore$ নির্ণেয় গড় $\bar{x} = a + \frac{\sum f_iu_i}{n} \times h = 65.5 + \frac{-19}{50} \times 10$

$= 65.5 - 3.8 = 61.7$ **(Ans.)**

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
31 – 40	35.5	6
41 – 50	45.5	8
51 – 60	55.5	10
61 – 70	65.5	12
71 – 80	75.5	5
81 – 90	85.5	7
91 – 100	95.5	2

এখন, ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শিক্ষার্থী সংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 25.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হলো।



প্রশ্ন ▶ ১১ কোনো শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	45–49	50–54	55–59	60–64	65–69	70–74
গণসংখ্যা	4	8	11	15	13	6

ক. প্রদত্ত সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ২

খ. সারণির মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক উদ্দীপকের সারণি হতে,

এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 15 আছে (60 – 64) শ্রেণিতে।

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণি (60 – 64)

$\therefore$ প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

$= 60 + \frac{4}{4+2} \times 5$

$= 60 + \frac{20}{6} = 63.33$ **(Ans.)**

এখানে,
$L = 60$
$f_1 = 15 - 11 = 4$
$f_2 = 15 - 13 = 2$
$h = 5$

খ মধ্যক নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45 – 49	4	4
50 – 54	8	12
55 – 59	10	22
60 – 64	20	42
65 – 69	12	54
70 – 74	6	60

এখানে, $n = 60 \ \therefore \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 30 তম পদের মান যা (60 – 64) শ্রেণিতে অবস্থিত।

$\therefore$ প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক শ্রেণি হলো (60 – 64)।

সুতরাং, $L = 60, F_c = 22, f_m = 20, h = 5$

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 60 + (30 - 22) \times \frac{5}{20}$

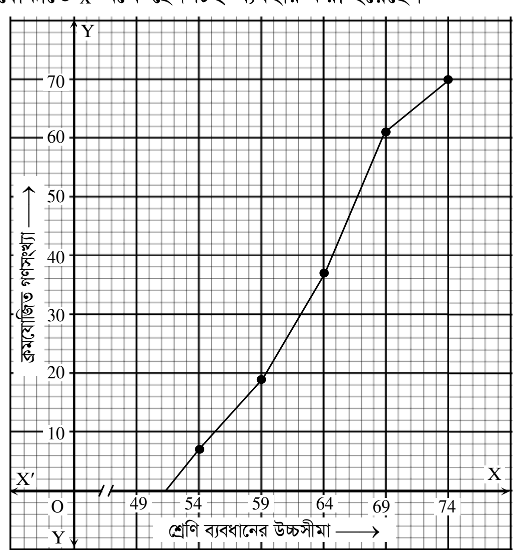
$= 60 + \frac{40}{20} = 60 + 2$

$= 62$ **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের জন্য গণসংখ্যা নিবেশনের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45 – 49	4	4
50 – 54	8	12
55 – 59	10	22
60 – 64	20	42
65 – 69	12	54
70 – 74	6	60

x অক্ষ বরাবর ছক কাগজের 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y অক্ষ বরাবর 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের ক্রমযোজিত গণসংখ্যার অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 44 পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বিদ্যমান বোঝাতে x অক্ষে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



বরিশাল বোর্ড-২০২৪

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

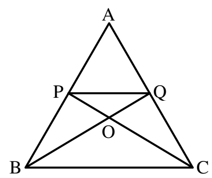
বিষয় কোড : 1 0 9

সময় : ৩০ মিনিট — পূর্ণমান : ৩০

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১।



চিত্রে, $BC \parallel PQ$ হলে–

i. ΔBOC ও ΔPOQ সদৃশ ii. $AP : BP = AQ : CQ$ iii. $BO : OQ = CO : OP$

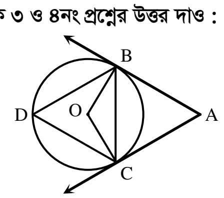
নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

২। **'T' বর্ণটির মোট কতটি প্রতিসাম্য রেখা আছে?**

ⓚ শূন্যটি ⓚ একটি ⓖ তিনটি ⓖ অসংখ্য

□ **উদ্দীপকের আলোকে ৩ ও ৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র। AB ও AC দুইটি স্পর্শক এবং $\angle BAC = 60°$।

৩। **$\angle BOC$ এর মান কত?**

ⓚ 300° ⓚ 270° ⓖ 120° ⓖ 90°

৪। **D, BDC চাপের মধ্যবিন্দু হলে–**

i. $\angle BDC = \angle BAC$ ii. $\angle BOC = 2\angle BAC$ iii. $\angle BCD + \angle DBC = \angle BOC$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

৫। **$\sin\theta\sqrt{1 + \tan^2\theta}$ = কত?**

ⓚ $\tan\theta$ ⓚ $\sin\theta$ ⓖ $\cos\theta$ ⓖ $\sec\theta$

৬। **$0° \le \theta \le 90°$ এর জন্য $\sin\theta$ এর সর্বনিম্ন মান কত?**

ⓚ -1 ⓚ 0 ⓖ 1 ⓖ ∞

৭। **ΔABC এর $\angle C$ = এক সমকোণ এবং $\angle A = 60°$ হলে $\frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A.\tan B}$ এর মান কত?**

ⓚ $\sqrt{3}$ ⓚ 1 ⓖ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ⓖ 0

৮। **12 মিটার দীর্ঘ একটি মই দেওয়াল থেকে $6\sqrt{3}$ মিটার দূরে ভূমির সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে দেওয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। θ এর মান কত?**

ⓚ 30° ⓚ 45° ⓖ 60° ⓖ 90°

৯। **কোনো বর্গক্ষেত্র তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের কত গুণ?**

ⓚ অর্ধেক ⓚ সমান ⓖ দেড়গুণ ⓖ দ্বিগুণ

১০। **π সেমি পরিধিবিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সেমি?**

ⓚ $\frac{\pi}{2}$ ⓚ $\frac{\pi}{3}$ ⓖ $\frac{\pi}{4}$ ⓖ $\frac{\pi}{8}$

১১। **একটি ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 150 বর্গমি.। এর পৃষ্ঠতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য কত মিটার?**

ⓚ 5 ⓚ $5\sqrt{2}$ ⓖ $5\sqrt{3}$ ⓖ 125

১২। **একটি সমবৃত্তভূমিক বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ ও উচ্চতা পরস্পর সমান। বেলনটির সমগ্রতল ও বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত হবে?**

ⓚ 3 : 1 ⓚ 2 : 1 ⓖ 1 : 1 ⓖ 1 : 2

১৩। **নিচের কোনটি নির্ণয়ে ধাপ বিচ্যুতি প্রয়োজন হয়?**

ⓚ গড় ⓚ মধ্যক ⓖ প্রচুরক ⓖ পরিসর

১৪। **12 থেকে 45 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলোর মধ্যক নিচের কোনটি?**

ⓚ 52 ⓚ 29 ⓖ 26 ⓖ 23

১৫। **নিম্নের উপাত্তের প্রচুরক কত?**

x	21–30	31–40	41–50	51–60
f	5	8	10	12

ⓚ 61 ⓚ 55.5 ⓖ 52.43 ⓖ 45

১৬। **$0.1\dot{3} \div 0.\dot{3}$ = কত?**

ⓚ $\frac{2}{45}$ ⓚ $\frac{2}{5}$ ⓖ $\frac{4}{9}$ ⓖ 4

১৭। **নিচের কোনটি সসীম সেট?**

ⓚ $\{x \in Z : x < 2\}$ ⓚ $\left\{\frac{p}{q} : p$ ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \ne 0\right\}$

ⓖ $\{y \in N : y^2 < 100 < y^3\}$ ⓖ $\{x \in Z : x^2 > 5$ এবং $x^3 \le 36\}$

১৮। **$f(x) = \frac{3}{x} + 1$ হলে $f\left(\frac{1}{x}\right)$ = কত?**

ⓚ $3x + 1$ ⓚ $3 + x$ ⓖ $\frac{3 + x}{x}$ ⓖ $\frac{x}{3x + 1}$

১৯। **$a + \frac{1}{a} = 3$ হলে $\frac{2a}{3a^2 - 2a + 3}$ এর মান কত?**

ⓚ $-\frac{2}{11}$ ⓚ $-\frac{2}{7}$ ⓖ $\frac{2}{11}$ ⓖ $\frac{2}{7}$

২০। **5% সরল মুনাফায় 400 টাকা কত বছরে মুনাফা-আসলে 520 টাকা হবে?**

ⓚ 4 ⓚ 6 ⓖ 24 ⓖ 46

২১। **$\frac{1}{5^{-x+1}} = 625$ হলে x এর মান কত?**

ⓚ 3 ⓚ 4 ⓖ 5 ⓖ 6

২২। **একটি হাইড্রোজেন পরমাণুর ব্যাসার্ধ 0.0000000037 সেমি। সংখ্যাটির–**

i. আদর্শরূপ $= 3.7 \times 10^{-9}$ ii. সাধারণ লগের পূর্ণক $= \overline{9}$

iii. সাধারণ লগের অংশক = 0.5682

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

২৩। **$x - 2 = \frac{x - 2}{x}$ সমীকরণের সমাধান সেট কোনটি?**

ⓚ { } ⓚ {1} ⓖ {2} ⓖ {1, 2}

২৪। $\left.\begin{array}{l} -\frac{1}{2}x + y = -1 \\ x - 2y = 2 \end{array}\right\}$ **সমীকরণ জোটটি–**

i. সমঞ্জস ii. পরস্পর নির্ভরশীল iii. একটিমাত্র সমাধান আছে

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

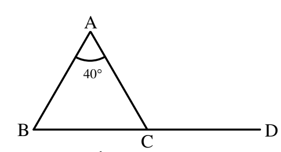
২৫। **3 + 5 + 7 + ... ধারাটির ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি কত?**

ⓚ n^2 ⓚ $n(n + 1)$ ⓖ $n(n + 2)$ ⓖ $n(n + 3)$

২৬। **নিচের কোনটিকে শূন্যমাত্রার সত্তা বলে গণ্য করা হয়?**

ⓚ রেখা ⓚ তল ⓖ কোণ ⓖ বিন্দু

২৭।



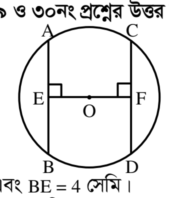
ΔABC এর $AB = AC$ হলে $\frac{1}{2}\angle ACD$ = কত ডিগ্রি?

ⓚ 55° ⓚ 90° ⓖ 110° ⓖ 140°

২৮। **একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের প্রতিটির দৈর্ঘ্য 6 সেমি। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সেমি?**

ⓚ 72 ⓚ 36 ⓖ 18 ⓖ 12

□ **উদ্দীপকের আলোকে ২৯ ও ৩০নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



চিত্রে O বৃত্তটির কেন্দ্র এবং BE = 4 সেমি।

২৯। **OE = OF হলে CD = কত সেমি?**

ⓚ 3 ⓚ 4 ⓖ 6 ⓖ 8

৩০। **AB = CD এবং OE = 3 সেমি হলে বৃত্তটির ব্যাস কত সেমি?**

ⓚ 4 ⓚ 5 ⓖ 6 ⓖ 10

■ **খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।**

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

বরিশাল বোর্ড-২০২৪

গণিত (সৃজনশীল)   বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট   [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]   পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ–বীজগণিত

১। $A = \{x \in \mathbb{N} : x^3 \leq 64\}$, $C = \{-1, 3, 5, 7\}$.
$B = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 - 4x - 5 = 0\}$ এবং
$S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $2x - y = 2\}$.

ক. সমাধান সেট নির্ণয় কর : $y^2 = \sqrt{5}y$. ২

খ. $R = C \setminus B$ এর উপাদান সংখ্যা n হলে দেখাও যে, $P(R)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

গ. S অন্বয়টি তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

২। $Q = \sqrt[3]{8}$, $Y = 8$, $Z = \sqrt[3]{27}$, $P = \frac{8}{3}$.

ক. $3\sqrt{3}$ এর 3 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\log\sqrt{Q} + \log\sqrt{Y} - \log Z}{\log(2Y) - \log Z^2} = \frac{1}{2}$ ৪

গ. $\frac{Q^{12}}{Z^{16}} \times \left(\frac{Y}{P}\right)^{16} = (2Y)^{x-2}$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩। (i) $\frac{a}{x} = \frac{b}{z} = \frac{c}{z}$ (ii) $b^2p - 2b + p = 0$.

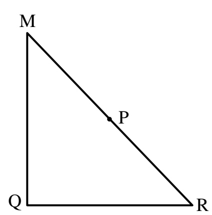
ক. l, m, n ক্রমিক সমানুপাতিক হলে দেখাও যে, $\frac{l}{n} = \frac{l^2 + m^2}{m^2 + n^2}$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{x^3 + y^3 + z^3} = \frac{abc}{xyz}$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $b = \frac{\sqrt{1+p} + \sqrt{1-p}}{\sqrt{1+p} - \sqrt{1-p}}$. ৪

খ বিভাগ–জ্যামিতি

৪।



চিত্রে $PM = PR$.

ক. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। ২

খ. L, MQ এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{2}QR = LP$. ৪

গ. $PQ = PR$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\angle MQR = 90°$. ৪

৫। $a = 4$ সেমি, $b = 6.5$ সেমি, $\angle x = 30°$.

ক. 12 সেমি. পরিসীমাবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। [শুধুমাত্র অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক] ২

খ. একটি ত্রিভুজের ভূমি b, ভূমি সংলগ্ন $\angle x$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $\frac{a}{2}$ হলে ত্রিভুজটি আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. a ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু হতে উক্ত বৃত্তের দুইটি স্পর্শক আঁক যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $2\angle x$ হয়। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

৬। O কেন্দ্রবিশিষ্ট $EFHG$ বৃত্তের FHG চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃহস্থ $\angle FEG$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle FOG$।

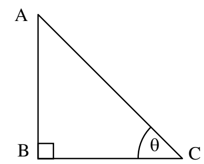
ক. প্রমাণ কর যে, কোনো বর্গক্ষেত্র তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের অর্ধেক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $2\angle FEG = \angle FOG$. ৪

গ. যদি $\angle FEH + \angle HEG = 90°$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, F, O, G বিন্দু তিনটি সমরেখ। ৪

গ বিভাগ–ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭।



ক. $\tan(90° - \beta) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, $\text{cosec}\beta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\left(\frac{AB}{BC} + \frac{AC}{BC}\right)^2 = \frac{1 + \sin\beta}{1 - \sin\beta}$. ৪

গ. $\frac{AB}{AC} + \frac{BC}{AC} = \sqrt{2}$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮। 96 মিটার উঁচু একটি গাছের ভূতলের কোনো বিন্দুতে তার শীর্ষের উন্নতি কোণ 60°। ঐ বিন্দু থেকে d মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি কোণ 30° হয়। একদিন গাছটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে তার অবিচ্ছিন্ন অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে p মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

ক. $\cot(30° + \theta) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে $\sec\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. d এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. p এর মান নির্ণয় কর। ৪

৯। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 6 সেমি.। এর সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির $\frac{2}{3}$ অংশ।

ক. একটি ঘনকের পৃষ্ঠতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য $2\sqrt{2}$ সেমি. হলে এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ত্রিভুজের পরিসীমা রম্বসের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্যের সমান এবং রম্বসের ক্ষেত্রফল 24 বর্গ.সেমি। রম্বসের পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

ঘ বিভাগ–পরিসংখ্যান

১০। নিচে 30 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় গণিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো :

55, 40, 35, 60, 58, 45, 60, 57, 46, 50
60, 65, 48, 60, 36, 58, 50, 60, 47, 43
52, 61, 65, 50, 68, 40, 56, 54, 60, 46

ক. শ্রেণিব্যাপ্তি 5 হলে শ্রেণিসংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ সারণি হতে উপাত্তের অজিভ রেখা আঁক। ৪

১১। 40 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজিতে) গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	30–39	40–49	50–59	60–69	70–79	80–89
গণসংখ্যা	4	5	7	12	8	4

ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. সারণি হতে বিবরণসহ উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	ঘ	২	খ	৩	গ	৪	ঘ	৫	ক	৬	খ	৭	গ	৮	ক	৯	ক	১০	গ	১১	খ	১২	খ	১৩	ক	১৪	খ	১৫	ক
	১৬	খ	১৭	গ	১৮	ক	১৯	ঘ	২০	খ	২১	গ	২২	ঘ	২৩	ঘ	২৪	ক	২৫	গ	২৬	ঘ	২৭	ক	২৮	গ	২৯	ঘ	৩০	ঘ

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▶ ০১ $A = \{x \in \mathbb{N} : x^3 \le 64\}, C = \{-1, 3, 5, 7\}$.
$B = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 - 4x - 5 = 0\}$ এবং
$S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $2x - y = 2\}$.

ক. সমাধান সেট নির্ণয় কর : $y^2 = \sqrt{5}y$. ২

খ. $R = C \setminus B$ এর উপাদান সংখ্যা n হলে দেখাও যে, $P(R)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

গ. S অন্বয়টি তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $y^2 = \sqrt{5}y$
বা, $y^2 - \sqrt{5}y = 0$
বা, $y(y - \sqrt{5}) = 0$
হয়, $y = 0$ অথবা $y - \sqrt{5} = 0$
$\therefore y = \sqrt{5}$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান সেট : $\{0, \sqrt{5}\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $C = \{-1, 3, 5, 7\}$
B সেটের বর্ণনাকারী সমীকরণ, $x^2 - 4x - 5 = 0$
বা, $x^2 + x - 5x - 5 = 0$
বা, $x(x + 1) - 5(x + 1) = 0$
বা, $(x + 1)(x - 5) = 0$
হয়, $x + 1 = 0$ অথবা $x - 5 = 0$
$\therefore x = -1$ $\therefore x = 5$
$\therefore B = \{-1, 5\}$
$\therefore R = C \setminus B = \{-1, 3, 5, 7\} \setminus \{-1, 5\} = \{3, 7\}$
$\therefore P(R) = \{\{3, 7\}, \{3\}, \{7\}, \varnothing\}$
এখানে, R এর উপাদান সংখ্যা, $n = 2$
এবং P(R) এর উপাদান সংখ্যা $= 4 = 2^2 = 2^n$
$\therefore$ P(R) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $A = \{x \in N : x^3 \le 64\}$
$N = \{1, 2, 3, ...\}$
$x = 1$ হলে $x^3 = 1^3 = 1 \le 64$
$x = 2$ হলে $x^3 = 2^3 = 8 \le 64$
$x = 3$ হলে $x^3 = 3^3 = 27 \le 64$
$x = 4$ হলে $x^3 = 4^3 = 64 \le 64$
$\therefore A = \{1, 2, 3, 4\}$
এবং $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $2x - y = 2\}$
S এর বর্ণনাকারী সমীকরণ :
$2x - y = 2$
$\therefore y = 2x - 2$

এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য y এর মান নির্ণয় করি।

x	1	2	3	4
y	0	2	4	6

যেহেতু $0, 6 \notin A$ $\therefore (1, 0), (4, 6) \notin S$.
$\therefore S = \{(2, 2), (3, 4)\}$
$\therefore$ ডোমেন $S = \{2, 3\}$
এবং রেঞ্জ $S = \{2, 4)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০২ $Q = \sqrt[3]{8}, Y = 8, Z = \sqrt[3]{27}, P = \frac{8}{3}$.

ক. $3\sqrt{3}$ এর 3 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\log\sqrt{Q} + \log\sqrt{Y} - \log Z}{\log(2Y) - \log Z^2} = \frac{1}{2}$ ৪

গ. $\frac{Q^{12}}{Z^{16}} \times \left(\frac{Y}{P}\right)^{16} = (2Y)^{x-2}$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক $3\sqrt{3}$ এর 3 ভিত্তিক লগ $= \log_3 3\sqrt{3}$
$= \log_3 3^1.3^{\frac{1}{2}}$
$= \log_3 3^{1 + \frac{1}{2}}$
$= \log_3 3^{\frac{2+1}{2}}$
$= \log_3 3^{\frac{3}{2}}$
$= \frac{3}{2}\log_3 3$
$= \frac{3}{2} \times 1$ [$\because \log_a a = 1$]
$= \frac{3}{2}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $Q = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2$
$Y = 8$
$Z = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3$

বামপক্ষ $= \frac{\log\sqrt{Q} + \log\sqrt{Y} - \log Z}{\log(2Y) - \log Z^2}$
$= \frac{\log\sqrt{2} + \log\sqrt{8} - \log 3}{\log(2 \times 8) - \log 3^2}$
$= \frac{\log\sqrt{2} + \log\sqrt{8} - \log 3}{\log 2 + \log 8 - 2\log 3}$
$= \frac{\log\sqrt{2} + \log\sqrt{8} - \log 3}{\log(\sqrt{2})^2 + \log(\sqrt{8})^2 - 2\log 3}$

$= \frac{\log\sqrt{2} + \log\sqrt{8} - \log 3}{2\log\sqrt{2} + 2\log\sqrt{8} - 2\log 3}$

$= \frac{(\log\sqrt{2} + \log\sqrt{8} - \log 3)}{2(\log\sqrt{2} + \log\sqrt{8} - \log 3)}$

$= \frac{1}{2}$ = ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\log\sqrt{Q} + \log\sqrt{Y} - \log Z}{\log(2Y) - \log Z^2} = \frac{1}{2}$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $Q = \sqrt[3]{8} = 2, Y = 8, Z = \sqrt[3]{27} = 3$ এবং $P = \frac{8}{3}$

এখন, $\frac{Q^{12}}{Z^{16}} \times \left(\frac{Y}{P}\right)^{16} = (2Y)^{x-2}$

বা, $\frac{2^{12}}{3^{16}} \times \left(\frac{8}{\frac{8}{3}}\right)^{16} = (2 \times 8)^{x-2}$

বা, $\frac{2^{12}}{3^{16}} \times \left(8 \times \frac{3}{8}\right)^{16} = (16)^{x-2}$

বা, $2^{12} \times 3^{16-16} = (2^4)^{x-2}$

বা, $2^{12} \times 3^0 = 2^{4x-8}$

বা, $2^{4x-8} = 2^{12}$

বা, $4x - 8 = 12$

বা, $4x = 12 + 8$

বা, $4x = 20$

বা, $x = \frac{20}{4}$ $\therefore x = 5$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ০৩ $(i)\ \frac{a}{x} = \frac{b}{z} = \frac{c}{z}$ $(ii)\ b^2p - 2b + p = 0.$

ক. l, m, n ক্রমিক সমানুপাতিক হলে দেখাও যে, $\frac{l}{n} = \frac{l^2 + m^2}{m^2 + n^2}$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{x^3 + y^3 + z^3} = \frac{abc}{xyz}$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $b = \frac{\sqrt{1+p} + \sqrt{1-p}}{\sqrt{1+p} - \sqrt{1-p}}$. ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, l, m ও n ক্রমিক সমানুপাতী

অর্থাৎ, $l : m = m : n$

বা, $\frac{l}{m} = \frac{m}{n}$

$\therefore m^2 = ln$

$\therefore$ ডানপক্ষ $= \frac{l^2 + m^2}{m^2 + n^2}$

$= \frac{l^2 + ln}{ln + n^2}$ [$m^2 = ln$ বসিয়ে]

$= \frac{l(l + n)}{n(l + n)}$

$= \frac{l}{n}$ = বামপক্ষ

$\therefore \frac{l}{n} = \frac{l^2 + m^2}{m^2 + n^2}$. **(দেখানো হলো)**

খ ধরি, $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = k$

$\therefore a = xk, b = yk$ এবং $c = zk$

বামপক্ষ $= \frac{a^3 + b^3 + c^3}{x^3 + y^3 + z^3} = \frac{(xk)^3 + (yk)^3 + (zk)^3}{x^3 + y^3 + z^3}$

$= \frac{x^3k^3 + y^3k^3 + z^3}{x^3 + y^3 + z^3}$

$= \frac{k^3(x^3 + y^3 + z^3)}{(x^3 + y^3 + z^3)} = k^3$

ডানপক্ষ $= \frac{abc}{xyz} = \frac{xk.\ yk.\ zk}{xyz} = \frac{k^3\ xyz}{xyz} = k^3$

$\therefore \frac{a^3 + b^3 + c^3}{x^3 + y^3 + z^3} = \frac{abc}{xyz}$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $b^2p - 2b + p = 0$

বা, $b^2p + p = 2b$

বা, $p(b^2 + 1) = 2b$

বা, $\frac{b^2 + 1}{2b} = \frac{1}{p}$

বা, $\frac{b^2 + 1 + 2b}{b^2 + 1 - 2b} = \frac{1 + p}{1 - p}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{(b + 1)^2}{(b - 1)^2} = \frac{1 + p}{1 - p}$

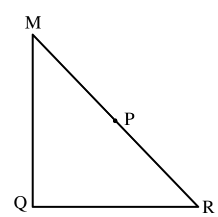
বা, $\frac{b + 1}{b - 1} = \frac{\sqrt{1 + p}}{\sqrt{1 - p}}$ [বর্গমূল করে]

বা, $\frac{b + 1 + b - 1}{b + 1 - b + 1} = \frac{\sqrt{1 + p} + \sqrt{1 - p}}{\sqrt{1 + p} - \sqrt{1 - p}}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2b}{2} = \frac{\sqrt{1 + p} + \sqrt{1 - p}}{\sqrt{1 + p} - \sqrt{1 - p}}$

বা, $b = \frac{\sqrt{1 + p} + \sqrt{1 - p}}{\sqrt{1 + p} - \sqrt{1 - p}}$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৪



চিত্রে $PM = PR$.

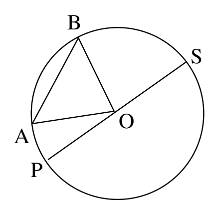
ক. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। ২

খ. L, MQ এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{2}QR = LP$. ৪

গ. $PQ = PR$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\angle MQR = 90°$. ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



বিশেষ নির্বাচন : O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে PS একটি ব্যাস। AB ব্যাস ভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা নিই।

প্রমাণ করতে হবে যে, PS জ্যা বৃত্তটির বৃহত্তম জ্যা। অর্থাৎ, PS > AB।

অঙ্কন : O, A; O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. APSB বৃত্তের, PS জ্যাটি ব্যাস।

$\therefore$ OP = OS = OB = OA [$\because$ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

ধাপ-২. ΔAOB-এ

OA + OB > AB

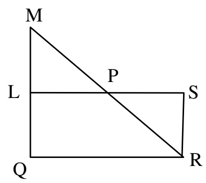
[আমরা জানি, ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তম]

বা, OP + OS > AB

$\therefore$ PS > AB

সুতরাং PS জ্যাই বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা। **(প্রমাণিত)**

খ



চিত্রে, PM = PR।

দেওয়া আছে, ΔMQR এর MQ ও MR বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে L ও P। L, P যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{1}{2}$QR = LP.

অঙ্কন : LP কে S পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন LP = PS হয়। R, S যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : ΔMLP ও ΔRPS এর মধ্যে

MP = PR [চিত্রানুসারে]

LP = PS [অঙ্কনানুসারে]

$\angle$MPL = $\angle$RPS [বিপ্রতীপ কোণ]

ΔMLP $\cong$ ΔRPS [বাহু- কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore$ $\angle$MLP = $\angle$PSR

এবং $\angle$LMP = $\angle$PRS [একান্তর কোণ]

$\therefore$ LM $\parallel$ RS বা, MQ $\parallel$ RS

আবার, QL = ML = RS এবং QL $\parallel$ RS

সুতরাং QLSR একটি সামান্তরিক।

$\therefore$ LS $\parallel$ QR বা, LP $\parallel$ QR

ধাপ ২ : আবার, LS = QR

বা, LP + PS = QR [$\because$ LS = LP + PS]

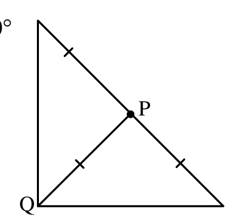
বা, LP + LP = QR [ধাপ (১) থেকে]

বা, 2LP = QR বা, LP = $\frac{1}{2}$QR

সুতরাং $\frac{1}{2}$QR = LP. **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, PQ = PR

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle$MQR = 90°



প্রমাণ : PQ = PR

অর্থাৎ, $\angle$MRQ = $\angle$PQR

আবার, দেওয়া আছে, PM = PR

$\therefore$ PM = QP [$\because$ QP = PR]

সুতরাং $\angle$PQM = $\angle$QMR

ΔMQR-এ $\angle$MQR + $\angle$QMR + $\angle$MRQ = 2 সমকোণ

বা, $\angle$MQR + $\angle$PQM + $\angle$PRQ = 2 সমকোণ

বা, $\angle$MQR + $\angle$PQM + $\angle$PQR = 2 সমকোণ

বা, $\angle$MQR + $\angle$MQR = 2 সমকোণ

বা, 2$\angle$MQR = 2 সমকোণ

বা, $\angle$MQR = 1 সমকোণ

$\therefore$ $\angle$MQR = 90° **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৫ a = 4 সেমি, b = 6.5 সেমি, $\angle x$ = 30°.

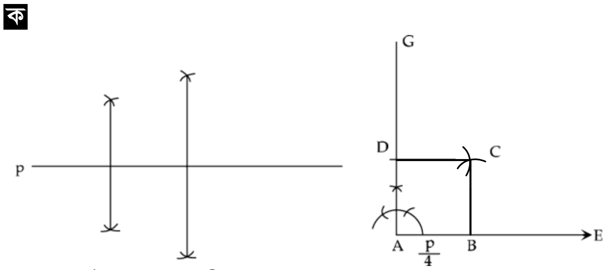
ক. 12 সেমি. পরিসীমাবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। [শুধুমাত্র অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক] ২

খ. একটি ত্রিভুজের ভূমি b, ভূমি সংলগ্ন $\angle x$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $\frac{a}{2}$ হলে ত্রিভুজটি আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. a ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু হতে উক্ত বৃত্তের দুইটি স্পর্শক আঁক যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 2$\angle x$ হয়। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

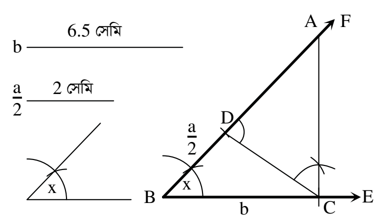
৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা p = 12 সে. মি. দেওয়া আছে। ABCD বর্গক্ষেত্রটি অঙ্কিত হলো।

খ



মনে করি, একটি ত্রিভুজের ভূমি b = 6.5 সেমি, ভূমি সংলগ্ন সূক্ষ্মকোণ $\angle$x = 30° ও অপর দুই বাহুর অন্তর $\frac{a}{2} = \frac{4}{2}$ = 2 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

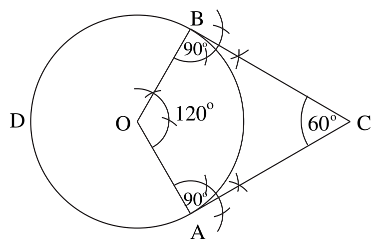
১. যেকোনো একটি রশ্মি BE থেকে ভূমি b = 6.5 সেমি এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle$x = 30° এর সমান করে $\angle$EBF আঁকি।

২. BF থেকে $\frac{a}{2}$ = 2 সেমি এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই।

৩. C, D যোগ করি। DC রেখাংশের যে পাশে F বিন্দু আছে সেই পাশে C বিন্দুতে $\angle$FDC এর সমান করে $\angle$DCA আঁকি। CA রশ্মি BF রশ্মিকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে ΔABC ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট এবং $\frac{a}{2} = \frac{4}{2} = 2$ সে.মি. ব্যাসার্ধের ABD একটি বৃত্ত। ABD বৃত্তে এরূপ দু'টি স্পর্শক আঁকতে হবে যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $2\angle x = 60°$ হয়।

অঙ্কনের বিবরণ :

১. OA যেকোনো ব্যাসার্ধ নিই এবং $\angle AOB = 120°$ আঁকি। OB রশ্মি বৃত্তটিকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

২. OB রেখার ওপর B বিন্দুতে এবং OA রেখার ওপর A বিন্দুতে দুটি লম্ব টানি। মনে করি, এই লম্বদ্বয় C বিন্দুতে মিলিত হয় তাহলে, AC ও BC-ই নির্ণেয় স্পর্শকদ্বয়, যাদের অন্তর্ভুক্ত $\angle ACB = 60°$ হবে।

প্রশ্ন ▶ ০৬ *O* কেন্দ্রবিশিষ্ট *EFHG* বৃত্তের *FHG* চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃহস্থ $\angle FEG$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle FOG$।

ক. প্রমাণ কর যে, কোনো বর্গক্ষেত্র তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের অর্ধেক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $2\angle FEG = \angle FOG$. ৪

গ. যদি $\angle FEH + \angle HEG = 90°$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, *F, O, G* বিন্দু তিনটি সমরেখ। ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

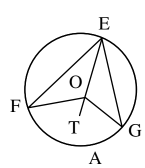
ক আমরা জানি, বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে, এর ক্ষেত্রফল = a^2 বর্গএকক

∴ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $a\sqrt{2}$ একক

∴ কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে = $(a\sqrt{2})^2$ বর্গএকক
= $2a^2$ বর্গএকক

∴ বর্গক্ষেত্র, তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের = $\frac{a^2}{2a^2}$ অংশ
= $\frac{1}{2}$ অংশ **(প্রমাণিত)**

খ



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট EFHG বৃত্তে FHG উপচাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ $\angle FEG$ এবং কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle FOG$। প্রমাণ করতে হবে যে, $2\angle FEG = \angle FOG$।

অঙ্কন: E এবং O কে যোগ করে T পর্যন্ত বর্ধিত করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ΔEFO-এর বহিঃস্থ কোণ $\angle FOT = \angle OEF + \angle OFE$

ধাপ-২ : ΔEFO-এ OE = OF [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

অতএব, $\angle OEF = \angle OFE$

[∵ ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান]

ধাপ-৩ : ধাপ (১) ও (২) থেকে পাই, $\angle FOT = 2\angle OEF$

ধাপ-৪ : একইভাবে ΔEOG থেকে পাই, $\angle GOT = 2\angle GEO$

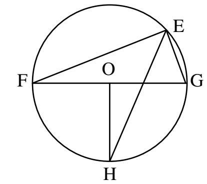
ধাপ-৫ : ধাপ (৩) ও (৪) থেকে পাই,

$\angle FOT + \angle GOT = 2\angle OEF + 2\angle GEO$

বা, $\angle FOG = 2(\angle OEF + \angle GEO)$

অর্থাৎ $2\angle FEG = \angle FOG$. **(প্রমাণিত)**

গ



O কেন্দ্রবিশিষ্ট EFHG বৃত্তে $\angle FEH + \angle HEG = 90°$। প্রমাণ করতে হবে যে, F, O এবং G একই সরলরেখায় অবস্থিত।

অঙ্কন : O, H যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : যেহেতু কেন্দ্রস্থ $\angle FOH$ এবং বৃত্তস্থ $\angle FEH$ একই চাপ FH-এর উপর দণ্ডায়মান, সেহেতু $\angle FOH = 2\angle FEH$

[∴ একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।]

ধাপ-২ : অনুরূপভাবে, HG চাপের ওপর দণ্ডায়মান
$\angle HOG = 2\angle HEG$

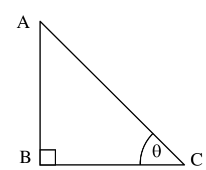
ধাপ-৩ : $\angle FOH + \angle HOG = 2(\angle FEH + \angle HEG)$
[ধাপ (১) ও (২) থেকে]
$= 2 \times 90°$ [∵ $\angle FEH + \angle HEG = 90°$]
$= 2 \times 1$ সমকোণ

∴ $\angle FOH + \angle HOG = 2$ সমকোণ।

যেহেতু $\angle FOH$ এবং $\angle HOG$ সন্নিহিত কোণ।

সুতরাং F, O এবং G একই সরলরেখায় অবস্থিত। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৭



ক. $\tan(90° - \beta) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, $\text{cosec}\beta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\left(\frac{AB}{BC} + \frac{AC}{BC}\right)^2 = \frac{1 + \sin\beta}{1 - \sin\beta}$. ৪

গ. $\frac{AB}{AC} + \frac{BC}{AC} = \sqrt{2}$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

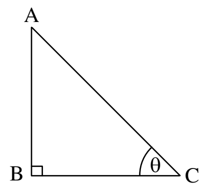
ক দেওয়া আছে, $\tan(90° - \beta) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30°$

বা, $90° - \beta = 30°$

∴ $\beta = 90° - 30° = 60°$

∴ $\text{cosec}\beta = \text{cosec}60° = \frac{2}{\sqrt{3}}$. **(Ans.)**

খ ABC ত্রিভুজে, $\frac{AB}{BC} = \tan\theta$ ও $\frac{AB}{BC} = \sec\theta$



বামপক্ষ $= \left(\frac{AB}{BC} + \frac{AC}{BC}\right)^2$

$= (\tan\theta + \sec\theta)^2$

$= \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta}\right)^2$

$= \left(\frac{\sin\theta + 1}{\cos\theta}\right)^2$

$= \frac{(1 + \sin\theta)^2}{\cos^2\theta}$

$= \frac{(1+\sin\theta)(1+\sin\theta)}{1-\sin^2\theta}$ $[\because \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta]$

$= \frac{(1 + \sin\theta)(1 + \sin\theta)}{(1+ \sin\theta)(1 - \sin\theta)}$

$= \frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}$ = ডানপক্ষ

$\therefore \left(\frac{AB}{BC} + \frac{AC}{BC}\right)^2 = \frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}$. **(প্রমাণিত)**

গ উদ্দীপকের চিত্র হতে,

$\frac{AB}{AC} = \sin\theta, \frac{BC}{AC} = \cos\theta$

এবং $\frac{AB}{AC} + \frac{BC}{AC} = \sqrt{2}$

বা, $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$

বা, $\sin\theta = \sqrt{2} - \cos\theta$

বা, $\sin^2\theta = (\sqrt{2} - \cos\theta)^2$

বা, $1 - \cos^2\theta = 2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$

বা, $1 - \cos^2\theta - 2 + 2\sqrt{2}\cos\theta - \cos^2\theta = 0$

বা, $-2\cos^2\theta + 2\sqrt{2}\cos\theta - 1= 0$

বা, $2\cos^2\theta - 2\sqrt{2}\cos\theta + 1 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos\theta - 1)^2 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta = 1$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\cos\theta = \cos45°$

$\therefore \theta = 45°$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৮ 96 মিটার উঁচু একটি গাছের ভূতলের কোনো বিন্দুতে তার শীর্ষের উন্নতি কোণ 60°। ঐ বিন্দু থেকে d মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি কোণ 30° হয়। একদিন গাছটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে তার অবিচ্ছিন্ন অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে p মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

ক. $\cot(30° + \theta) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে $\sec\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. d এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. p এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\cot(30° + \theta) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

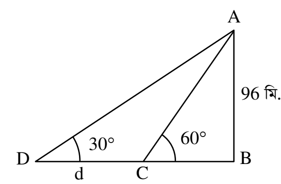
বা, $\cot(30° + \theta) = \cot60°$

বা, $30° + \theta = 60°$

বা, $\theta = 60° - 30° = 30°$

$\therefore \sec\theta = \sec30° = \frac{2}{\sqrt{3}}$ **(Ans.)**

খ চিত্রে, গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য AB = 96 মিটার। C বিন্দুতে গাছটির শীর্ষের উন্নতি কোণ ∠ACB = 60°। C বিন্দু থেকে d মিটার পিছিয়ে গেলে D বিন্দুতে গাছটির শীর্ষের উন্নতি কোণ ∠ADB = 30° হয়।



ফলে BD = BC + CD

= (BC + d) মিটার

এখন, ΔABC-এ

$\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan60° = \frac{96}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{96}{BC}$

বা, $BC = \frac{96}{\sqrt{3}}$

$\therefore BC = 32\sqrt{3}$

$\therefore BD = (32\sqrt{3} + d)$ মিটার

আবার, ΔABD-এ

$\tan\angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 30° = \frac{96}{32\sqrt{3} + x}$

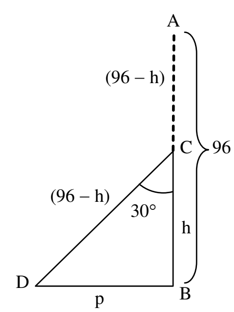
বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{96}{32\sqrt{3} + x}$

বা, $32\sqrt{3} + d = 96\sqrt{3}$

বা, $d = 96\sqrt{3} - 32\sqrt{3} = 64\sqrt{3}$

$\therefore d = 110.85$ মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

গ চিত্রে, গাছটির দৈর্ঘ্য AB = 96 মিটার।
গাছটি C বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে দণ্ডায়মান অংশ BC এর C বিন্দুতে ∠BCD = 30° কোণ উৎপন্ন করে।



ধরি, BC = h মিটার

তাহলে, AC = CD = (96 – h) মিটার

এখন, ΔBCD-এ

$\cos\angle BCD = \frac{BC}{CD}$

বা, $\cos 30° = \frac{h}{96 - h}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{96 - h}$

বা, $2h = 96\sqrt{3} - h\sqrt{3}$

বা, $2h + h\sqrt{3} = 96\sqrt{3}$

বা, $h(2 + \sqrt{3}) = 96\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{96\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$

$\therefore h = 44.55$

$\therefore BC = 44.55$ মিটার

আবার, $\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{p}{h}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{p}{44.55}$

বা, $p\sqrt{3} = 44.55$

বা, $p = \frac{44.55}{\sqrt{3}}$

$\therefore p = 25.72$ মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৯ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 6 সেমি.। এর সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির $\frac{2}{3}$ অংশ।

ক. একটি ঘনকের পৃষ্ঠতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য $2\sqrt{2}$ সেমি. হলে এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ত্রিভুজের পরিসীমা রম্বসের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্যের সমান এবং রম্বসের ক্ষেত্রফল 24 বর্গ.সেমি। রম্বসের পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ঘনকের ধারের দৈর্ঘ্য a সে.মি.

$\therefore$ ঘনকের একটি পৃষ্ঠতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + a^2}$

$= \sqrt{2a^2}$

$= \sqrt{2}a$

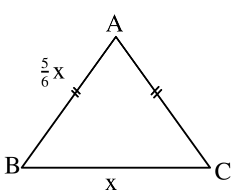
প্রশ্নমতে, $\sqrt{2}a = 2\sqrt{2}$

বা, $a = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$\therefore a = 2$ সে.মি.

$\therefore$ ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 6a^2 = 6 \cdot 2^2 = 24$ ঘন সে.মি.।

খ



মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং এর ভূমি x মিটার।

$\therefore$ অপর দুই বাহু $AB = AC = \frac{2x}{3}$ সেমি।

প্রশ্নমতে,

$x + \frac{2x}{3} + \frac{2x}{3} = 6$

বা, $3x + 2x + 2x = 18$ [3 দ্বারা গুণ করে]

বা, $7x = 18$

$\therefore x = \frac{18}{7}$

অতএব, $BC = \frac{18}{7}$ সেমি

যেহেতু $BC = \frac{18}{7}$ সেমি

$\therefore AB = AC = \frac{2 \times \frac{18}{7}}{3} = \frac{12}{7}$ সেমি

$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$ বর্গ একক

$= \frac{\frac{18}{7}}{4}\sqrt{4 \times \left(\frac{12}{7}\right)^2 - \left(\frac{18}{7}\right)^2}$ বর্গসেমি

$= \frac{18}{7 \times 4}\sqrt{\frac{4 \times 144}{49} - \frac{324}{49}}$

$= \frac{9}{14}\sqrt{\frac{576 - 324}{49}}$

$= \frac{9}{14} \times \sqrt{\frac{252}{49}}$

$= \frac{9}{14} \times \frac{6\sqrt{7}}{7}$

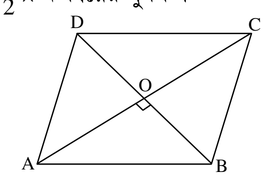
$= \frac{27\sqrt{7}}{49}$ বর্গসেমি

$= 1.458$ বর্গসেমি **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, রম্বসের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য, $d_1 = 6$ সেমি.

মনে করি, অপর কর্ণটি d_2 সে.মি.

আমরা জানি, রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল



বা, $24 = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

বা, $48 = 6 \times d_2$

বা, $6d_2 = 48$

$\therefore d_2 = 8$ সেমি.

$\therefore$ রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য, $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16}$

$= \sqrt{25} = 5$ সেমি.

$\therefore$ রম্বসের পরিসীমা $= 4 \times AB$ একক

$= 4 \times 5$ সেমি.

$= 20$ সেমি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ নিচে 30 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় গণিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো :

55,	40,	35,	60,	58,	45,	60,	57,	46,	50
60,	65,	48,	60,	36,	58,	50,	60,	47,	43
52,	61,	65,	50,	68,	40,	56,	54,	60,	46

ক. শ্রেণিব্যাপ্তি 5 হলে শ্রেণিসংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ সারণি হতে উপাত্তের অজিভ রেখা আঁক। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সর্বনিম্ন নম্বর = 35

এবং সর্বোচ্চ নম্বর = 68

$\therefore$ পরিসর = (সর্বাচ্চ নম্বর − সর্বনিম্ন নম্বর) + 1

$= (68 - 35) + 1$

$= 33 + 1 = 34$

$\therefore$ শ্রেণিসংখ্যা $= \frac{\text{পরিসর}}{\text{শ্রেণি ব্যাপ্তি}}$

$= \frac{34}{5} = 6.8 \approx 7$ **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের জন্য গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
35 – 39	||	2	2
40 – 44	|||	3	5
45 – 49	~~||||~~	5	10
50 – 54	~~||||~~	5	15
55 – 59	~~||||~~	5	20
60 – 64	~~||||~~ ||	7	27
65 – 69	|||	3	30
		m = 30	

এখানে, $n = 30 \therefore \frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 15-তম পদের মান।

15-তম পদের অবস্থান হবে (50 – 54) শ্রেণিতে।

$\therefore$ মধ্যক শ্রেণি হলো (50 – 54)।

সুতরাং $L = 50, F_c = 10, f_m = 5, h = 5$

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

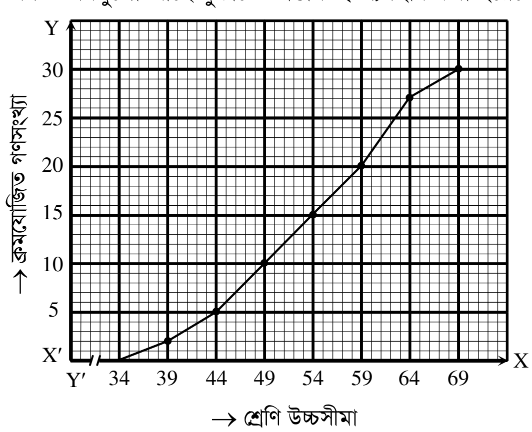
$= 50 + (15 - 10) \times \frac{5}{5}$

$= 50 + 5 \times 1$

$= 50 + 5$

$= 55$ **(Ans.)**

গ 'খ' হতে প্রাপ্ত সারণি হতে, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 34 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▸ ১১ 40 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজিতে) গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	30–39	40–49	50–59	60–69	70–79	80–89
গণসংখ্যা	4	5	7	12	8	4

ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. সারণি হতে বিবরণসহ উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
30 – 39	4	4
40 – 49	5	9
50 – 59	7	16
60 – 69	12	28
71 – 79	8	36
80 – 89	4	40
	মোট, n = 40	

এখানে, n = 40, যা জোড় সংখ্যা। $\therefore \frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$

সুতরাং মধ্যক (60 – 69) শ্রেণিতে অবস্থিত।

$\therefore$ মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{60 + 69}{2} = \frac{129}{2} = 64.5$ **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা f_i	মধ্যবিন্দু x_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
30 – 39	34.5	4	– 3	– 12
40 – 49	44.5	5	– 2	– 10
50 – 59	54.5	7	– 1	– 7
60 – 69	64.5 → a	12	0	0
70 – 79	74.5	8	1	8
80 – 89	84.5	4	2	8
		n = 40		$\Sigma f_iu_i = -13$

$\therefore$ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

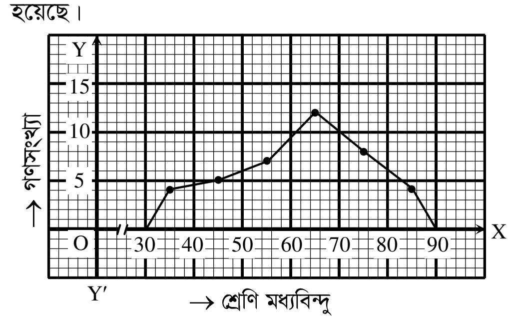
$= 64.5 + \frac{-13}{40} \times 10$

$= 64.5 - 3.25 = 61.25$ **(Ans.)**

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
30 – 39	34.5	4
40 – 49	44.5	5
50 – 59	54.5	7
60 – 69	64.5	12
71 – 79	74.5	8
80 – 89	84.5	4

এখন ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসখংযা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 30 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



দিনাজপুর বোর্ড-২০২৪

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ৩০ মিনিট পূর্ণমান : ৩০

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১। নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা?

ⓚ $\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt{36}}$ ⓚh $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{64}}$ ⓖ $\sqrt{\frac{81}{625}}$ ⓘ $\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}}$

২। যদি $f(x) = x^3 + ax^2 - 6x - 9$ হয়, তবে a এর কোন মানের জন্য $f(-3) = 0$ হবে?

ⓚ 6 ⓚh 2 ⓖ -2 ⓘ -4

৩। $a(2a-3) = \frac{1}{2}$ হলে—

i. $4a^2 - \frac{1}{4a^2} = 3\sqrt{13}$ ii. $\left(2a + \frac{1}{2a}\right)^2 = 13$ iii. $4a^2 + \frac{1}{4a^2} = 11$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚh i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৪। $a + \frac{1}{a} = 0$ হলে, $\sqrt{2}\left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}\right)$ এর মান কত?

ⓚ 0 ⓚh 1 ⓖ 2 ⓘ 4

৫। 0.00000538 এর সাধারণ লগের পূর্ণক কত?

ⓚ $\bar{6}$ ⓚh $\bar{5}$ ⓖ 5 ⓘ 6

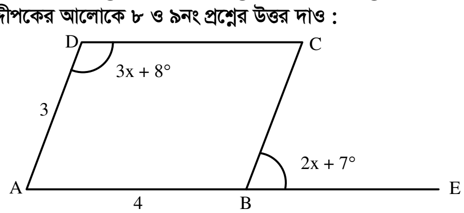
৬। $\sqrt{2x-2} + 4 = 5$ এর সমাধান সেট নিচের কোনটি?

ⓚ {0} ⓚh { } ⓖ $\left\{\frac{3}{2}\right\}$ ⓘ {1}

৭। কোনো বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য 10% হ্রাস পেলে এর ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস পাবে?

ⓚ 10% ⓚh 19% ⓖ 21% ⓘ 30%

☐ **উদ্দীপকের আলোকে ৮ ও ৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



ABCD একটি সামান্তরিক।

৮। x এর মান কত ডিগ্রি?

ⓚ 15° ⓚh 23° ⓖ 33° ⓘ 39°

৯। $ABCD$ এর পরিসীমা কত?

ⓚ 7 ⓚh 11 ⓖ 12 ⓘ 14

১০। $2x + y = 8$ এবং $3x - 2y = 5$ সমীকরণদ্বয়ের ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক কোনটি?

ⓚ $(-3, 2)$ ⓚh $(-2, 3)$ ⓖ $(2, 3)$ ⓘ $(3, 2)$

১১। $2 + x + y + z + 162$ গুণোত্তর ধারাটির চতুর্থ পদ কোনটি?

ⓚ 18 ⓚh 27 ⓖ 54 ⓘ 81

১২। ΔPQR এর $\angle Q$ ও $\angle R$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। $\angle P = 50°$ হলে, $\angle QOR$ = কত?

ⓚ 40° ⓚh 65° ⓖ 115° ⓘ 130°

১৩। সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুকে উভয় দিকে বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণদ্বয় উৎপন্ন হয়, তাদের সমষ্টি কত?

ⓚ 120° ⓚh 180° ⓖ 240° ⓘ 270°

১৪। $\cot\theta = \sqrt{3}$ হলে,

i. $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ii. $\sec\theta = 2\tan\theta$ iii. $4\sin\theta = \frac{1}{\cos 2\theta}$

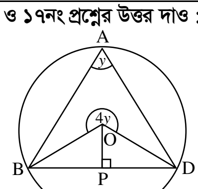
নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚh i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

১৫। সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য 8° হলে, বৃহত্তম কোণের মান কত ডিগ্রি?

ⓚ 41° ⓚh 42° ⓖ 45° ⓘ 49°

☐ **উদ্দীপকের আলোকে ১৬ ও ১৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



চিত্রে ABD বৃত্তের কেন্দ্র O, OB = 5 সে.মি. এবং OP = 3 সে. মি.।

১৬। BD এর মান কত?

ⓚ 11.66 সেমি ⓚh 8 সেমি ⓖ 5.83 সেমি ⓘ 4 সেমি

১৭। y এর মান কত?

ⓚ 30° ⓚh 36° ⓖ 60° ⓘ 72°

১৮। দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে ছেদ করলে তাদের মধ্যে সর্বোচ্চ কয়টি সাধারণ স্পর্শক অঙ্কন করা সম্ভব?

ⓚ 1টি ⓚh 2টি ⓖ 3টি ⓘ 4টি

১৯। $M = \{2, 3, 4\}, N = \{2, 4, 7\}$ হলে, $M \backslash N$ = কত?

ⓚ {3} ⓚh {7} ⓖ {2, 4} ⓘ {3, 7}

২০। সমবৃত্তভূমিক বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ 5 সে.মি. এবং উচ্চতা 7 সে.মি. হলে, এর–

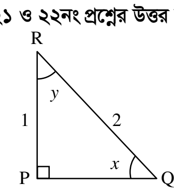
i. ভূমির ক্ষেত্রফল = 25 π বর্গ সে. মি. ii. বক্রতলের ক্ষেত্রফল = 70 π বর্গ সে. মি.

iii. আয়তন = 350 π ঘন সে. মি.

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚh i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

☐ **উদ্দীপকের আলোকে ২১ ও ২২নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



২১। $\tan y$ এর মান নিচের কোনটি?

ⓚ $\sqrt{3}$ ⓚh $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ⓖ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ⓘ $\frac{1}{2}$

২২। $\sin^2 x + \cos^2 y$ এর মান কত?

ⓚ $\frac{1}{2}$ ⓚh 1 ⓖ $\frac{9}{4}$ ⓘ 8

২৩। 1 থেকে 19 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলোর গড় কত?

ⓚ 9.63 ⓚh 9.5 ⓖ 8.67 ⓘ 8.23

২৪। কোনো দণ্ডের ছায়ার দৈর্ঘ্য তার দৈর্ঘ্যের কতগুণ হলে উন্নতি কোণ 30° হবে।

ⓚ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ⓚh $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⓖ $\sqrt{2}$ ⓘ $\sqrt{3}$

২৫। বর্গের প্রতিসাম্য রেখা কয়টি?

ⓚ 4 ⓚh 3 ⓖ 2 ⓘ 1

২৬। ΔABC এর AB ও BC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E হলে, $\Delta BDE : \Delta ABC$ = কত?

ⓚ 2 : 3 ⓚh 1 : 2 ⓖ 1 : 3 ⓘ 1 : 4

২৭। π মিটার পরিধিবিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

ⓚ $\frac{\pi}{4}$ ⓚh $\frac{\pi}{2}$ ⓖ π ⓘ 2π

২৮। একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $25\sqrt{3}$ বর্গমিটার হলে ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য কত মিটার?

ⓚ 5 ⓚh 10 ⓖ 50 ⓘ 100

২৯। ক্রমযোজিত গণসংখ্যা প্রয়োজন–

i. মধ্যক নির্ণয়ে ii. অজিভ রেখা অঙ্কনে iii. প্রচুরক নির্ণয়ে

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚh i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৩০। উপাত্তের সর্বোচ্চ মান 97, পরিসর 48 হলে, সর্বনিম্ন মান কত?

ⓚ 51 ⓚh 50 ⓖ 49 ⓘ 48

■ **খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।**

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

দিনাজপুর বোর্ড-২০২৪

গণিত (সৃজনশীল) বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ–বীজগণিত

১। $A = \{x : x \in N$ এবং $x^2 - 5x + 6 = 0\}$
$B = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 11\}$
$C = \{3, 4, 5, 7, 9\}$ এবং
$f(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$

ক. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে, যেখানে n হচ্ছে $(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা। ৪

গ. $\frac{f\left(\frac{1}{x^2}\right)+1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right)-2}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

২। (i) $a^2 - 2\sqrt{6}a + 1 = 0$ এবং
(ii) $x - 5 = 2\sqrt{6}$.

ক. $4b^2 + \frac{1}{4b^2} - 2 + 4b - \frac{1}{b}$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $x\sqrt{x} - \frac{1}{x\sqrt{x}} = 22\sqrt{2}$. ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{a^{10}+1}{a^5} = 922\sqrt{6}$ ৪

৩। (i) একটি সমান্তর ধারার 14 তম পদ 37 এবং 19 তম পদ 52।
(ii) কোনো গুণোত্তর ধারার সপ্তম পদ $\frac{\sqrt{2}}{27}$ এবং দশম পদ $\frac{\sqrt{2}}{81\sqrt{3}}$।

ক. 2 – 5 – 12 – 19 .... ধারাটির 15 তম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. (i) নং হতে ধারাটির প্রথম 10 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii)নং হতে গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ–জ্যামিতি

৪। (i) ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $AB = AC$ এবং অতিভুজ BC এর উপর D যেকোনো বিন্দু।
(ii) ΔPQR এর PQ ও PR বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N।

ক. একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 15 সে.মি. হলো ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $DB^2 + DC^2 = 2DA^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $MN \parallel QR$ এবং $MN = \frac{1}{2} QR$। ৪

৫। (i) O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $PQRS$ একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।
(ii) M কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $ABCD$ চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে E বিন্দুতে ছেদ করে।

ক. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle PQR + \angle PSQ =$ দুই সমকোণ। ৪

গ. দেখাও যে, $\angle AMB + \angle CMD = 2 \angle AEB$. ৪

৬। $P = 5$ সে.মি., $Q = 6.5$ সে.মি. এবং $\angle x = 60°$.

ক. পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে 75° কোণ অঙ্কন কর। ২

খ. একটি রম্বস আঁক যার পরিসীমা $3P$ এবং একটি কোণ $\angle x$ এর সমান। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. সামান্তরিকের দুটি কর্ণ P ও Q এবং একটি বাহু $R = 4.5$ সে.মি. হলে সামান্তরিকটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।] ৪

গ বিভাগ–ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

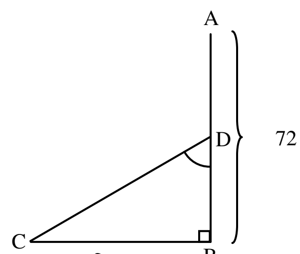
৭। $x = \sec\theta$, $y = \sin\theta$ এবং $a = \cos\theta$.

ক. $\cot(A + 15°) = 1$ হলে, A এর মান নির্ণয় কর। ২

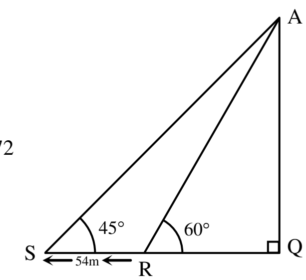
খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = \frac{a}{y} + \frac{1}{y}$। ৪

গ. উদ্দীপকের আলোকে $\frac{1}{x^2} - y^2 + 5a = 2$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। যেখানে $0° < \theta < 90°$. ৪

৮।



চিত্র-১



চিত্র-২

ক. $\text{see}\theta = \frac{13}{12}$ হলে, $\sin\theta + \cos\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. চিত্র-১ হতে BD এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. চিত্র-২ এর আলোকে ΔPQS এর পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

৯। (i) একটি সামান্তরিকের বাহুর দৈর্ঘ্য 36 সে.মি. ও 28 সে.মি.। এর ক্ষুদ্রতর কর্ণটি 32 সে. মি.।
(ii) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 4 মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $30\sqrt{3}$ বর্গমিটার বৃদ্ধি পায়।

ক. একটি সুষম পঞ্চভুজের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. (ii)নং উদ্দীপকের আলোকে সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. (i)নং থেকে সমান্তরিকের অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

ঘ বিভাগ–পরিসংখ্যান

১০। নিম্নে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

প্রাপ্ত নম্বর	66–70	71–75	76–80	81–85	86–90	91–95
গণসংখ্যা	4	6	9	13	7	5

ক. প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ২

খ. উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১১। দশম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

ওজন (কেজি)	45–49	50–54	55–59	60–64	65–69	70–74
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	6	9	17	12	10	6

ক. মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. সারণি হতে বিবরণসহ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর																														
	১	খ	২	খ	৩	ঘ	৪	গ	৫	ক	৬	গ	৭	খ	৮	গ	৯	ঘ	১০	ঘ	১১	গ	১২	গ	১৩	গ	১৪	ঘ	১৫	*
	১৬	খ	১৭	গ	১৮	খ	১৯	ক	২০	ক	২১	ক	২২	ক	২৩	ক	২৪	ঘ	২৫	গ	২৬	ঘ	২৭	ক	২৮	খ	২৯	ক	৩০	খ

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▶ ০১ $A = \{x : x \in N$ এবং $x^2 - 5x + 6 = 0\}$

$B = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 11\}$

$C = \{3, 4, 5, 7, 9\}$ এবং

$f(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$

ক. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে, যেখানে n হচ্ছে $(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা। ৪

গ. $\dfrac{f\left(\frac{1}{x^2}\right)+1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right)-2}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখন, $x^2 - 5x + 6 = 0$

বা, $x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$

বা, $x(x-3) - 2(x-3) = 0$

বা, $(x-3)(x-2) = 0$

$\therefore x = 3, 2$

$\therefore$ A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে পাই,

$A = \{x : x \in N$ এবং $x^2 - 5x + 6 = 0\}$

$= \{3, 2\}$

খ $B = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 11\}$

$= \{2, 3, 5, 7\}$

$C = \{2, 4, 5, 7, 9\}$

$\therefore B \cap C = \{2, 3, 5, 7\} \cap \{3, 9, 5, 7, 9\}$

$= \{3, 5, 7\}$

এখানে, $B \cap C$ এর উপাদান সংখ্যা $n(B \cap C) = 3$

এখন,

$P(B \cap C) = \{\{3\}, \{5\}, \{7\}, \{3, 5\}, \{5, 7\}, \{7, 3\}, \{3, 5, 7\}, \varnothing\}$

$\therefore$ $P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 8$

$= 2^3$

$= 2^n$ [$\because n = 3$] **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $P(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$

$$\therefore f\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{\frac{3}{x^2}+1}{\frac{3}{x^2}-1} = \frac{\frac{3+x^2}{x^2}}{\frac{3-x^2}{x^2}} = \frac{3+x^2}{3-x^2}$$

এখন, $\dfrac{f\left(\frac{1}{x^2}\right)+1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right)-2}$

$$= \frac{\frac{3+x^2}{3-x^2}+1}{\frac{3+x^2}{3-x^2}-2}$$

$$= \frac{3+x^2+3-x^2}{3+x^2-6+2x^2}$$

$$= \frac{6}{-3+3x^2} = \frac{2}{x^2-1}$$

প্রশ্ন ▶ ০২ (i) $a^2 - 2\sqrt{6}a + 1 = 0$ এবং (ii) $x - 5 = 2\sqrt{6}$.

ক. $4b^2 + \frac{1}{4b^2} - 2 + 4b - \frac{1}{b}$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $x\sqrt{x} - \frac{1}{x\sqrt{x}} = 22\sqrt{2}$. ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{a^{10}+1}{a^5} = 922\sqrt{6}$ ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক $4b^2 + \frac{1}{4b^2} - 2 + 4b - \frac{1}{b}$

$= (2b)^2 + \left(\frac{1}{2b}\right)^2 - 2 + 4b - \frac{1}{b}$

$= \left(2b - \frac{1}{2b}\right)^2 + 2.2b.\frac{1}{2b} - 2 + 4b - \frac{1}{b}$

$= \left\{2\left(b - \frac{1}{4b}\right)\right\}^2 = 4 + \left(b - \frac{1}{4b}\right)$

$= 4\left(b - \frac{1}{4b}\right)^2 + 4\left(b - \frac{1}{4b}\right)$

$= \left(b - \frac{1}{4b}\right)\left\{4\left(b - \frac{1}{4b}\right) + 4\right\}$

$= \left(b - \frac{1}{4b}\right)\left(4b - \frac{1}{b} + 4\right)$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$x - 5 = 2\sqrt{6}$

বা, $x = 5 + \sqrt{6}$

$= 3 + 2\sqrt{6} + 2$

$= (\sqrt{3})^2 + 2.\sqrt{3}.\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$

$= (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

$\therefore \sqrt{x} = \sqrt{3} + \sqrt{3}$

এখন,

বামপক্ষ $= x\sqrt{x} - \frac{1}{x\sqrt{x}}$

$= (\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 . (\sqrt{3}+\sqrt{2}) - \frac{1}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^3}$

$= (\sqrt{3}+\sqrt{2})^3 - \frac{1}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^3}$

$= \left(\sqrt{3}+\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)^3 + 3.(\sqrt{3}+\sqrt{2}).$
$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)$

$= \left\{\sqrt{3}+\sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}\right\}^3$
$+ 3.\left\{\sqrt{3}+\sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}\right\}$

$= (\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2})^3 + 3.(\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2})$

$= (2\sqrt{2})^3 + 3.2\sqrt{2}$

$= 16\sqrt{2} + 6\sqrt{2}$

$= 22\sqrt{2}$

= ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$a^2 - 2\sqrt{6}a + 1 = 0$

বা, $(a)^2 - 2.a.\sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 + 1 - (\sqrt{6})^2 = 0$

বা, $(a - \sqrt{6})^2 - 5 = 0$

বা, $a = \sqrt{5} + \sqrt{6}$

$\therefore \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}$

$= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{6-5}$

$= \sqrt{6} - \sqrt{5}$

এখন,

বামপক্ষ $= \frac{a^{10}+1}{a^5} = a^5 + \frac{1}{a^5}$

$= \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right)\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) - \left(a + \frac{1}{a}\right)$

$= \left\{\left(a+\frac{1}{a}\right)^3 - 3.a.\frac{1}{a}\left(a+\frac{1}{a}\right)\right\}$
$\left\{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a}\right\} - \left(a+\frac{1}{a}\right)$

$= \left\{(2\sqrt{6})^3 - 3.2\sqrt{6}\right\}\left\{(2\sqrt{6})^2 - 2\right\} - 2\sqrt{6}$

$= (48\sqrt{6} - 6\sqrt{6}).22 - 2\sqrt{6}$

$= 924\sqrt{6} - 2\sqrt{6}$

$= 922\sqrt{6}$

= ডানপক্ষ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ০৩ *(i)* একটি সমান্তর ধারার 14 তম পদ 37 এবং 19 তম পদ 52।

(ii) কোনো গুণোত্তর ধারার সপ্তম পদ $\frac{\sqrt{2}}{27}$ এবং দশম পদ $\frac{\sqrt{2}}{81\sqrt{3}}$।

ক. 2 – 5 – 12 – 19 .... ধারাটির 15 তম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. *(i)* নং হতে ধারাটির প্রথম 10 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. *(ii)*নং হতে গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটি : 2 – 5 – 12 – 19 ... ...

ধারাটির ১ম পদ $a = 2$

সাধারণ অন্তর $d = -5 - 2$

$= -7$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n-1)d$

$\therefore$ ধারাটির 15 তম পদ $= 2 + (15-1).(-7)$

$= 2 + 14.(-7)$

$= 2 - 98$

$= -96$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

সমান্তর ধারার 14 তম পদ 37 এবং 19 তম পদ 52

অর্থাৎ,

ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারন অন্তর d হলে,

$a + (14-1)d = 37$

বা, $a + 13d = 37$ ... ... (i)

এবং $a + (19-1)d = 52$

বা, $a + 18d = 52$ ... ... (ii)

(i)হতে পাই,

$a = 37 - 13d$ ... ... (iii)

a এর মান (ii)এ বসিয়ে,

$37 - 13d + 18d = 52$

বা, $37 + 5d = 52$

বা, $5d = 15$

$\therefore d = 3$

(iii) এ d = 3 বসিয়ে,

$a = 37 - 13.3$

$= -2$

$\therefore$ ধারাটির ১ম 10টি পদের সমষ্টি, $S = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$= \frac{10}{2}\{2a + 9d\}$

$= 5.\{2.(-2) + 9.3\}$

$= 5(-4 + 27)$

$= 155$

গ আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ প্রদত্ত ধারাটির 7তম পদ $= ar^{(7-1)}$

$= ar^6$

এবং 10 তম পদ $= ar^{(10-1)}$

$= ar^9$

এখন,

$ar^6 = \frac{\sqrt{2}}{27}$ ... ... (i)

এবং $ar^9 = \frac{\sqrt{2}}{81\sqrt{3}}$ ... ... (ii)

(i) ÷ (ii) হতে,

$\frac{1}{r^3} = \frac{\sqrt{2}}{27} \div \frac{\sqrt{2}}{81\sqrt{3}}$

$= \frac{81\sqrt{3}}{27}$

$= 3\sqrt{3}$

বা, $r^3 = \frac{1}{3\sqrt{3}}$

বা, $r^3 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3$

$\therefore r = \frac{1}{\sqrt{3}}$

r এর মান (i) এ বসিয়ে,

$a.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^6 = \frac{\sqrt{2}}{27}$

বা, $a.\frac{1}{27} = \frac{\sqrt{2}}{27}$

বা, $a = \sqrt{2}$

∴ ধারাটির ১ম পদ $= ar^0$

$= \sqrt{2}$

২য় পদ $= ar^1$

$= \sqrt{2}.\frac{1}{\sqrt{3}}$

$= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

৩য় পদ $= \sqrt{2}.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{\sqrt{2}}{3}$

অর্থাৎ, ধারাটি : $\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{3} + \ldots\ldots\ldots$

প্রশ্ন ▶ ০৪ (i) *ABC* একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার *AB* = *AC* এবং অতিভুজ *BC* এর উপর *D* যেকোনো বিন্দু।
(ii) ΔPQR এর *PQ* ও *PR* বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে *M* ও *N*।

ক. একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 15 সে.মি. হলো ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $DB^2 + DC^2 = 2DA^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $MN \parallel QR$ এবং $MN = \frac{1}{2}QR$। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 15 সেমি.

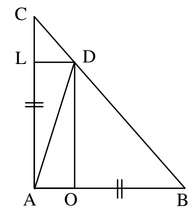
∴ ত্রিভুজটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য $a = \frac{15}{3}$ সেমি

$= 5$ সেমি

∴ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গএকক

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (5)^2$ বর্গ সেমি **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABC সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। BC এর অতিভুজ। AB = AC। D, BC এর উপর একটি বিন্দু। D, A যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $DB^2 + DC^2 = 2DA^2$।

অঙ্কন : D হতে AB ও AC এর উপর যথাক্রমে DO এবং DL লম্ব টানি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. AODL একটি আয়তক্ষেত্র।

$\therefore AL = OD = OB$ [$\because \angle B = 45°$]

$\therefore DL = CL = OA$ [$\because \angle C = 45°$]

ধাপ-২. এখন, $DB^2 = OD^2 + OB^2$

[∵ DOB সমকোণী এবং DB অতিভুজ]

$\therefore DB^2 = OD^2 + OD^2 = 2OD^2$........................(i)

এবং $DC^2 = DL^2 + CL^2 = DL^2 + DL^2 = 2DL^2$........... (ii)

[একই কারণে]

ধাপ-৩. সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$DB^2 + DC^2 = 2OD^2 + 2DL^2$

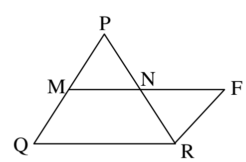
$= 2(OD^2 + DL^2)$

$= 2(OD^2 + OA^2)$

$= 2DA^2$

$\therefore DB^2 + DC^2 = 2DA^2$. **(প্রমাণিত)**

গ



মনে করি, ΔPQR এর PQ এবং PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M এবং N। M ও N যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $MN \parallel QR$ এবং $MN = \frac{1}{2}QR$.

অঙ্কন :

MN কে F পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন NF = MN হয়। R, F যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔPMN ও ΔRNF এর মধ্যে

PN = NR [PR এর মধ্যবিন্দু N]

MN = NF [অঙ্কনানুসারে]

$\angle PNM = \angle RNF$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\Delta PMN \cong \Delta RNF$ [বাহু–কোণ–বাহু উপপাদ্য]

$\therefore \angle PMN = \angle NFR$

এবং $\angle MAN = \angle NRF$ [একান্তর কোণ]

$\therefore$ MF $\parallel$ QR বা MN $\parallel$ QR

ধাপ-২. আবার, MF = QR

বা, MN + NF = QR [$\because$ MF = MN + NF]

বা, MN + MN = QR [ধাপ (১) থেকে]

বা, 2MN = QR

$\therefore$ MN $= \frac{1}{2}$ QR

সুতরাং MN $\parallel$ QR এবং MN $= \frac{1}{2}$ QR **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৫ (*i*) *O* কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে *PQRS* একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ। (*ii*) *M* কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে *ABCD* চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। *AC* ও *BD* কর্ণদ্বয় পরস্পরকে *E* বিন্দুতে ছেদ করে।

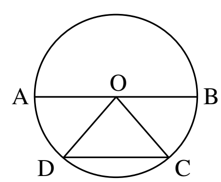
ক. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle PQR + \angle PSQ =$ দুই সমকোণ। ৪

গ. দেখাও যে, $\angle AMB + \angle CMD = 2\angle AEB$. ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে AB ব্যাস এবং CD ব্যাস ভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। অর্থাৎ, AB > CD.

অঙ্কন : O, C এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. OA = OB = OC = OD [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এখন, ΔOCD-এ,

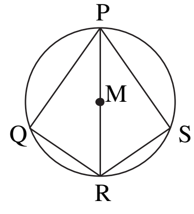
OC + OD > CD [ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, OA + OB > CD

অর্থাৎ, AB > CD.

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। **(প্রমাণিত)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, M কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle PQR + \angle PSR = 180°$

অঙ্কন : P, M এবং R, M যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. একই চাপ PQR এর উপর দণ্ডায়মান

বৃত্তস্থ কোণ $\angle PSR = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ $\angle PMR$) [$\because$ বৃত্তের যেকোনো চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

ধাপ-২. আবার, একই চাপ PSR এর উপর

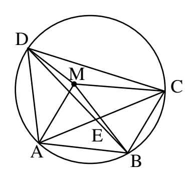
দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ $\angle PQR = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle PMR$)

ধাপ-৩. $\angle PSR + \angle PQR = \frac{1}{2}$ কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle PMR + \frac{1}{2}$ কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle PMR$

বা, $\angle PQR + \angle PSR = \frac{1}{2} \times 360° = 180°$

সুতরাং $\angle PQR + \angle PSR = 180°$ **(প্রমাণিত)**

গ



মনে করি, M কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে। M, A; M, B; M, C এবং M, D যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AMB + \angle CMD = 2\angle AEB$.

প্রমাণ :

ধাপ-১. AB চাপের উপর অবস্থিত $\angle AMB = 2\angle ADB$

[$\because$ একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ-২: CD চাপের উপর অবস্থিত

$\angle CMD = 2\angle DAC$ [একই কারণে]

ধাপ-৩. $\angle AMB + \angle CMD$ [ধাপ (১) ও (২) থেকে]

$= 2(\angle ADB + \angle DAC) = 2(\angle ADE + \angle DAE)$

বা, $\angle ADE + \angle DAE = \frac{1}{2}(\angle AMB + \angle CMD)$

ধাপ-৪. ΔDAE এর বহিঃস্থ $\angle AQB =$ অন্তঃস্থ $(\angle ADE + \angle DAE)$

বা, $\angle AEB = \frac{1}{2}(\angle AMB + \angle CMD)$ [ধাপ (৩) থেকে]

$\therefore \angle AMB + \angle CMD = 2\angle AEB$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৬ $P = 5$ সে.মি., $Q = 6.5$ সে.মি. এবং $\angle x = 60°$.

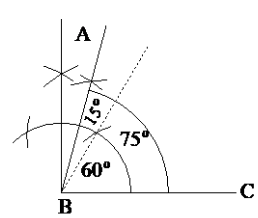
ক. পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে 75° কোণ অঙ্কন কর। ২

খ. একটি রম্বস আঁক যার পরিসীমা 3*P* এবং একটি কোণ $\angle x$ এর সমান। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. সামান্তরিকের দুটি কর্ণ *P* ও *Q* এবং একটি বাহু *R* = 4.5 সে.মি. হলে সামান্তরিকটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।] ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

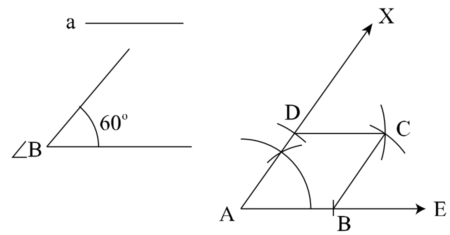
ক



চিত্রে, $\angle ABC = 75°$

খ দেওয়া আছে, পরিসীমা $3p = 3 \times 15 = 15$ সে.মি.।

$\therefore$ রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{15}{3} = 5$ সে.মি.।



মনে করি, একটি রম্বসের একটি বাহু $a = 5$ সে.মি. এবং একটি কোণ $\angle B = 60°$ দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

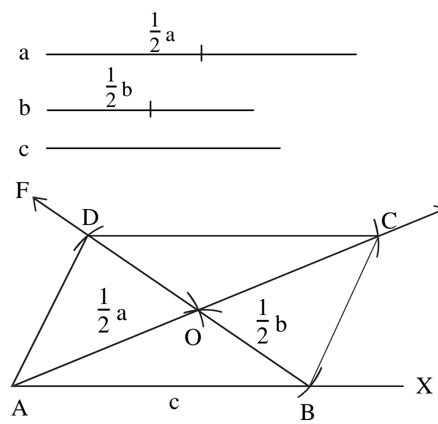
১. যেকোনো একটি রশ্মি AE থেকে a এর সমান করে AB রেখাংশ কেটে নিই।

২. AB রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle BAX = \angle B = 60°$ আঁকি। AX রশ্মি থেকে $AD = AB = a$ অংশ কেটে নিই।

৩. B ও D কে কেন্দ্র করে $AB = a$ ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle BAD$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. B, C ও D, C যোগ করি। তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

গ



মনে করি, সামান্তরিকের দুইটি কর্ণ $a = 8$ সে.মি. ও $b = 6$ সে.মি. এবং একটি বাহু $c = 3$ সে.মি. দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন : a ও b কর্ণদ্বয়কে সমান দুইভাগে বিভক্ত করি।

যেকোনো রশ্মি AX থেকে c এর সমান AB নিই। A ও B কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে $\frac{a}{2}$ ও $\frac{b}{2}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে, করি, বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। A, O ও B, O যোগ করি। AO কে AE বরাবর এবং BO কে BF বরাবর বর্ধিত করি। OE থেকে $\frac{a}{2} = OC$ এবং OF থেকে $\frac{b}{2} = OD$ নিই। A, D; D, C ও B, C যোগ করি।

তাহলে, ABCD ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রশ্ন ▶ ০৭ $x = \sec\theta$, $y = \sin\theta$ এবং $a = \cos\theta$.

ক. $\cot(A + 15°) = 1$ হলে, A এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = \frac{a}{y} + \frac{1}{y}$। ৪

গ. উদ্দীপকের আলোকে $\frac{1}{x^2} - y^2 + 5a = 2$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। যেখানে $0° < \theta < 90°$. ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\cot(A + 15°) = 1$

বা, $\frac{1}{\tan(A + 15°)} = 1$

বা, $\tan(A + 15°) = 1$

বা, $\tan(A + 15°) = \tan 45°$

বা, $A + 15° = 45°$

$\therefore A = 30°$

খ বামপক্ষ $= \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

$= \sqrt{\frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta - 1}}$

$= \sqrt{\frac{\sec\theta(1 + \cos\theta)}{\sec\theta(1 - \cos\theta)}}$

$= \sqrt{\frac{1 + \cos\theta}{1 - \cos\theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1 + \cos\theta)^2}{(1 - \cos\theta)(1 + \cos\theta)}}$

$= \sqrt{\frac{(1 + \cos\theta)^2}{1 - \cos^2\theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1 + \cos\theta)^2}{\sin\theta}} = \sqrt{\left(\frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta}\right)^2}$

$= \frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta} = \frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

$= \frac{a}{y} + \frac{1}{y}$; [উদ্দীপক হতে]

= ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$\frac{1}{x^2} - y^2 + 5a = 2$

বা, $\frac{1}{\sec^2\theta} - \sin^2\theta + 5\cos\theta = 2$

বা, $\cos^2\theta - \sin^2\theta + 5\cos\theta = 2$

বা, $\cos^2\theta - (1 - \cos^2\theta) + 5\cos\theta = 2$

বা, $2\cos^2\theta + 5\cos\theta - 3 = 0$

বা, $2\cos^2\theta + 6\cos\theta - \cos\theta - 3 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos + 3) - 1(\cos\theta + 3) = 0$

বা, $\cos\theta + 3)(2\cos\theta - 1) = 0$

$\therefore \cos\theta = -3$ অথবা, $2\cos\theta - 1 = 0$

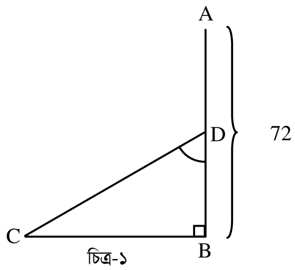
এখানে, $\cos\theta \neq -3$
কারণ $-1 \leq \cos\theta \leq 1$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

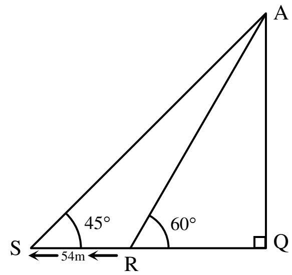
বা, $\cos\theta = \cos 60°$ [$\because 0° < \theta < 90°$]

$\therefore \theta = 60°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৮



চিত্র-১



চিত্র-২

ক. seeθ = $\frac{13}{12}$ হলে, sinθ + cosθ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. চিত্র-১ হতে *BD* এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. চিত্র-২ এর আলোকে Δ*PQS* এর পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\sec\theta = \frac{13}{12}$

$\therefore \cos\theta = \frac{13}{12}$

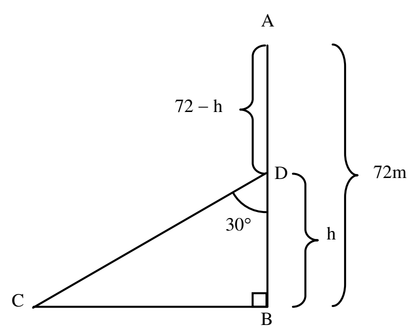
$\therefore \sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta}$

$= \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2}$

$= \frac{5}{13}$

$\therefore \sin\theta + \cos\theta = \frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{17}{13}$

খ



চিত্র হতে, AD অংশ ভূমিতে C বিন্দুতে স্পর্শ করে।
অর্থাৎ, AB = 72m এবং BD = h হলে,
AD = DC = (72 – h) মিটার।
এখন, ΔBCD এ,

$\tan\angle BDC = \frac{BD}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{BC}$

বা, $BC = \frac{h}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = h\sqrt{3}$ মিটার

আবার, ΔBCD এ–

$\sin\angle BDC = \frac{BC}{CD}$

বা, $\sin 30° = \frac{h\sqrt{3}}{72 - h}$

বা, $\frac{1}{2}(72 - h) = h\sqrt{3}$

বা, $72 - h = 2h\sqrt{3}$

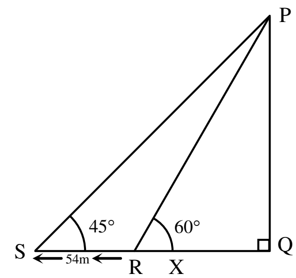
বা, $h\left(2\sqrt{3} + 1\right) = 72$

বা, $h = \frac{72}{2\sqrt{3} + 1}$

$= 16.12866$ m.

$\therefore$ BD = h = 16.12866m (প্রায়) **(Ans.)**

গ



চিত্র হতে, ΔPRQ এ–

$\tan\angle PRQ = \frac{PQ}{RQ}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $h = x\sqrt{3}$

আবার, ΔPQS এ–

$\tan\angle PSQ = \frac{PQ}{QS}$

বা, $\tan 45° = \frac{h}{54 + x}$

বা, $h = 54 + x$

বা, $x\sqrt{3} = 54 + x$

বা, $x(\sqrt{3} - 1) = 54$

বা, $x = \frac{54}{\sqrt{3} - 1} = 73.5653$m (প্রায়)

$\therefore h = x\sqrt{3}$

$= \sqrt{3}$

$= 73.7653$m

$= 127.75653$m (প্রায়)

আবার, ΔPQS এ–

$\sin\angle PSQ = \frac{PQ}{PS}$

বা, $\sin 45° = \frac{h}{PS}$

বা, $PS = \frac{127.7653}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 180.6874$m (প্রায়)

$\therefore$ ত্রিভুজটির পরিসীমা = (PQ + QS + PS)m

= (127.7653 + 54 + 73.7653 + 180.6874)m

= 436.2180m (প্রায়)

প্রশ্ন ▶ ০৯ (i) একটি সামান্তরিকের বাহুর দৈর্ঘ্য 36 সে.মি. ও 28 সে.মি.। এর ক্ষুদ্রতর কর্ণটি 32 সে. মি.।

(ii) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 4 মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $30\sqrt{3}$ বর্গমিটার বৃদ্ধি পায়।

ক. একটি সুষম পঞ্চভুজের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 8 সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. (ii)নং উদ্দীপকের আলোকে সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. (i)নং থেকে সমান্তরিকের অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

n সংখ্যক বাহুবশিষ্ট সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{na^2}{4} \cot\left(\frac{180°}{n}\right)$

$\therefore$ 5টি বাহুবিশিষ্ট সুষম পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{5.8^2}{4} \cot\left(\frac{180°}{5}\right)$

$= 110.1105$ বর্গসেমি.

(Ans.)

খ আমরা জানি,

সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ বর্গএকক।

$\therefore$ প্রদত্ত শর্তানুসারে,

$\frac{\sqrt{3}}{4}(a+4)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 + 30\sqrt{3}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2 + 8a + 16) = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 + 30\sqrt{3}$

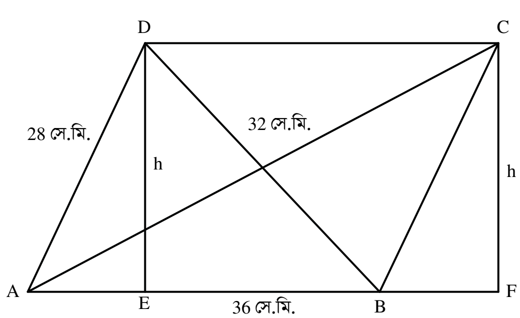
বা, $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 + 2\sqrt{3}a + 4\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 + 30\sqrt{3}$

বা, $a = \frac{30\sqrt{3} - 4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 26$

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} . (26)^2$ বর্গমিটার

$= 292.7165$ বর্গমিটার (প্রায়)

গ



ধরি, ABCD একটি সামন্তরিক

দেওয়া আছে, AB = DC = 36 সে. মি.

এবং AD = BC = 28 সেমি.

কর্ণ BD = 32 সে.মি.

$\therefore$ ΔABD এর পরিসীমা, 25 = (AB + BD + AD) একক

বা, 25 = (36 + 32 + 28) সে.মি

বা, $S = \frac{96}{2}$ সে.মি.

$\therefore$ S = 48 সে.মি.

$\therefore$ ΔABD এর ক্ষেত্রফল

$= \sqrt{S(S - AB)(S - BD)(S - AD)}$ বর্গসেমি.

$= \sqrt{48(48 - 36)(48 - 32)(48 - 28)}$ বর্গসেমি.

$= 429.325$ বর্গসেমি.

আবার, ΔABD এর ভূমি AB = 36 সে.মি. এবং উচ্চতা DE = h ধরি।

এখন,

$\frac{1}{2} \times AB \times h = 429.325$

বা, $\frac{1}{2} \times 36 \times h = 429.325$

বা, $h = \frac{2 \times 429.325}{36}$

$= 23851$ মিটার।

$\therefore$ উচ্চতা DE = CF = 23.851 মিটার।

এখন, সমকোণী ত্রিভুজ CBF হতে পাই, $BC^2 = CF^2 + BF^2$

বা, $BF^2 = BC^2 - CF^2$

বা, $BF^2 = 28^2 - (23.851)^2$

$\therefore$ BF = 14.6673 মিটার

আবার,

সমকোণী ΔACF হতে পাই, $AC^2 = CF^2 + AF^2$

বা, $AC^2 = (23.851)^2 + (AB + BF)^2$

বা, $AC^2 = (23.851)^2 + (36 + 14.6673)^2$

$\therefore$ AC = 56.00406 মিটার

≈ 56 মিটার (প্রায়)

অর্থাৎ, অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য 56 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ▶ ১০ নিম্নে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

প্রাপ্ত নম্বর	66–70	71–75	76–80	81–85	86–90	91–95
গণসংখ্যা	4	6	9	13	7	5

ক. প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ২

খ. উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সর্বাধিক গণসংখ্যা 13 বিদ্যমান (81 – 85) শ্রেণিতে।

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণি (81 – 85) এবং প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণি (71 – 80)

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির মধ্যবিন্দু $= \frac{76 + 80}{2} = 78$ **(Ans.)**

খ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
66 – 70	4	4
71 – 75	6	10
76 – 80	9	19
81 – 85	13	32
86 – 90	7	39
91 – 95	5	44
	n = 44	

এখানে, $n = 44$

$\therefore \frac{n}{2} = \frac{44}{2} = 22$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 22-তম পদের মান।

22-তম পদের অবস্থান হবে (81 – 85) শ্রেণিতে।

$\therefore$ মধ্যক শ্রেণি হলো (81 – 85)

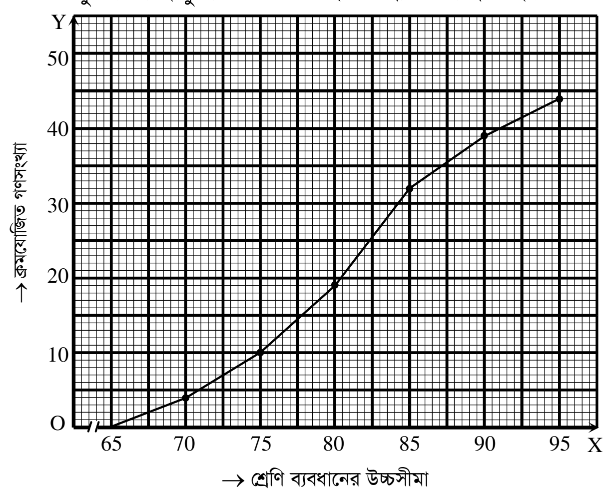
সুতরাং $L = 81, F_c = 19, f_m = 13, h = 5$

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 81 + (22 - 19) \times \frac{5}{13} = 82.15$ (প্রায়) **(Ans.)**

গ 'খ' এর সারণি অনুসরণ করি।

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 2 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 65 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : অজিভ রেখা

প্রশ্ন ▶ ১১ দশম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

ওজন (কেজি)	45–49	50–54	55–59	60–64	65–69	70–74
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	6	9	17	12	10	6

ক. মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. সারণি হতে বিবরণসহ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45 – 49	6	6
50 – 54	9	15
55 – 59	17	32
60 – 64	12	44
65 – 69	10	54
70 – 74	6	60
	n = 60	

এখানে, মোট গণসংখ্যা, $n = 60$;

$\therefore \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

$\therefore$ মধ্যক শ্রেণির অবস্থান হবে 30 তম পদের শ্রেণিতে যা (55 – 59) শ্রেণিতে বিদ্যমান।

$\therefore$ মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা 55 **(Ans.)**

খ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
45 – 49	47	6	– 2	–12
50 – 54	52	9	– 1	– 9
55 – 59	57(a)	17	0	0
60 – 64	62	12	1	12
65 – 69	67	10	2	20
70 – 74	72	6	3	18
		n = 60		$\Sigma f_iu_i = 29$

$\therefore$ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

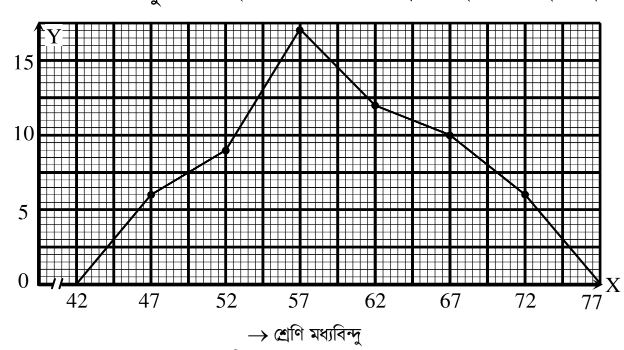
$= 57 + \frac{29}{60} \times 5$

$= 59.42$ (প্রায়) **(Ans.)**

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
45 – 49	47	6
50 – 54	52	9
55 – 59	57	17
60 – 64	62	12
65 – 69	67	10
70 – 74	72	6

এখন, ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 42 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : গণসংখ্যা বহুভুজ

ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২৪

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ৩০ মিনিট — পূর্ণমান : ৩০

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১। $1.\dot{4}\dot{3}$ এর সাধারণ ভগ্নাংশ কোনটি?
ক $\frac{142}{99}$ খ $\frac{143}{99}$ গ $\frac{142}{100}$ ঘ $\frac{143}{100}$

২। $f(x)$ এর একটি উৎপাদক $(2x + 1)$ হলে নিচের কোনটি 0 (শূন্য) হবে?
ক $f(-1)$ খ $f(1)$ গ $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ ঘ $f\left(\frac{1}{2}\right)$

৩। $A = \{2, 3, 4\}$ এবং $B = \{1, 3\}$ হলে—
i. $A \cap B = \{3\}$ ii. $A \backslash B = \{2, 4\}$ iii. $(A \times B)$ এর উপাদান সংখ্যা 5
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

□ **নিচের তথ্যের আলোকে ৪ ও ৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**
$x - \frac{1}{x} = 4$

৪। $x^2 - \frac{1}{x^2} =$ কত?
ক $2\sqrt{5}$ খ $8\sqrt{3}$ গ $8\sqrt{5}$ ঘ $12\sqrt{2}$

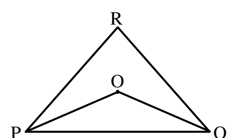
৫। $x^3 - \frac{1}{x^3} =$ কত?
ক 24 খ 52 গ 56 ঘ 76

৬। $\sqrt[3]{x} = \sqrt{2}$ হলে x এর মান কত?
ক 2 খ $\sqrt{2}$ গ $2\sqrt{2}$ ঘ $3\sqrt{2}$

৭। $\log_9 3$ এর মান কত?
ক 2 খ $\frac{1}{2}$ গ 3 ঘ $\frac{1}{3}$

৮। $x^2 = 3x$ সমীকরণের সমাধান সেট নিচের কোনটি?
ক {0, 3} খ {0, – 3} গ {0} ঘ {3}

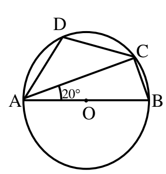
৯।



চিত্রে ∠P ও ∠Q এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে এবং ∠R = 40°, ∠POQ = কত?
ক 70° খ 110° গ 130° ঘ 140°

১০। দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে নিচের কোনটি আঁকা সম্ভব?
ক ট্রাপিজিয়াম খ রম্বস গ আয়ত ঘ সামান্তরিক

১১।



চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস হলে ∠ACD = কত?
ক 20° খ 35° গ 55° ঘ 70°

১২। বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তে সর্বোচ্চ কয়টি স্পর্শক আঁকা যায়?
ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4

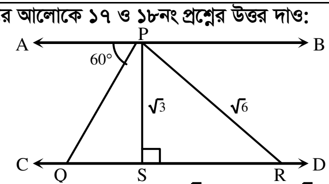
১৩। বৃত্তে অন্তর্লিখিত কোনো চতুর্ভুজের একটি কোণ 75° হলে এর বিপরীত কোণের মান কত?
ক 180° খ 165° গ 105° ঘ 75°

১৪। $\cos(90° - \theta) = \frac{4}{5}$ হলে $\text{cosec}\theta =$ কত?
ক $\frac{5}{4}$ খ $\frac{4}{5}$ গ $\frac{3}{5}$ ঘ $\frac{4}{3}$

১৫। $\cos\theta\sqrt{\sec^2\theta - 1} =$ কত?
ক $\sin\theta$ খ $\cos\theta$ গ $\cot\theta$ ঘ $\tan\theta$

১৬। $2\sin\theta = 1$ হলে $\cot\theta =$ কত?
ক 0 খ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ 1 ঘ $\sqrt{3}$

□ **নিচের তথ্যের আলোকে ১৭ ও ১৮নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**



চিত্রে AB ∥ CD, ∠APQ = 60°, PS = $\sqrt{3}$ এবং PR = $\sqrt{6}$.

১৭। QS এর দৈর্ঘ্য কত?
ক 1 খ $\sqrt{3}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

১৮। চিত্রে—
i. ΔPSR সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ii. cosec ∠QPS = 2 iii. sin∠PRS = cos∠SPR
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৯। সমানুপাতের উদাহরণ নিচের কোনটি?
ক 3 : 4 = 4 : 3 খ 2 : 3 = 6 : 10
গ 3 : 2 = 9 : 6 ঘ 2 : 5 = 4 : 25

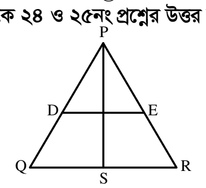
২০। $5x - 2y = 13$ এবং $2x + 3y = 9$ সমীকরণদ্বয়—
i. সমঞ্জস ii. পরস্পর অনির্ভরশীল iii. এর সমাধান (x, y) = (3, 1)
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২১। $2x - 2x + 2x - 2x + 2x - \ldots\ldots$ ধারার ১ম দশ পদের সমষ্টি কত?
ক 20x খ 4x গ 2x ঘ 0

২২। $-1 + 3 + 7 + \ldots\ldots + 43$ ধারাটির—
i. পদসংখ্যা 12 ii. ৫ম পদ 15 iii. ১ম আট পদের সমষ্টি 120
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২৩। রম্বসের প্রতিসাম্য রেখা কয়টি?
ক 1টি খ 2টি গ 3টি ঘ 4টি

□ **নিচের তথ্যের আলোকে ২৪ ও ২৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



চিত্রে PD = DQ, PE = ER এবং ∠QPS = ∠RPS.

২৪। ΔPDE : ΔPQR = কত?
ক 1 : 2 খ 2 : 1 গ 1 : 4 ঘ 4 : 1

২৫। চিত্রে—
i. QR = 2DE ii. ΔPDE এবং ΔPQR সদৃশ iii. QS : SR = PQ : PR
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২৬। সামান্তরিকের ভূমি 9 সেমি ও উচ্চতা 4 সেমি হলে এর ক্ষেত্রফল কত?
ক 18 বর্গ সেমি খ 26 বর্গ সেমি গ 36 বর্গ সেমি ঘ 72 বর্গ সেমি

নিচের তথ্যের আলোকে ২৭ ও ২৮নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
একটি লোহার পাইপের ভেতরের ও বাইরের ব্যাস যথাক্রমে 6cm ও 10cm এবং উচ্চতা 30cm।

২৭। পাইপের বাইরের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত?
ক 150π cm² খ 300π cm² গ 350π cm² ঘ 600π cm²

২৮। পাইপের—
i. লোহার পুরুত্ব 2 cm ii. ফাঁপা অংশের আয়তন 480π cm³
iii. ভূমির ক্ষেত্রফল 25π cm²
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

□ **নিচের তথ্যের আলোকে ২৯ ও ৩০নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

শ্রেণিব্যাপ্তি	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44	45–49
গণসংখ্যা	3	7	8	10	4	2

২৯। মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান কত?
ক 27 খ 32 গ 37 ঘ 42

৩০। প্রচুরক নিচের কোনটি?
ক 36.25 খ 38.75 গ 41.67 ঘ 55.00

■ **খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।**

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২৪

গণিত (সৃজনশীল) বিষয় কোড : 1 0 9

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ–বীজগণিত

১। $f(x) = \dfrac{x^3 - 3x^2 + 1}{x(1-x)}$ এবং $a = \sqrt{5} + \sqrt{3}$.

ক. $7\sqrt{7}$ এর 7 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $f\left(\dfrac{1}{x}\right) = f(1-x)$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $a^3 + \dfrac{8}{a^3} = 28\sqrt{5}$. ৪

২। $(i)\ x^2 = 7 + 4\sqrt{3}, x > 0$

$(ii)\ P = \dfrac{\log\sqrt{27} + \log\sqrt{64} - \log\sqrt{1000}}{\log 6 - \log 5}$

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $a^2 - 2ab - 2b - 1$. ২

খ. $\dfrac{x^6 - 1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $P = \dfrac{3}{2}$. ৪

৩। $(i)\ \dfrac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \sqrt{2}$ ... ... একটি গুণোত্তর ধারা।

$(ii)\ 3bx^2 - 4ax + 3b = 0$.

ক. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 3 : 7 এবং ল. সা. গু. 168 হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $x = \dfrac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}}$. ৪

গ. ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ–জ্যামিতি

৪। ΔABC ত্রিভুজের $AB > AC$ এবং AD, BE এবং CF তিনটি মধ্যমা।

ক. সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা 3 সে. মি হলে, বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AD + BE + CF < AB + BC + AC$. ৪

গ. $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AP হলে, প্রমাণ কর $\angle APB$ স্থূলকোণ। ৪

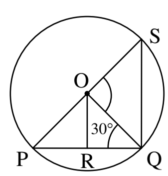
৫। একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও এক বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সে. মি. এবং 3 সে. মি.।

ক. 4 সেমি ব্যাসবিশিষ্ট একটি বৃত্তের কোনো বিন্দুতে স্পর্শক অঙ্কন কর। ২

খ. ত্রিভুজটি আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।) ৪

গ. ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুটি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 45° এবং পরিসীমা সমকোণী ত্রিভুজের পরিসীমার সমান। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

৬।



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQ ব্যাসভিন্ন জ্যা এবং $OR \perp PQ$.

ক. $\angle QOS$ কোণের পরিমাণ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PR = QR$. ৪

গ. দেখাও যে, ΔQOS ও বৃত্তকলা QOS এর ক্ষেত্রফলের অনুপাত $3\sqrt{3} : 2\pi$. ৪

গ বিভাগ–ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭। $(i)\ P = 2 - \sin^2\theta$ এবং $Q = 2 + \tan^2\theta$ $(ii)\ R = \operatorname{cosec}\theta$.

ক. $\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta = \dfrac{4}{3}$ হলে $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\dfrac{1}{P} + \dfrac{1}{Q} = 1$. ৪

গ. সমাধান কর : $\dfrac{4}{R^2} - (2 + 2\sqrt{3})\dfrac{1}{R} + \sqrt{3} = 0$, যখন θ সূক্ষ্মকোণ। ৪

৮। দুটি কিলোমিটার পোস্ট A ও B বিন্দুর মধ্যবর্তী কোনো স্থানের উপর O বিন্দুতে একটি হেলিকপ্টার হতে ঐ কিলোমিটার পোস্টদ্বয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 30°।

ক. $\sin(90° - \theta) = \dfrac{5}{13}$ হলে, $\tan\theta =$ কত? ২

খ. হেলিকপ্টারের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. A এবং B বিন্দু হতে হেলিকপ্টারের দূরত্বের পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

৯। একটি আয়তাকার ঘনবস্তু 48 বর্গমিটার ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট ভূমির উপর দণ্ডায়মান। এর উচ্চতা 3 মিটার এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 13 মিটার।

ক. একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 19 সে.মি. ও 20 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 45° হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্যকে বাইরের ব্যাস, উচ্চতাকে ভিতরের ব্যাস ধরে 5 সে. মি উচ্চতাবিশিষ্ট লোহার পাইপ তৈরি করা হলো। প্রতি ঘন সে. মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম হলে পাইপের লোহার ওজন নির্ণয় কর। ৪

ঘ বিভাগ–পরিসংখ্যান

১০। নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	30–35	36–41	42–47	48–53	54–59	60–65
গণসংখ্যা	3	10	18	25	8	6

ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. গণসংখ্যা সারণি হতে উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১১। নিচে 30 জন শিক্ষার্থীর নির্বাচনি পরীক্ষায় গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো :

67, 71, 77, 65, 72, 80, 84, 80, 61, 62, 83, 82, 72, 81, 67, 68, 80, 75, 64, 72, 71, 75, 83, 80, 81, 67, 74, 88, 69, 80

ক. 5 শ্রেণি ব্যবধান ধরে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. গণসংখ্যা সারণি থেকে উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর বর্ণনাসহ। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	ক	২	গ	৩	ক	৪	গ	৫	ঘ	৬	গ	৭	খ	৮	ক	৯	খ	১০	খ	১১	খ	১২	খ	১৩	গ	১৪	ক	১৫	ক
	১৬	ঘ	১৭	ক	১৮	ঘ	১৯	গ	২০	ঘ	২১	ঘ	২২	ক	২৩	খ	২৪	গ	২৫	ঘ	২৬	গ	২৭	খ	২৮	খ	২৯	খ	৩০	ক

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▶ ০১ $f(x) = \dfrac{x^3 - 3x^2 + 1}{x(1-x)}$ এবং $a = \sqrt{5} + \sqrt{3}$.

ক. $7\sqrt{7}$ এর 7 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $f\left(\dfrac{1}{x}\right) = f(1-x)$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $a^3 + \dfrac{8}{a^3} = 28\sqrt{5}$. ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক $7\sqrt{7}$ এর 7 ভিত্তিক লগ $= \log_7(7\sqrt{7})$

$$= \log_7\left(7^1 . 7^{\frac{1}{2}}\right)$$
$$= \log_7 7^{1+\frac{1}{2}}$$
$$= \log_7 7^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}\log_7 7$$
$$= \frac{3}{2} \times 1 = \frac{3}{2} \textbf{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, $f(x) = \dfrac{x^3 - 3x^2 + 1}{x(1-x)}$

$$\therefore\ f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x^3} - \frac{3}{x^2} + 1}{\frac{1}{x}\left(1 - \frac{1}{x}\right)}$$
$$= \frac{\frac{1 - 3x + x^3}{x^3}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}$$
$$= \frac{\frac{x^3 - 3x + 1}{x^3}}{\frac{x-1}{x^2}}$$
$$= \frac{x^3 - 3x + 1}{x^3} \times \frac{x^2}{(x-1)}$$
$$= \frac{x^3 - 3x + 1}{x(x-1)}$$

এবং $f(1-x) = \dfrac{(1-x)^3 - 3(1-x)^2 + 1}{(1-x)\{1-(1-x)\}}$

$$= \frac{1 - 3x + 3x^2 - x^3 - 3 + 6x - 3x^2 + 1}{(1-x)(1-1+x)}$$
$$= \frac{-1 + 3x - x^3}{x(1-x)}$$
$$= \frac{-(x^3 - 3x + 1)}{-x(x-1)}$$
$$= \frac{x^3 - 3x + 1}{x(x-1)}$$

$\therefore f\left(\dfrac{1}{x}\right) = f(1-x)$. **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $a = \sqrt{5} + \sqrt{3}$

$$\therefore\ \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{1(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}$$
$$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{5-3} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$$
$$\therefore\ \frac{2}{a} = \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{2} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$$
$$\therefore\ a + \frac{2}{a} = \sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{3} = 2\sqrt{5}.$$

বামপক্ষ $= a^3 + \dfrac{8}{a^3}$

$$= (a)^3 + \left(\frac{2}{a}\right)^3$$
$$= \left(a + \frac{2}{a}\right)^3 - 3.\ a.\ \frac{2}{a}\left(a + \frac{2}{a}\right)$$
$$= (2\sqrt{5})^3 - 3.\ 2.\ 2\sqrt{5}$$
$$= 40\sqrt{5} - 12\sqrt{5}$$
$$= 28\sqrt{5}$$

= ডানপক্ষ

$\therefore\ a^3 + \dfrac{8}{a^3} = 28\sqrt{5}$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০২ (i) $x^2 = 7 + 4\sqrt{3},\ x > 0$

(ii) $P = \dfrac{\log\sqrt{27} + \log\sqrt{64} - \log\sqrt{1000}}{\log 6 - \log 5}$

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $a^2 - 2ab - 2b - 1$. ২

খ. $\dfrac{x^6 - 1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $P = \dfrac{3}{2}$. ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক $a^2 - 2ab - 2b - 1$

$$= a^2 - 2ab + b^2 - b^2 - 2b - 1$$
$$= (a-b)^2 - (b+1)^2$$
$$= (a - b + b + 1)(a - b - b - 1)$$
$$= (a+1)(a - 2b - 1)$$

খ দেওয়া আছে, $x^2 = 7 + 4\sqrt{3}$

বা, $x^2 = 4 + 2.2.\sqrt{3} + 3$

বা, $x^2 = (2)^2 + 2.2.\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$

বা, $x^2 = (2 + \sqrt{3})^2$

$\therefore x = 2 + \sqrt{3}$ [বর্গমূল করে]

$\therefore \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$

$= \frac{2-\sqrt{3}}{2^2-(\sqrt{3})^2}$

$= \frac{2-\sqrt{3}}{4-3}$

$= 2-\sqrt{3}$

$\therefore \quad x - \frac{1}{x} = (2+\sqrt{3}) - (2-\sqrt{3})$

$= 2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3}$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{x^6-1}{x^3}$

$= \frac{x^6}{x^3} - \frac{1}{x^3}$

$= x^3 - \left(\frac{1}{x}\right)^3$

$= \left(x-\frac{1}{x}\right)^3 + 3.\, x.\, \frac{1}{x}\left(x-\frac{1}{x}\right)$

$= (2\sqrt{3})^3 + 3 \times 2\sqrt{3}$

$= 8 \times 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$

$= 24\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$

$= 30\sqrt{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান : $30\sqrt{3}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

$$P = \frac{\log\sqrt{27} + \log\sqrt{64} - \log\sqrt{1000}}{\log 6 - \log 5}$$

বামপক্ষ $= P$

$= \frac{\log\sqrt{27} + \log\sqrt{64} - \log\sqrt{1000}}{\log 6 - \log 5}$

$= \frac{\log\sqrt{3^3} + \log 8 - \log\sqrt{10^3}}{\log 6 - \log 5}$

$= \frac{\log (3^3)^{\frac{1}{2}} + \log 2^3 - \log (10^3)^{\frac{1}{2}}}{\log 6 - \log 5}$

$= \frac{\log 3^{\frac{3}{2}} + \log 2^3 - \log 10^{\frac{3}{2}}}{\log 6 - \log 5}$

$= \frac{\log 3^{\frac{3}{2}} + 3\log 2 - \frac{3}{2}\log (5\times 2)}{\log (2\times 3) - \log 5}$

$= \frac{\frac{3}{2}\log 3 + 3\log 2 - \frac{3}{2}\log 5 - \frac{3}{2}\log 2}{\log 2 + \log 3 - \log 5}$

$= \frac{\frac{3}{2}\log 3 + \left(3-\frac{3}{2}\right)\log 2 - \frac{3}{2}\log 5}{\log 2 + \log 3 - \log 5}$

$= \frac{\frac{3}{2}\log 3 + \frac{3}{2}\log 2 - \frac{3}{2}\log 5}{\log 3 + \log 2 - \log 5}$

$= \frac{\frac{3}{2}(\log 3 + \log 2 - \log 5)}{(\log 3 + \log 2 - \log 5)} = \frac{3}{2}$ = ডানপক্ষ

$\therefore P = \frac{3}{2}$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▸ ০৩ (*i*) $\frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \sqrt{2}$ ... ... একটি গুণোত্তর ধারা।

(*ii*) $3bx^2 - 4ax + 3b = 0$.

ক. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 3 : 7 এবং ল. সা. গু. 168 হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $x = \frac{\sqrt{2a+3b}+\sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b}-\sqrt{2a-3b}}$. ৪

গ. ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, দুটি সংখ্যার অনুপাত 3 : 7

মনে করি, সংখ্যা দুটি 3x এবং 7x

$\therefore$ তাদের ল. সা. গু. 21x

প্রশ্নমতে, $21x = 168$

বা, $x = \frac{168}{21}$

$\therefore x = 8$

$\therefore 3x = 3 \times 8 = 24$

এবং $7x = 7 \times 8 = 56$

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যা দুটি 24 ও 56. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$3bx^2 - 4ax + 3b = 0$

বা, $3bx^2 + 3b = 4ax$

বা, $3b(x^2+1) = 4ax$

বা, $\frac{x^2+1}{2x} = \frac{2a}{3b}$

বা, $\frac{x^2+1+2x}{x^2+1-2x} = \frac{2a+3b}{2a-3b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{(x+1)^2}{(x-1)^2} = \frac{2a+3b}{2a-3b}$

বা, $\frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt{2a+3b}}{\sqrt{2a-3b}}$ [বর্গমূল করে]

বা, $\frac{x+1+x-1}{x+1-x+1} = \frac{\sqrt{2a+3b}+\sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b}-\sqrt{2a-3b}}$

[আবার যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2x}{2} = \frac{\sqrt{2a+3b}+\sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b}-\sqrt{2a-3b}}$

$\therefore x = \frac{\sqrt{2a+3b}+\sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b}-\sqrt{2a-3b}}$ **(প্রমাণিত)**

গ ধরি, ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = -\sqrt{2} < 1$

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, r < 1$$

∴ ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি $= \frac{a(1-r^{10})}{1-r}$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{1-(-\sqrt{2})^{10}\right\}}{1-(-\sqrt{2})}$$

$$= \frac{(1-32)}{\sqrt{2}\,(1+\sqrt{2})}$$

$$= \frac{-31}{\sqrt{2}+2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ০৪ ΔABC ত্রিভুজের $AB > AC$ এবং AD, BE এবং CF তিনটি মধ্যমা।

ক. সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা 3 সে. মি হলে, বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AD + BE + CF < AB + BC + AC$. ৪

গ. $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AP হলে, প্রমাণ কর $\angle APB$ স্থূলকোণ। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে এর মধ্যমা $= \frac{\sqrt{3}a}{2}$ একক।

প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}a}{2} = 3$

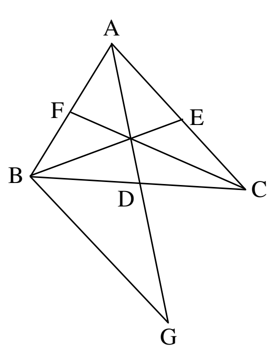
বা, $a = 3 \times \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $a = \frac{2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$\therefore a = 2\sqrt{3}$

অতএব, বাহুর দৈর্ঘ্য $2\sqrt{3}$ সেমি. **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন : ΔABC এর BC, AC ও AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E, F। A, D; B, E ও C, F যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, AD + BE + CF < AB + BC + AC.

অঙ্কন : AD কে G পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন, AD = DG হয়। B, G যোগ করি।

প্রমাণ : ΔBDG এবং ΔADC এ, BD = DC, AD = DG এবং অন্তর্ভুক্ত ∠BDG = অন্তর্ভুক্ত ∠ADC

∴ ΔBDG ≅ ΔADC এবং BG = AC

এখন, ΔABG এ, AB + BG > AG

বা, AB + AC > 2AD [∵ D, AG এর মধ্যবিন্দু]

একইভাবে, AB + BC > 2BE

এবং AC + BC > 2CF

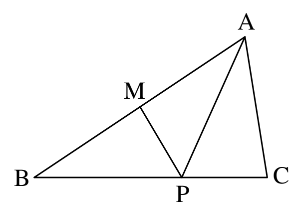
∴ AB + AC + AB + BC + AC + BC > 2AD + 2BE + 2CF

বা, 2AB + 2BC + 2AC > 2AD + 2BE + 2CF

বা, AB + BC + AC > AD + BE + CF

∴ AD + BE + CF < AB + BC + AC **(প্রমাণিত)**

গ



মনে করি, ΔABC-এর AB > AC এবং ∠A এর সমদ্বিখণ্ডক AP, BC বাহুকে P বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠APB স্থূলকোণ।

অঙ্কন : AB বাহু হতে AC-এর সমান AM অংশ কাটি এবং P, M যোগ করি।

প্রমাণ : ΔAMP ও ΔACP-এ,

AM = AC [অঙ্কন অনুসারে]

AP = AP [সাধারণ বাহু]

∠PAM = ∠CAP [∵ AP, ∠A-এর সমদ্বিখণ্ডক]

∴ ΔAMP ≅ ΔACP [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

অতএব, ∠APM = ∠APC

সুতরাং ∠APB > ∠APM [∵ ∠APM, ∠APB-এর একটি অংশ]

অর্থাৎ ∠APB > ∠APC [∵ ∠APC = ∠APM]

যেহেতু ∠APB এবং ∠APC কোণ দুইটি সন্নিহিত কোণ এবং ∠APB > ∠APC সেহেতু 90° < ∠APB < 180°

∴ ∠APB স্থূলকোণ। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৫ একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও এক বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সে. মি. এবং 3 সে. মি.।

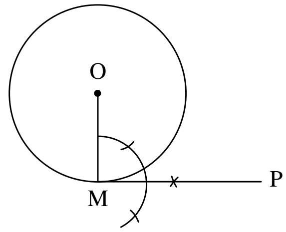
ক. 4 সেমি ব্যাসবিশিষ্ট একটি বৃত্তের কোনো বিন্দুতে স্পর্শক অঙ্কন কর। ২

খ. ত্রিভুজটি আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।) ৪

গ. ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুটি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 45° এবং পরিসীমা সমকোণী ত্রিভুজের পরিসীমার সমান। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

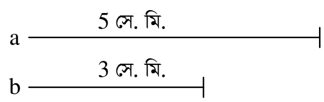
৫নং প্রশ্নের সমাধান

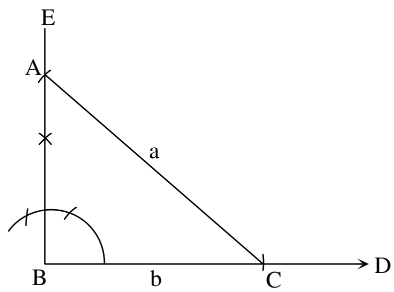
ক



চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ, OM = $\frac{4}{2}$ = 2 সেমি.। বৃত্তের M বিন্দুতে PM স্পর্শকটি অঙ্কিত হলো।

খ



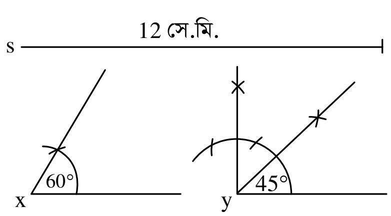


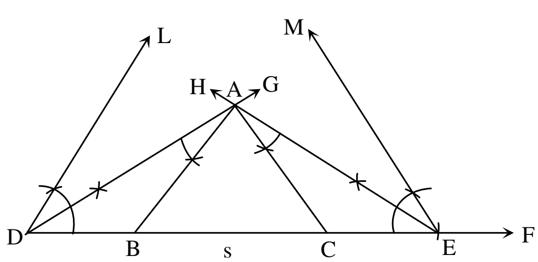
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ a = 5 সে.মি. ও এর সংলগ্ন এক বাহু b = 3 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যে কোনো রশ্মি BD থেকে b এর সমান করে BC কেটে নিই।
২. B বিন্দুতে BE লম্ব আঁকি।
৩. C কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যেন এটি BE কে A বিন্দুতে ছেদ করে।
৪. A, C যোগ করি।
   তাহলে ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



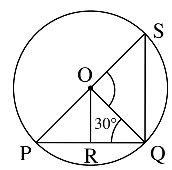


বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি ত্রিভুজের পরিসীমা s = (5 + 4 + 3) সে.মি. বা, 12 সে.মি. এবং ভূমি সংলগ্ন দুটি কোণ ∠x = 60° ও ∠y = 45° দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যে কোনো একটি রশ্মি DF থেকে পরিসীমা s এর সমান করে DE অংশ কেটে নিই।
২. D ও E বিন্দুতে DE রেখাংশের একই পাশে ∠x এর সমান ∠EDL এবং ∠y এর সমান ∠DEM আঁকি।
৩. কোণ দুটির দ্বিখণ্ডক যথাক্রমে DG ও EH আঁকি। মনে করি, DG ও EH রশ্মিদ্বয় পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে।
৪. A বিন্দুতে ∠ADE এর সমান ∠DAB এবং ∠AED এর সমান ∠EAC আঁকি। AB এবং AC রেখাংশদ্বয় DE রেখাংশকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।
   তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ▶ ০৬



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে *PQ* ব্যাসভিন্ন জ্যা এবং *OR* ⊥ *PQ*.

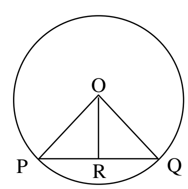
ক. ∠*QOS* কোণের পরিমাণ নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, *PR* = *QR*. ৪
গ. দেখাও যে, ΔQOS ও বৃত্তকলা *QOS* এর ক্ষেত্রফলের অনুপাত $3\sqrt{3} : 2\pi$. ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক ΔOPQ এ, OP = OQ হওয়ায়, ∠OPQ = ∠OQP = 30°.
আবার, QS চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ ∠QPS ও কেন্দ্রস্থ কোণ ∠QOS

∴ ∠QOS = 2∠QPS = 2∠OPQ = 2 × 30° = 60° **(Ans.)**

খ



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OR ⊥ PQ। প্রমাণ করতে হবে যে, PR = QR.

অঙ্কন : O, P; O, Q যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : OR ⊥ PQ হওয়ায় ∠ORP = ∠ORQ = এক সমকোণ
অতএব, ΔOPR ও ΔOQR উভয় সমকোণী ত্রিভুজ [কল্পনা]

ধাপ-২ : এখন, ΔOPR ও ΔOQR সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে
OP = OQ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং OR = OR [সাধারণ বাহু]
∴ ΔOPR ≅ ΔOQR [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]
∴ PR = QR. **(প্রমাণিত)**

গ মনে করি, PQS বৃত্তের ব্যাসার্ধ, OP = OQ = OS = r একক

'ক' হতে পাই, $\angle QOS = 60°$

তাহলে, ΔQOS এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times OQ \times OS \times \sin \times QOS$

$= \frac{1}{2} \times r \times r \times \sin 60°$ বর্গএকক

$= \frac{1}{2} \times r^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ বর্গএকক

$= \frac{\sqrt{3}}{4} r^2$ বর্গএকক

আবার, বৃত্তকলা QOS এর ক্ষেত্রফল $= \frac{60°}{360°} \times \pi r^2$ বর্গএকক

$= \frac{1}{6} \pi r^2$ বর্গএকক

$\therefore$ ΔQOS ও বৃত্তকলা QOS এর ক্ষেত্রফলের অনুপাত

$= \frac{\sqrt{3}}{4} r^2 : \frac{1}{6} \pi r^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} : \frac{1}{6} \pi$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 12 : \frac{1}{6} \pi \times 12$

$= 3\sqrt{3} : 2\pi$

অতএব, ΔQOS ও বৃত্তকলা QOS এর ক্ষেত্রফলের অনুপাত $3\sqrt{3} : 2\pi$

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ০৭ (*i*) $P = 2 - \sin^2\theta$ এবং $Q = 2 + \tan^2\theta$ (*ii*) $R = \text{cosec}\theta$.

ক. $\text{cosec}\theta - \cot\theta = \frac{4}{3}$ হলে $\text{cosec}\theta + \cot\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{P} + \frac{1}{Q} = 1$. ৪

গ. সমাধান কর : $\frac{4}{R^2} - (2 + 2\sqrt{3}) \frac{1}{R} + \sqrt{3} = 0$, যখন θ সূক্ষ্মকোণ। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\text{cosec}\theta - \cot\theta = \frac{4}{3}$

আমরা জানি, $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

বা, $(\text{cosec}\theta + \cot\theta)(\text{cosec}\theta - \cot\theta) = 1$

বা, $(\text{cosec}\theta + \cot\theta) \frac{4}{3} = 1$

$\therefore \text{cosec}\theta + \cot\theta = \frac{3}{4}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $P = 2 - \sin^2\theta$ এবং $Q = 2 + \tan^2\theta$

বামপক্ষ $= \frac{1}{P} + \frac{1}{Q}$

$= \frac{1}{2 - \sin^2\theta} + \frac{1}{2 + \tan^2\theta}$

$= \frac{1}{2 - \sin^2\theta} + \frac{1}{2 + \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}}$

$= \frac{1}{2 - \sin^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{2\cos^2\theta + \sin^2\theta}$

$= \frac{1}{2 - \sin^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{2(1 - \sin^2\theta) + \sin^2\theta}$

$= \frac{1}{2 - \sin^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{2 - 2\sin^2\theta + \sin^2\theta}$

$= \frac{1}{2 - \sin^2\theta} + \frac{1 - \sin^2\theta}{2 - \sin^2\theta}$

$= \frac{2 - \sin^2\theta}{2 - \sin^2\theta} = 1 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{1}{p} + \frac{1}{Q} = 1$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $R = \text{cosec}\theta$

$\therefore \frac{1}{R} = \frac{1}{\text{cosec}\theta} = \sin\theta$

এখন, $\frac{4}{R^2} - (2 + 2\sqrt{3}) \frac{1}{R} + \sqrt{3} = 0$

বা, $4\sin\theta - (2 + 2\sqrt{3}) \sin\theta + \sqrt{3} = 0$ [মান বসিয়ে]

বা, $4\sin^2\theta - 2\sin\theta - 2\sqrt{3}\sin\theta + \sqrt{3} = 0$

বা, $2\sin\theta(2\sin\theta - 1) - \sqrt{3}(2\sin\theta - 1) = 0$

বা, $(2\sin\theta - 1)(2\sin\theta - \sqrt{3}) = 0$

হয়, $2\sin\theta - 1 = 0$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin 30°$

$\therefore \theta = 30°$

অথবা, $2\sin\theta - \sqrt{3} = 0$

বা, $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin 60°$

$\therefore \theta = 60°$

$\therefore \theta = 30°, 60°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৮ দুটি কিলোমিটার পোস্ট *A* ও *B* বিন্দুর মধ্যবর্তী কোনো স্থানের উপর *O* বিন্দুতে একটি হেলিকপ্টার হতে ঐ কিলোমিটার পোস্টদ্বয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 30°।

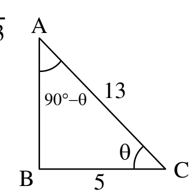
ক. $\sin(90° - \theta) = \frac{5}{13}$ হলে, $\tan\theta =$ কত? ২

খ. হেলিকপ্টারের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. *A* এবং *B* বিন্দু হতে হেলিকপ্টারের দূরত্বের পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sin(90° - \theta) = \frac{5}{13}$



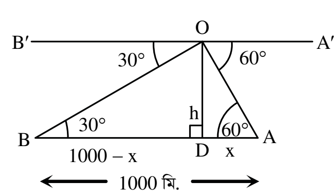
$\therefore AB = \sqrt{13^2 - 5^2}$

$= \sqrt{169 - 25}$

$= \sqrt{144} = 12$

$\therefore \tan\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{12}{5}$ **(Ans.)**

খ



মনে করি, পোস্টদ্বয় A ও B এবং AB = 1 কি. মি. = 1000 মি.। পোস্টদ্বয়ের মধ্যবর্তী স্থান O বিন্দুতে একটি হেলিকপ্টার উড়ছে। O বিন্দুতে অবস্থিত হেলিকপ্টার হতে A ও B পোস্টদ্বয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে $\angle A'OA = 60°$ ও $\angle B'OB = 30°$.

O থেকে AB এর উপর OD লম্ব অঙ্কন করি।

এখানে, AB || A′B′ এবং OB ছেদক।

$\therefore \angle BOB' = \angle OBD = 30°$ [একান্তর কোণ]
আবার, AB || A′B′ এবং OA এদের ছেদক।
$\therefore \angle AOA' = \angle OAD = 60°$ [একান্তর কোণ]
ধরি, $AD = x$
$\therefore BD = AB - AD = 1000 - x$
এবং ভূমি হতে হেলিকপ্টারটির উচ্চতা = $OD = h$
সমকোণী ত্রিভুজ AOD হতে পাই,

$\tan \angle OAD = \frac{OD}{AD}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

বা, $h = \sqrt{3}x$ .... (i)

আবার, সমকোণী ত্রিভুজ BOD হতে পাই,

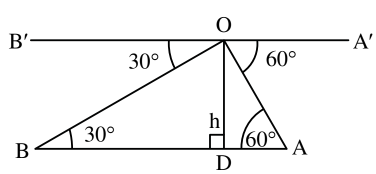
$\tan \angle OBD = \frac{OD}{BD}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{1000 - x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}x}{1000 - x}$ [(i) নং হতে পাই $h = \sqrt{3}x$]

বা, $3x = 1000 - x$
বা, $3x + x = 1000$
বা, $4x = 1000$
বা, $x = \frac{1000}{4}$
$\therefore x = 250$
(i) নং x এর মান বসিয়ে পাই,
$h = \sqrt{3} \times 250 = 433.013$ মি. (প্রায়)
$\therefore$ ভূমি হতে হেলিকপ্টারটির উচ্চতা 433.013 মি. (প্রায়)

গ



ধরি, B বিন্দু হতে হেলিকপ্টারটির সরাসরি দূরত্ব = OB এবং A বিন্দু হতে হেলিকপ্টারটির সরাসরি দূরত্ব = OA
'খ' হতে প্রাপ্ত, $h = 433.013$
সমকোণী ΔAOD হতে পাই,

$\sin \angle OAD = \frac{OD}{OA}$

বা, $\sin 60° = \frac{433.013}{OA}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{433.013}{OA}$

বা, $OA \times \sqrt{3} = 866.026$

বা, $OA = \frac{866.026}{\sqrt{3}}$

$\therefore OA = 500$

আবার, সমকোণী ΔBOD হতে পাই,

$\sin \angle OBD = \frac{OD}{OB}$

বা, $\sin 30° = \frac{433.013}{OB}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{433.013}{OB}$

বা, $OB = 866.026$

এখন, $OB - OA = 866.026 - 500 = 366.026$ মিটার (প্রায়)
$\therefore$ কিলোমিটার পোস্ট দুটি থেকে হেলিকপ্টারটির সরাসরি দূরত্বের পার্থক্য 366.026 মিটার (প্রায়)

প্রশ্ন ▶ ০৯ একটি আয়তাকার ঘনবস্তু 48 বর্গমিটার ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট ভূমির উপর দণ্ডায়মান। এর উচ্চতা 3 মিটার এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 13 মিটার।

ক. একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 19 সে.মি. ও 20 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 45° হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২
খ. ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪
গ. ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্যকে বাইরের ব্যাস, উচ্চতাকে ভিতরের ব্যাস ধরে 5 সে. মি উচ্চতাবিশিষ্ট লোহার পাইপ তৈরি করা হলো। প্রতি ঘন সে. মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম হলে পাইপের লোহার ওজন নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = 19$ সেমি. ও $b = 20$ সেমি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ, $\theta = 45°$

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times ab \times \sin\theta$

$= \frac{1}{2} \times 19 \times 20 \times \sin 45°$ বর্গসেমি.

$= 190 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$ বর্গসেমি.

$= \frac{95 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ বর্গসেমি.

$= 95\sqrt{2}$ বর্গসেমি. **(Ans.)**

খ মনে করি, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য = a মিটার, প্রস্থ = b মিটার, উচ্চতা = c মিটার এবং কর্ণ = d মিটার।
দেওয়া আছে,
আয়তাকার ঘনবস্তুর ভূমির ক্ষেত্রফল = 48 বর্গমিটার;
উচ্চতা, $c = 3$ মিটার
এবং কর্ণ, $d = 13$ মিটার
$\therefore$ আয়তাকার ঘনবস্তুর ভূমির ক্ষেত্রফল = ab
$\therefore$ প্রশ্নমতে, $ab = 48$ .... (i)
আবার, আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ, $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
বা, $13 = \sqrt{a^2 + b^2 + 3^2}$ [c ও d এর মান বসিয়ে]
বা, $(13)^2 = a^2 + b^2 + 3^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]
বা, $169 = a^2 + b^2 + 9$
বা, $a^2 + b^2 = 169 - 9$
বা, $a^2 + b^2 = 160$
বা, $a^2 + 2ab + b^2 = 160 + 2ab$ [উভয়পক্ষে 2ab যোগ করে]

বা, $(a + b)^2 = 160 + 2 \times 48$ [(i) নং থেকে মান বসিয়ে]

বা, $(a + b)^2 = 160 + 96$

বা, $(a + b)^2 = 256$

বা, $a + b = \sqrt{256}$

বা, $a + b = 16$ .... (ii)

আমরা জানি, $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

বা, $a - b = \sqrt{(16)^2 - 4 \times 48}$ [(i) ও (ii) নং থেকে মান বসিয়ে]

বা, $a - b = \sqrt{256 - 192}$

বা, $a - b = \sqrt{64}$

$\therefore$ $a - b = 8$ .... (iii)

এখন, (ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$a + b + a - b = 16 + 8$

বা, $2a = 24$

বা, $a = \frac{24}{2} = 12$

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে (iii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$a + b - (a - b) = 16 - 8$

বা, $a + b - a + b = 8$

বা, $2b = 8$

বা, $b = \frac{8}{2} = 4$

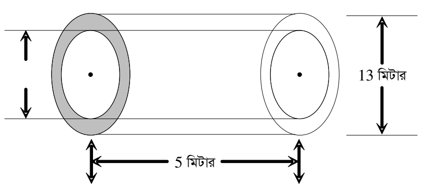
$\therefore$ ঘনবস্তুর নির্ণেয় দৈর্ঘ্য 12 মিটার এবং প্রস্থ 4 মিটার। **(Ans.)**

গ প্রশ্নানুসারে, পাইপের ভিতরের ব্যাস 3 মিটার

এবং বাইরের ব্যাস 13 মিটার

পাইপের ভিতরের ব্যাসার্ধ, $r_1 = \frac{3}{2}$ মিটার = 1.5 মিটার

এবং বাইরের ব্যাসার্ধ, $r_2 = \frac{13}{2}$ মিটার = 6.5 মিটার



পাইপের উচ্চতা, h = 5 মিটার

$\therefore$ পাইপের ভিতরের ফাঁপা অংশের আয়তন $= \pi r_1^2 h$ ঘন একক

$= 3.1416 \times 1.5^2 \times 5$ ঘন মিটার

$= 35.343$ ঘন মিটার

পাইপের বাইরের অংশের আয়তন $= \pi r_2^2 h$ ঘন একক

$= 3.1416 \times 6.5^2 \times 5$ ঘন মিটার

$= 663.663$ ঘন মিটার

$\therefore$ পাইপের লোহার আয়তন = পাইপের বাইরের আয়তন – ভিতরের ফাঁপা অংশের আয়তন = (663.663 – 35.343) ঘন মিটার

= 628.32 ঘন মিটার

$= 628.32 \times 1000000$ ঘন মিটার

= 628320000 ঘন মিটার

1 ঘন সে.মি. লোহার ওজন = 7.2 গ্রাম

638320000 ঘন সে.মি. লোহার ওজন $= 7.2 \times 638320000$ গ্রাম

= 4523904000 গ্রাম

$= \frac{4523904000}{1000}$ কি. গ্রাম.

= 4523904 কি. গ্রাম. (প্রায়)

পাইপের লোহার ওজন 4523904 কি.গ্রাম (প্রায়) **(Ans.)**

[বি.দ্র. পাইপের উচ্চতা 5 মিটার ধরা হয়েছে]

প্রশ্ন ▶ ১০ নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	30–35	36–41	42–47	48–53	54–59	60–65
গণসংখ্যা	3	10	18	25	8	6

ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. গণসংখ্যা সারণি হতে উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যার সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
30 – 35	3	3
36 – 41	10	13
42 – 47	18	31
48 – 53	25	56
54 – 59	8	64
60 – 65	6	70
মোট	n = 70	

এখানে, $\frac{n}{2} = \frac{70}{2} = 35$; অর্থাৎ 35-তম পদ (48 – 53) শ্রেণিতে মধ্যক অবস্থিত।

$\therefore$ মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{48 + 53}{2} = 50.5$ **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা f_i	শ্রেণি মধ্যমান x_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
30 – 35	3	32.5	– 3	– 9
36 – 41	10	38.5	– 2	– 20
42 – 47	18	44.5	– 1	– 18
48 – 53	25	50.5 ← a	0	0
54 – 59	8	56.5	1	8
60 – 65	6	62.5	2	12
	n = 70			$\Sigma f_iu_i = -27$

$\therefore$ গাণিতিক গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

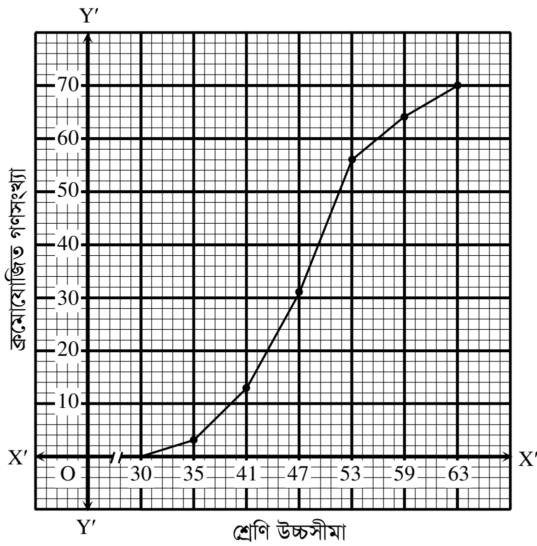
$= 50.5 + \frac{-27}{70} \times 6$

$= 50.5 - 2.31$

$= 48.19$

$\therefore$ নির্ণেয় গড় = 48.19 **(Ans.)**

গ 'ক' হতে প্রাপ্ত সারণি ব্যবহার করে, x অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 5 ঘরকে একটি শ্রেণি বিবেচনা করে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা এবং y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 30 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▶ ১১ নিচে 30 জন শিক্ষার্থীর নির্বাচনি পরীক্ষায় গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো :

67, 71, 77, 65, 72, 80, 84, 80, 61, 62, 83, 82, 72, 81, 67, 68, 80, 75, 64, 72, 71, 75, 83, 80, 81, 67, 74, 88, 69, 80

ক. 5 শ্রেণি ব্যবধান ধরে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. গণসংখ্যা সারণি থেকে উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর বর্ণনাসহ। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, উপাত্তগুলো সর্বোচ্চ নম্বর = 88

এবং সর্বনিম্ন নম্বর = 61

∴ পরিসর = (88 – 61) + 1 = 27 + 1 = 28

শ্রেণিব্যবধান 5 ধরলে শ্রেণিসংখ্যা $= \frac{28}{5} = 5.6 \approx 6$ টি

∴ নির্ণেয় শ্রেণিসংখ্যা 6 টি।

খ মধ্যক নির্ণয়ের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

শ্রেণি ব্যবধান	ট্যালি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
61 – 65	||||	4	4
66 – 70	~~||||~~	5	9
71 – 75	~~||||~~ |||	8	17
76 – 80	~~||||~~ |	6	23
81 – 85	~~||||~~ |	6	29
86 – 90	|	1	30
	মোট	n = 30	

এখানে, n = 30 এবং $\frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$।

অতএব, মধ্যক 15 তম পদের মান। 15 তম পদের অবস্থান হবে (71 – 75) শ্রেণিতে। অতএব মধ্যক শ্রেণি হলো (71 – 75).

সুতরাং L = 71

$F_c = 9$

$f_m = 8$

h = 5

$$\therefore \text{ মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 71 + (15 - 9) \times \frac{5}{8}$$

$$= 71 + 6 \times \frac{5}{8}$$

$$= 71 + \frac{30}{8}$$

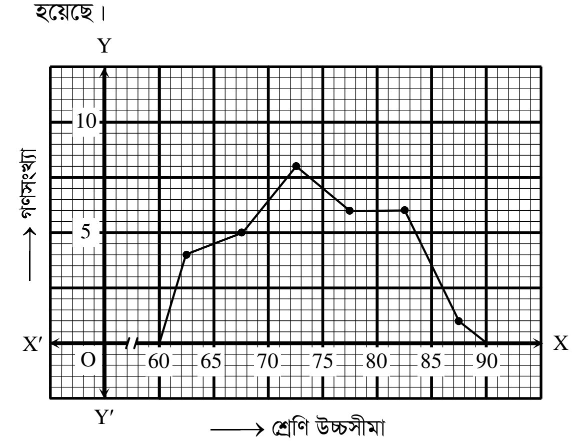
$$= 71 + 3.75 = 74.75$$

∴ নির্ণেয় মধ্যক 74.75।

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা
61 – 65	63	4
66 – 70	68	5
71 – 75	73	8
76 – 80	78	6
81 – 85	83	6
86 – 90	88	1

x অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে 1 একক ধরে এবং y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যার বহুভুজ আঁকা হয়েছে। শূন্য থেকে 30 এর পূর্ববর্তী সংখ্যাগুলো বিদ্যমান বুঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



ঢাকা বোর্ড-২০২৩

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৩ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ৩০ মিনিট — পূর্ণমান : ৩০

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১. **$A = \{2, 3, 7, 9\}$ হলে, A-এর প্রকৃত উপসেট কয়টি?**
ক 7 খ 8 গ 15 ঘ 16

২. **যদি $P = \{2, 3, 4\}$ এবং $Q = \{3, 4, 7\}$ হয়, তবে $Q \backslash P$ = কত?**
ক {2} খ {7} গ {3, 4} ঘ {2, 7}

৩. **$x + y = \sqrt{7}$ এবং $x - y = \sqrt{6}$ হলে, $x^2 + y^2$ এর মান কত?**
ক $\frac{1}{2}$ খ 1 গ $\frac{13}{2}$ ঘ 13

৪. **$a^2 + \frac{1}{a^2} = 5$ হলে–**
i. $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 7$ ii. $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 3$ iii. $\left(a^4 + \frac{1}{a^4}\right) = 23$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৫. **$\log_x \frac{1}{64} = -6$ হলে x এর মান কত?**
ক -2 খ $-\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ 2

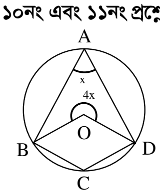
৬. **0.00045 সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক কত?**
ক 2 খ 3 গ 6 ঘ 4

৭. **3 + 6 + 12 + 24 + ... + 384 ধারাটির পদ সংখ্যা কত?**
ক 7 খ 8 গ 127 ঘ 128

৮. **– 3 – 6 – 9 – 12 – .... ধারাটির ১ম বারোটি পদের সমষ্টি কত?**
ক – 234 খ – 162 গ 162 ঘ 234

৯. **একটি সমকোণী ত্রিভুজ হবে যদি এর বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে–**
ক 8, 15, 18 একক খ 9, 12, 17 একক
গ 8, 12, 16 একক ঘ 9, 12, 15 একক

☐ **নিচের চিত্রের আলোকে ১০নং এবং ১১নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



O, ABCD বৃত্তের কেন্দ্র।

১০. **$\angle ABC > \angle ADC$ হলে, $\angle ABC - \angle ADC = ?$**
ক সূক্ষ্মকোণ খ সমকোণ গ পূরক কোণ ঘ সম্পূরক কোণ

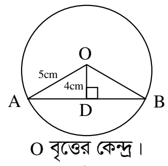
১১. **x এর মান কত?**
ক 30° খ 36° গ 60° ঘ 2°

১২. **4 সে.মি. ব্যাসার্ধ এবং 6 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করলে, এদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?**
ক 10 সে.মি. খ 7 সে.মি. গ 2 সে.মি. ঘ 1 সে.মি.

১৩. **বৃত্তে অন্তর্লিখিত সামান্তরিক একটি–**
ক ট্রাপিজিয়াম খ রম্বস গ বর্গ ঘ আয়ত

১৪. **অধিচাপে অন্তর্লিখিত কোণ–**
ক পূরক কোণ খ সূক্ষ্মকোণ গ স্থূলকোণ ঘ সমকোণ

☐ **নিচের চিত্রের আলোকে ১৫নং এবং ১৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

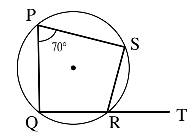


O বৃত্তের কেন্দ্র।

১৫. **$\angle OAB = 40°$ হলে, $\angle AOB$ এর মান কত?**
ক 40° খ 60° গ 80° ঘ 100°

১৬. **AB এর মান কত?**
ক 10 সে.মি. খ 8 সে.মি. গ 6 সে.মি. ঘ 3 সে.মি.

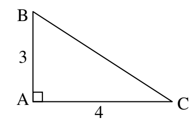
১৭.



$\frac{1}{2}\angle SRT$ এর মান কত?
ক 35° খ 55° গ 70° ঘ 110°

১৮. **$\sin(60° - \theta) = \frac{1}{2}$ হলে, $\tan\theta$ এর মান কত?**
ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\sqrt{3}$

১৯.



sin B এর মান কত?
ক $\frac{3}{5}$ খ $\frac{4}{5}$ গ $\frac{5}{4}$ ঘ $\frac{5}{3}$

২০. **একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $12\sqrt{3}$ বর্গমিটার হলে, এর পরিসীমা কত?**
ক $4\sqrt{3}$ মি. খ $12\sqrt{3}$ মি. গ 48 মি. ঘ 192 মি.

২১. **একটি ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 সে.মি. এবং 12 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 30° হলে, এর ক্ষেত্রফল কত?**
ক 30 বর্গ সে.মি. খ $30\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.
গ 60 বর্গ সে.মি. ঘ $60\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

২২. **একটি বর্গের পরিসীমা 36 মিটার। এর একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?**
ক $6\sqrt{2}$ মিটার খ $6\sqrt{3}$ মিটার গ $9\sqrt{2}$ মিটার ঘ $9\sqrt{3}$ মিটার

☐ **নিচের তথ্যের আলোকে ২৩ ও ২৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**
একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের উচ্চতা 8 সে.মি. এবং ব্যাসার্ধ $r = 5$ সে.মি.।

২৩. **একটি ঘনের কর্ণের দৈর্ঘ্য $r\sqrt{3}$ হলে, এর সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফর কত?**
ক 20 বর্গ সে.মি. খ 25 বর্গ সে.মি. গ 125 বর্গ সে.মি. ঘ 150 বর্গ সে.মি.

২৪. **সিলিন্ডারের ক্ষেত্রে–**
i. বক্রতলের ক্ষেত্রফল 251.33 বর্গ সে.মি. ii. আয়তন 628.32 ঘন সে.মি.
iii. ভূমির ক্ষেত্রফল 201.06 বর্গ সে.মি.
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

২৫. **একটি বৃত্তের ব্যাস 16 সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল কত?**
ক 50.27 বর্গ সে.মি. খ 100.53 বর্গ সে.মি.
গ 201.06 বর্গ সে.মি. ঘ 804.25 বর্গ সে.মি.

২৬. **একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল একটি বর্গের ক্ষেত্রফলের সমান হলে, বৃত্তের পরিসীমা ও বর্গের পরিসীমার অনুপাত কত?**
ক $\sqrt{\pi} : 2$ খ $2 : \sqrt{\pi}$ গ $\sqrt{\pi} : 4$ ঘ $4 : \sqrt{\pi}$

২৭. **2, 13, 7, 3, 8, 5 নম্বরগুলোর মধ্যক কত?**
ক 5 খ 6 গ 7 ঘ 13

☐ **নিচের সারণি হতে ২৮ ও ২৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

শ্রেণিব্যাপ্তি	11 – 20	21–30	31–40	41–50	51–60
গণসংখ্যা	8	15	12	8	7

২৮. **মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা কত?**
ক 21 খ 31 গ 41 ঘ 51

২৯. **প্রদত্ত উপাত্তের প্রচুরক কত?**
ক 20 খ 28 গ 25.5 ঘ 35.5

৩০। **নিচের কোনটি বিচ্ছিন্ন চলক**
ক বয়স খ উচ্চতা গ ওজন ঘ জনসংখ্যা

■ **খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।**

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

ঢাকা বোর্ড-২০২৩

গণিত (সৃজনশীল) — বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট — [২০২৩ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] — পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

১। $A = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $2 \le x \le 7\}$

$f(x) = \frac{4x-5}{3x-2}$

ক. $f(a) = 2a^3 + ka^2 - 32$ হলে k এর কোন মানের জন্য $f(2) = 0$ হবে? ২

খ. P(A) নির্ণয় করে দেখাও যে, A সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে P(A) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

গ. $\frac{f(x^{-1})+1}{f(x^{-1})-1} = 2$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

২। (i) $x^4 - 38x^2 + 1 = 0$ [যখন $x > 0$]

(ii) $a^2 = 17 + 12\sqrt{2}$ [যখন $a > 0$]

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর: $4P^2 - 1 + 2R - R^2$ ২

খ. (i) এর সাহায্যে $\frac{x^8-1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) এর সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $a^5 + \frac{1}{a^5} = 6726$ ৪

৩। একটি গুণোত্তর ধারার ৪র্থ পদ $\frac{1}{3\sqrt{6}}$ এবং ৭ম পদ $\frac{1}{27\sqrt{2}}$ এবং অপর একটি সমান্তর ধারার প্রথম 12 পদের সমষ্টি 348 এবং প্রথম 17 পদের সমষ্টি 663।

ক. $9 + 6 + 3 + ...$ ধারাটির কোন পদ -201? ২

খ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারার 34 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি

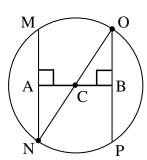
৪। একটি ত্রিভুজের ভূমি a = 5 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন সূক্ষ্মকোণ $\angle y = 45°$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর d = 2 সে.মি.।

ক. 4 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক) ২

খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. $\frac{a}{2}$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্ত এঁকে এতে এমন দুইটি স্পর্শক আঁক যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

৫।



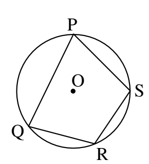
চিত্রে C বৃত্তের কেন্দ্র এবং MN = OP।

ক. বৃত্তের পরিধি 25 সে.মি. হলে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, AC = BC। ৪

গ. যদি MN > OP যদি হয়, তবে প্রমাণ কর যে, AC < BC। ৪

৬।



চিত্রে PQRS বৃত্তের কেন্দ্র O এবং OP = 4.5 সে.মি.।

ক. উদ্দীপকের বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle QPS = \frac{1}{2}\angle QOS$। ৪

গ. যদি PR এবং QS কর্ণদ্বয় পরস্পর M বিন্দুতে ছেদ করে তবে প্রমাণ কর যে, $\angle POQ + \angle ROS = 2\angle PMQ$। ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭। $x = \text{cosec}\theta$, $y = \sec\theta$ এবং $z = \tan\theta$ যখন θ সূক্ষ্মকোণ।

ক. $\tan(90° - A) = \sqrt{3}$ হলে, A এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $x + \frac{1}{z} = a$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\cos\theta = \frac{a^2-1}{a^2+1}$. ৪

গ. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \sqrt{2}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮। (i) ΔABC-এ $\angle B = 90°$ এবং $\tan A = \frac{3}{4}$.

(ii) $4\sin(x + y) = \sqrt{12}$, $\sqrt{3}\tan(x - y) = 1$

ক. $\theta = 60°$ হলে, $4\sin^2\theta - \cos^2\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. (i) নং উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $(\text{cosec}A + \cot A)^2 = \frac{1+\cos A}{1-\cos A}$ ৪

গ. (ii) নং হতে x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

৯। (i) একটি বৃত্তের পরিধি 340 সে.মি.।

(ii) একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 37 সে.মি. ও 25 সে.মি.।

ক. একটি ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 294 বর্গমিটার হলে, এর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ট্রাপিজিয়ামের অপর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 10 সে.মি. ও 14 সে.মি. হলে ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

ঘ বিভাগ : পরিসংখ্যান

১০। নবম শ্রেণির 70 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	26-35	36-45	46-55	56-65	66-75	76-85
গণসংখ্যা	6	11	17	21	9	6

ক. 27, 22, 33, 21, 18, 43, 45, 26, 30, 24 উপাত্তসমূহের মধ্যক নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১। নিম্নে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

প্রাপ্ত নম্বর	61-65	66-70	71-75	76-80	81-85	86-90	91-95
গণসংখ্যা	4	7	9	12	8	7	3

ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ২

খ. উপাত্তসমূহের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভরেখা অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর																														
	১	গ	২	খ	৩	গ	৪	ঘ	৫	ঘ	৬	গ	৭	খ	৮	ক	৯	ঘ	১০	ক	১১	গ	১২	ঘ	১৩	ঘ	১৪	খ	১৫	ঘ
	১৬	গ	১৭	ক	১৮	ক	১৯	খ	২০	খ	২১	ক	২২	গ	২৩	ঘ	২৪	ক	২৫	গ	২৬	ক	২৭	খ	২৮	খ	২৯	খ	৩০	ঘ

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▸ ০১ $A = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $2 \le x \le 7\}$

$$f(x) = \frac{4x-5}{3x-2}$$

ক. $f(a) = 2a^3 + ka^2 - 32$ হলে k এর কোন মানের জন্য $f(2) = 0$ হবে? ২

খ. P(A) নির্ণয় করে দেখাও যে, A সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে P(A) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

গ. $\frac{f(x^{-1})+1}{f(x^{-1})-1} = 2$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(a) = 2a^3 + ka^2 - 32$

$\therefore f(2) = 2.2^3 + k.2^2 - 32$

$= 16 + 4k - 32$

$= 4k - 16$

প্রশ্নমতে, $f(2) = 0$

বা, $4k - 16 = 0$

বা, $4k = 16$

$\therefore k = 4$

$\therefore$ নির্ণেয় $k = 4$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$A = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $2 \le x \le 7\}$

2 এর সমান বা বড় এবং 7 এর সমান বা ছোট মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো : 2, 3, 5, 7

$\therefore A = \{2, 3, 5, 7\}$

$\therefore P(A) = \{\varnothing, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}\}$

এখানে, A এর উপাদান সংখ্যা, $n = 4$

P(A) এর উপাদান সংখ্যা $= 16 = 2^4 = 2^n$

$\therefore$ A এর উপাদান সংখ্যা n হলে, P(A) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{4x-5}{3x-2}$

$\therefore f(x^{-1}) = \frac{4x^{-1}-5}{3x^{-1}-2}$

বা, $f(x^{-1}) = \frac{\frac{4}{x}-5}{\frac{3}{x}-2}$

বা, $f(x^{-1}) = \frac{\frac{4-5x}{x}}{\frac{3-2x}{x}}$

বা, $f(x^{-1}) = \frac{4-5x}{3-2x}$

বা, $\frac{f(x^{-1})+1}{f(x^{-1})-1} = \frac{4-5x+3-2x}{4-5x-3+2x}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$= \frac{7-7x}{1-3x}$

প্রশ্নমতে, $\frac{f(x^{-1})+1}{f(x^{-1})-1} = 2$

বা, $\frac{7-7x}{1-3x} = 2$

বা, $2 - 6x = 7 - 7x$

বা, $-6x + 7x = 7 - 2$

$\therefore x = 5$

$\therefore$ নির্ণেয় $x = 5$. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ০২ (i) $x^4 - 38x^2 + 1 = 0$ [যখন $x > 0$]

(ii) $a^2 = 17 + 12\sqrt{2}$ [যখন $a > 0$]

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর: $4P^2 - 1 + 2R - R^2$ ২

খ. (i) এর সাহায্যে $\frac{x^8-1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) এর সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $a^5 + \frac{1}{a^5} = 6726$ ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= 4P^2 - 1 + 2R - R^2$

$= 4P^2 - (R^2 - 2R + 1)$

$= (2P)^2 - (R-1)^2$

$= (2P + R - 1)(2P - R + 1)$ **(Ans.)**

খ উদ্দীপকের (i)নং হতে পাই,

$x^4 - 38x^2 + 1 = 0$

বা, $x^4 + 1 = 38x^2$

বা, $\frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{38x^2}{x^2}$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 38$

আবার, $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 4.x^2.\frac{1}{x^2}$

$= (38)^2 - 4$

$= 1444 - 4$

$= 1440$

$= 144 \times 10$

$\therefore x^2 - \frac{1}{x^2} = \sqrt{144 \times 10}$ [$\because x > 0$]

$= 12\sqrt{10}$

এখন, $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right) = 38 \times 12\sqrt{10}$

বা, $(x^2)^2 - \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 456\sqrt{10}$

বা, $x^4 - \frac{1}{x^4} = 456\sqrt{10}$

$\therefore \frac{x^8-1}{x^4} = 456\sqrt{10}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= 456\sqrt{10}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

$a^2 = 17 + 12\sqrt{2}$

বা, $a^2 = 9 + 2.3.2\sqrt{2} + 8$

বা, $a^2 = (3)^2 + 2.3.2\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2$

বা, $a^2 = (3+2\sqrt{2})^2$

$\therefore a = 3 + 2\sqrt{2}$ $\quad [\because a > 0]$

$\therefore \frac{1}{a} = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$

$= \frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}$

$= \frac{3-2\sqrt{2}}{(3)^2-(2\sqrt{2})^2}$

$= \frac{3-2\sqrt{2}}{9-8}$

$= 3 - 2\sqrt{2}$

$\therefore a + \frac{1}{a} = 3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} = 6$

এখন, $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a+\frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a}$

$= (6)^2 - 2$

$= 36 - 2$

$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 34$ ... ... (i)

আবার, $a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a+\frac{1}{a}\right)^3 - 3.a.\frac{1}{a}\left(a+\frac{1}{a}\right)$

$= (6)^3 - 3 \times 6$

$= 216 - 18$

$\therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = 198$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) নং গুণ করে পাই,

$\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)\left(a^3+\frac{1}{a^3}\right) = 34 \times 198$

বা, $a^5 + \frac{1}{a} + a + \frac{1}{a^5} = 6732$

বা, $a^5 + \frac{1}{a^5} + \left(a+\frac{1}{a}\right) = 6732$

বা, $a^5 + \frac{1}{a^5} + 6 = 6732$

$\therefore a^5 + \frac{1}{a^5} = 6726$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৩ একটি গুণোত্তর ধারার ৪র্থ পদ $\frac{1}{3\sqrt{6}}$ এবং ৭ম পদ $\frac{1}{27\sqrt{2}}$ এবং অপর একটি সমান্তর ধারার প্রথম 12 পদের সমষ্টি 348 এবং প্রথম 17 পদের সমষ্টি 663।

ক. $9 + 6 + 3 +$ .... ধারাটির কোন পদ $- 201$? ২

খ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারার 34 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ধারাটির n তম পদ $= -201$

প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ, $a = 9$

এবং সাধারণ অন্তর, $d = 6 - 9 = -3$

আমরা জানি,

n তম পদ $= a + (n-1)d$

বা, $-201 = 9 + (n-1)(-3)$

বা, $-201 = 9 - 3n + 3$

বা, $3n = 12 + 201$

বা, $n = \frac{213}{3}$

$\therefore n = 71$

$\therefore$ ধারাটির 71 তম পদ $= -201$. **(Ans.)**

খ ধরি, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ $= a$

এবং সাধারণ অনুপাত $= r$

$\therefore$ ৪র্থ পদ $= ar^{4-1} = ar^3$

এবং ৭ম পদ $= ar^{7-1} = ar^6$

প্রশ্নমতে, $ar^3 = \frac{1}{3\sqrt{6}}$ ... ... (i)

এবং $ar^6 = \frac{1}{27\sqrt{2}}$ ... ... (ii)

(ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{ar^6}{ar^3} = \frac{\frac{1}{27\sqrt{2}}}{\frac{1}{3\sqrt{6}}}$

বা, $r^3 = \frac{1}{27\sqrt{2}} \times \frac{3\sqrt{6}}{1}$

বা, $r^3 = \frac{\sqrt{6}}{9\sqrt{2}}$

বা, $r^3 = \frac{\sqrt{3\times 2}}{9\sqrt{2}}$

বা, $r^3 = \frac{\sqrt{3}.\sqrt{2}}{9\sqrt{2}}$

বা, $r^3 = \frac{\sqrt{3}}{9}$

বা, $r^3 = \frac{\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^4}$

বা, $r^3 = \frac{1}{(\sqrt{3})^3}$

$\therefore r = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(i) নং সমীকরণে $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$ বসিয়ে পাই,

$a\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{1}{3\sqrt{6}}$

বা, $\frac{a}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3\sqrt{3 \times 2}}$

বা, $\frac{a}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3\sqrt{3}.\sqrt{2}}$

$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারাটি, $a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots \ldots$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{1}{\sqrt{2}}.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 + \ldots \ldots$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{6}} + \ldots \ldots$ **(Ans.)**

গ মনে করি,
সামান্তর ধারাটির প্রথম পদ = a
এবং সাধারণ অন্তর = d

$\therefore$ সমান্তর ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$\therefore$ প্রথম 12 পদের সমষ্টি, $S_{12} = \frac{12}{2}\{2a + (12-1)d\}$

বা, $348 = 6(2a + 11d)$

বা, $2a + 11d = 58 \ldots \ldots (i)$

এবং প্রথম 17 পদের সমষ্টি, $S_{17} = \frac{17}{2}\{2a + (17-1)d\}$

বা, $663 = \frac{17}{2}(2a + 16d)$

বা, $663 = \frac{17}{2} \times 2(a + 8d)$

বা, $663 = 17(a + 8d)$

বা, $a + 8d = 39 \ldots \ldots (ii)$

(ii) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে (ii) থেকে (i) বিয়োগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} 2a + 16d = 78 \\ 2a + 11d = 58 \\ (-)\ \ (-)\ \ \ (-) \\ \hline 5d = 20 \end{array}$$

$\therefore d = 4$

(ii) নং সমীকরণে d = 4 বসিয়ে পাই,

$a + 8 \times 4 = 39$

বা, $a + 32 = 39$

$\therefore a = 7$

$\therefore$ ধারাটির 34 তম পদ $= a + (34-1)d$
$= 7 + 33 \times 4$
$= 7 + 132 = 139$

$\therefore$ নির্ণেয় 34 তম পদ = 139 **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৪ একটি ত্রিভুজের ভূমি a = 5 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন সূক্ষ্মকোণ $\angle y = 45°$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর d = 2 সে.মি.।

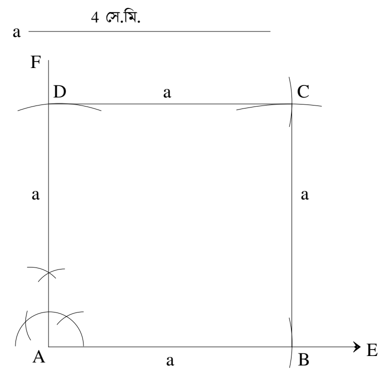
ক. 4 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক) ২

খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. $\frac{a}{2}$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্ত এঁকে এতে এমন দুইটি স্পর্শক আঁক যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

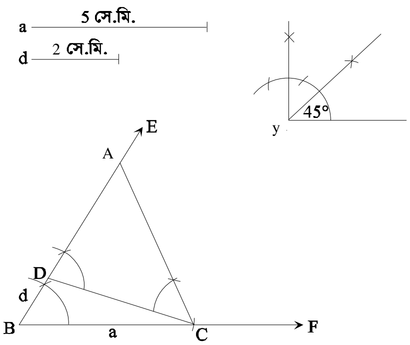
৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



উপরের চিত্রে ABCD-ই নির্ণেয় বর্গ।

খ

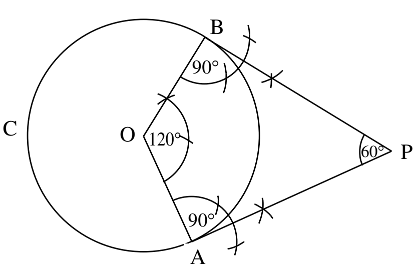


বিশেষ নির্বচন : মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি a = 5 সে.মি., ভূমিসংলগ্ন সূক্ষ্মকোণ $\angle y = 45°$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর d = 2 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যেকোনো একটি রশ্মি BF থেকে ভূমি a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই।
২. BC রেখাংশের B বিন্দুতে 45° এর সমান $\angle CBE$ আঁকি।
৩. BE রশ্মি থেকে d এর সমান BD অংশ কাটি।
৪. C, D যোগ করি।
৫. DC রেখাংশের যে পাশে E বিন্দু আছে সেই পাশে C বিন্দুতে $\angle EDC$ এর সমান $\angle DCA$ আঁকি। CA রেখাংশ BE রশ্মিকে A বিন্দুতে ছেদ করে।
তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



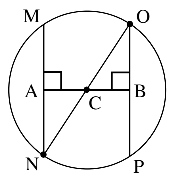
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, $\frac{a}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$ সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত, যার কেন্দ্র O. উক্ত বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক আঁকতে হবে যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60°।

অঙ্কনের বিবরণ :

১. OA যেকোনো ব্যাসার্ধ নিই এবং $\angle AOB = 120°$ আঁকি। OB রেখাংশ বৃত্তটিকে B বিন্দুতে ছেদ করেছে।

২. এখন, OA এর A বিন্দুতে AP এবং OB এর B বিন্দুতে BP লম্ব আঁকি। মনে করি, AP ও BP লম্বদ্বয় পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। তাহলে, AP ও BP-ই উদ্দিষ্ট স্পর্শকদ্বয় যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60°।

প্রশ্ন ▸ ০৫



চিত্রে C বৃত্তের কেন্দ্র এবং MN = OP।

ক. বৃত্তের পরিধি 25 সে.মি. হলে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, AC = BC। ৪

গ. যদি MN > OP যদি হয়, তবে প্রমাণ কর যে, AC < BC। ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ = r

$\therefore$ এর পরিধি = $2\pi r$

শর্তমতে, $2\pi r = 25$

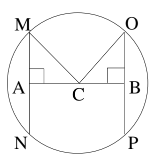
বা, $r = \frac{25}{2 \times \pi}$

বা, $r = \frac{25}{2 \times 3.1416}$

$\therefore r = 3.98$ সে.মি.

$\therefore$ নির্ণেয় বৃত্তটির ব্যাসার্ধ = 3.98 সে.মি.। **(Ans.)**

খ চিত্রে, C বৃত্তের কেন্দ্র এবং MN ও OP বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, C থেকে MN এবং OP জ্যাদ্বয় সমদূরবর্তী। অর্থাৎ, AC = BC।



অঙ্কন : C থেকে MN এবং OP জ্যা এর উপর যথাক্রমে CA এবং CB লম্ব আঁকি। C, M এবং C, O যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : $CA \perp MN$ ও $CB \perp OP$

সুতরাং, MA = NA এবং PB = OB

[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যে কোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

$\therefore MA = \frac{1}{2} MN$ এবং $OB = \frac{1}{2} OP$

ধাপ-২ : কিন্তু MN = OP [কল্পনা]

$\therefore$ MA = OB.

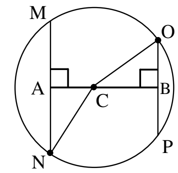
ধাপ-৩ : এখন Δ CMA এবং Δ COB সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ CM = অতিভুজ CO [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং MA = OB [ধাপ ২]

$\therefore \Delta CMA \cong \Delta COB$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

$\therefore$ AC = BC. **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : MNPO বৃত্তের কেন্দ্র C। MN > OP, C থেকে MN ও OP এর উপর AC ও BC লম্ব। তাহলে, AC ও BC কেন্দ্র থেকে MN ও OP জ্যাদ্বয়ের দূরত্ব নির্দেশ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, AC < BC।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : যেহেতু $AC \perp MN$ এর $BC \perp OP$

$\therefore$ ACN ও BCO সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে পিথাগোরাস এর উপপাদ্য হতে পাই, $CN^2 = AC^2 + AN^2$ এবং

$CO^2 = BC^2 + BO^2$

ধাপ-২ : যেহেতু, CN = CO [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

বা, $CN^2 = CO^2$

বা, $AC^2 + AN^2 = BC^2 + BO^2$

বা, $AC^2 - BC^2 = BO^2 - AN^2$ ... ... (i)

ধাপ-৩ : এখন, $AN = \frac{1}{2} MN$ এবং $BO = \frac{1}{2} OP$

[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

যেহেতু MN > OP তাই,

$\frac{1}{2} MN > \frac{1}{2} OP$

বা, AN > BO

বা, $AN^2 > BO^2$

বা, $AN^2 - BO^2 > 0$

বা, $BO^2 - AN^2 < 0$

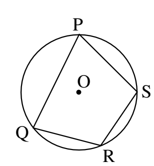
$\therefore$ (i) নং হতে পাই,

$AC^2 - BC^2 < 0$

বা, $AC^2 < BC^2$

$\therefore$ AC < BC **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৬



চিত্রে PQRS বৃত্তের বেন্দ্র O এবং OP = 4.5 সে.মি.।

ক. উদ্দীপকের বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle QPS = \frac{1}{2} \angle QOS$। ৪

গ. যদি PR এবং QS কর্ণদ্বয় পরস্পর M বিন্দুতে ছেদ করে তবে প্রমাণ কর যে, $\angle POQ + \angle ROS = 2\angle PMQ$। ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

বৃত্তের ব্যাসার্ধ, r = OP = 4.5 সে.মি.

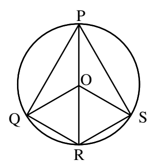
$\therefore$ বৃত্তটির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গএকক

$= 3.1416 \times (4.5)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 63.62$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ নির্ণেয় বৃত্তটির ক্ষেত্রফল 63.62 বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQRS বৃত্তের একই উপচাপ QS এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle QPS$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle QOS$।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle QPS = \frac{1}{2} \angle QOS$.

অঙ্কন : মনে করি, PS রেখাংশ কেন্দ্রগামী নয়। এক্ষেত্রে P বিন্দু দিয়ে কেন্দ্রগামী রেখাংশ PR আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔPOQ এর বহিঃস্থ কোণ $\angle QOR = \angle QPO + \angle PQO$

[বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

ধাপ-২. ΔPOQ এ $OP = OQ$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

অতএব, $\angle QPO = \angle PQO$ [সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণ দুইটি সমান]

ধাপ-৩. $\angle QOR = 2\angle QPO$ [ধাপ (১) ও (২) থেকে]

ধাপ-৪. একইভাবে ΔPOS থেকে $\angle SOR = 2\angle SPO$

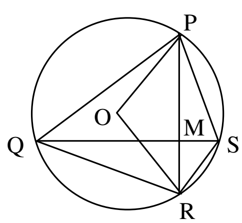
ধাপ-৫. ধাপ (৩) ও (৪) থেকে

$\angle QOR + \angle SOR = 2\angle QPO + 2\angle SPO$ [যোগ করে]

বা, $\angle QOS = 2\angle QPS$

$\therefore \angle QPS = \frac{1}{2} \angle QOS$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তে PQRS একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। এর PR ও QS কর্ণদ্বয় M বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle POQ + \angle ROS = 2\angle PMQ$

অঙ্কন : O, P; O, Q; O, R এবং O, S যোগ করা হলো।

প্রমাণ :

ধাপ-১. PQ চাপের উপর অবস্থিত $\angle POQ = 2\ \angle PSQ$

[বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ-২. RS চাপের উপর অবস্থিত

$\angle ROS = 2\ \angle SPR$ [একই কারণে]

ধাপ-৩. $\angle POQ + \angle ROS$

$= 2(\angle PSQ + \angle SPR)$ [ধাপ (১) ও (২) হতে]

$= 2(\angle PSM + \angle SPM)$

ধাপ-৪. ΔSPM এর বহিঃস্থ $\angle PMQ =$ অন্তঃস্থ $(\angle PSM + \angle SPM)$

[ধাপ (৩) হতে]

$\therefore \angle POQ + \angle ROS = 2\ \angle PMQ$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৭ $x = \text{cosec}\theta$, $y = \sec\theta$ এবং $z = \tan\theta$ যখন θ সূক্ষ্মকোণ।

ক. $\tan(90° - A) = \sqrt{3}$ হলে, A এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $x + \frac{1}{z} = a$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\cos\theta = \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$. ৪

গ. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \sqrt{2}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\tan(90° - A) = \sqrt{3}$

বা, $\tan(90° - A) = \tan 60°$

বা, $90° - A = 60°$

বা, $A = 90° - 60°$

$\therefore A = 30°$

$\therefore$ নির্ণেয় $A = 30°$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$x + \frac{1}{z} = a$

বা, $\text{cosec}\theta + \frac{1}{\tan\theta} = a$ [$\because x = \text{cosec}\theta$ এবং $z = \tan\theta$]

বা, $\text{cosec}\theta + \cot\theta = a$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = a$

বা, $\frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta} = a$

বা, $\frac{(1 + \cos\theta)^2}{\sin^2\theta} = a^2$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{(1 + \cos\theta)^2}{1 - \cos^2\theta} = a^2$

বা, $\frac{(1 + \cos\theta)^2}{(1 + \cos\theta)(1 - \cos\theta)} = a^2$

বা, $\frac{1 + \cos\theta}{1 - \cos\theta} = a^2$

বা, $\frac{1 + \cos\theta + 1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta - 1 + \cos\theta} = \frac{a^2 + 1}{a^2 - 1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2\cos\theta} = \frac{a^2 + 1}{a^2 - 1}$

বা, $\frac{1}{\cos\theta} = \frac{a^2 + 1}{a^2 - 1}$

$\therefore \cos\theta = \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \sqrt{2}$

বা, $\frac{1}{\text{cosec}\theta} + \frac{1}{\sec\theta} = \sqrt{2}$

বা, $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$

বা, $\sin\theta = \sqrt{2} - \cos\theta$

বা, $\sin^2\theta = (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$ [বর্গ করে]

বা, $\sin^2\theta = 2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$

বা, $1 - \cos^2\theta = 2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$

বা, $2\cos^2\theta - 2\sqrt{2}\cos\theta + 1 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos\theta)^2 - 2.\sqrt{2}\cos\theta . 1 + 1^2 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos\theta - 1)^2 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\cos\theta = \cos 45°$

$\therefore \theta = 45°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ০৮ (i) ΔABC-এ $\angle B = 90°$ এবং $\tan A = \frac{3}{4}$.

(ii) $4\sin(x + y) = \sqrt{12}$, $\sqrt{3}\tan(x - y) = 1$

ক. $\theta = 60°$ হলে, $4\sin^2\theta - \cos^2\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. (i) নং উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $(\operatorname{cosec}A + \cot A)^2 = \frac{1 + \cos A}{1 - \cos A}$ ৪

গ. (ii) নং হতে x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\theta = 60°$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= 4\sin^2\theta - \cos^2\theta$

$= 4\sin^2 60° - \cos^2 60°$

$= 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= 4.\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$

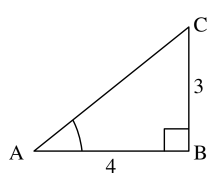
$= 3 - \frac{1}{4}$

$= \frac{12 - 1}{4}$

$= \frac{11}{4}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \frac{11}{4}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, ΔABC এর $\angle B = 90°$ এবং $\tan A = \frac{3}{4}$



$\tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{4}$

$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2}$

$= \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$

চিত্রানুসারে, ΔABC এ,

$\operatorname{cosec}A = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{3}$, $\cot A = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{3}$ এবং $\cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{5}$

$\therefore$ বামপক্ষ $= (\operatorname{cosec}A + \cot A)^2$

$= \left(\frac{5}{3} + \frac{4}{3}\right)^2$

$= \left(\frac{5 + 4}{3}\right)^2$

$= \left(\frac{9}{3}\right)^2$

$= (3)^2$

$= 9$

ডানপক্ষ $= \frac{1 + \cos A}{1 - \cos A}$

$= \frac{1 + \frac{4}{5}}{1 - \frac{4}{5}}$

$= \frac{\frac{5 + 4}{5}}{\frac{5 - 4}{5}}$

$= \frac{9}{5} \times \frac{5}{1}$

$= 9$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$4\sin(x + y) = \sqrt{12}$

বা, $\sin(x + y) = \frac{\sqrt{12}}{4}$

বা, $\sin(x + y) = \frac{2\sqrt{3}}{4}$

বা, $\sin(x + y) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin(x + y) = \sin 60°$

$\therefore x + y = 60°$ ... ... (i)

আবার, $\sqrt{3}\tan(x - y) = 1$

বা, $\tan(x - y) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan(x - y) = \tan 30°$

বা, $x - y = 30°$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$x + y + x - y = 60° + 30°$

বা, $2x = 90°$

$\therefore x = \frac{90°}{2} = 45°$

(i) থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$x + y - x + y = 60° - 30°$

বা, $2y = 30°$

বা, $y = \frac{30°}{2} = 15°$

$\therefore$ নির্ণেয় $(x, y) = (45°, 15°)$. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ০৯ (i) একটি বৃত্তের পরিধি 340 সে.মি.।

(ii) একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 37 সে.মি. ও 25 সে.মি.।

ক. একটি ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 294 বর্গমিটার হলে, এর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ট্রাপিজিয়ামের অপর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 10 সে.মি. ও 14 সে.মি. হলে ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক ঘনকের এক ধারের দৈর্ঘ্য a হলে, তার সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $6a^2$

প্রশ্নমতে, $6a^2 = 294$

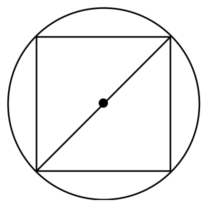
বা, $a^2 = 49$

$\therefore a = 7$ মিটার

$\therefore$ ঘনকটির কর্ণের দৈর্ঘ্য $= a\sqrt{3}$ মিটার

$= 7\sqrt{3}$ মিটার **(Ans.)**

খ



দেওয়া আছে,

বৃত্তের পরিধি = 340 সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তটির ব্যাস $= \frac{340}{\pi}$ সে.মি.

$= \frac{340}{3.1416}$ সে.মি.

$= 108.225$ সে.মি.

আমরা জানি,

বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য বৃত্তটির ব্যাসের সমান।

$\therefore$ বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য = 108.225 সে.মি.।

ধরি, বর্গের একবাহুর দৈর্ঘ্য = a সে.মি.

$\therefore$ বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2}a$ সে.মি.

প্রশ্নমতে, $\sqrt{2}a = 108.225$

বা, $a = \frac{108.225}{\sqrt{2}}$

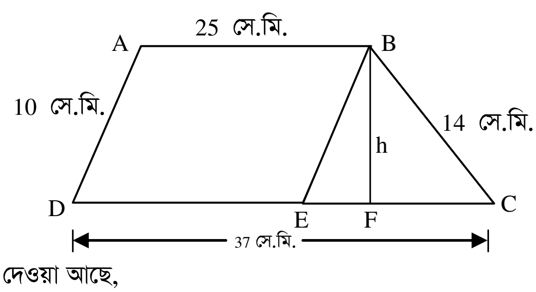
$\therefore a = 76.527$ সে.মি.

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $= a^2$ বর্গ সে.মি.

$= (76.527)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 5856.382$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ



দেওয়া আছে,

ABCD ট্রাপিজিয়াম এর সমান্তরাল বাহুদ্বয়,

AB = 25 সে.মি. এবং CD = 37 সে.মি.

এবং অপর বাহুদ্বয় AD = 10 সে.মি. এবং BC = 14 সে.মি.

DC থেকে AB এর সমান করে DE অংশ কেটে নেই এবং B, E যোগ করি। এখন, AB = DE এবং AB || DE তাই ABCD একটি সামান্তরিক।

BE = AD = 10 সে.মি.

এবং CE = CD − DE

= (37 − 25) সে.মি.

= 12 সে.মি.

$\therefore \Delta BEC$ এর অর্ধ পরিসীমা $= \frac{BE + CE + BC}{2}$

$= \frac{10 + 12 + 14}{2}$ সে.মি.

$= \frac{36}{2}$ সে.মি.

= 18 সে.মি.

$\therefore \Delta BEC$ এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{18(18-10)(18-12)(18-14)}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{18 \times 8 \times 6 \times 4}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{3456}$ বর্গ সে.মি.

$= 24\sqrt{6}$ বর্গ সে.মি.

B বিন্দু থেকে $BF \perp CD$ আঁকি। ধরি, BF = h সে.মি.

$\therefore \Delta BEC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times CE \times BF$

বা, $24\sqrt{6} = \frac{1}{2} \times 12 \times h$

বা, $h = \frac{24\sqrt{6} \times 2}{12}$

$= 4\sqrt{6}$ সে.মি.

$\therefore$ ট্রাপিজিয়াম এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(AB + CD) \times BF$

$= \frac{1}{2}(25 + 37) \times 4\sqrt{6}$ বর্গ সে.মি.

= 303.737 বর্গ সে.মি.

$\therefore$ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = 303.737 বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ১০ নবম শ্রেণির 70 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	26-35	36-45	46-55	56-65	66-75	76-85
গণসংখ্যা	6	11	17	21	9	6

ক. 27, 22, 33, 21, 18, 43, 45, 26, 30, 24 উপাত্তসমূহের মধ্যক নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই,

18, 21, 22, 24, 26, 27, 30, 33, 43, 45;

এখানে উপাত্ত সংখ্যা 10 যা জোড় সংখ্যা।

$\therefore$ মধ্যক $= \frac{\frac{10}{2} \text{ তম পদ ও } \left(\frac{10}{2}+1\right) \text{ তম পদের সমষ্টি}}{2}$

$= \frac{5 \text{ তম পদ} + 6 \text{ তম পদ}}{2}$

$= \frac{26 + 27}{2}$

$= \frac{53}{2} = 26.5$

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যক 26.5 **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি $\left(u_i = \frac{x_i - a}{h}\right)$	f_iu_i
26 – 35	30.5	6	– 3	– 18
36 – 45	40.5	11	– 2	– 22
46 – 55	50.5	17	– 1	– 17
56 – 65	60.5←a	21	0	0
66 – 75	70.5	9	1	9
76 – 85	80.5	6	2	12
		n = 70		$\Sigma f_iu_i = -36$

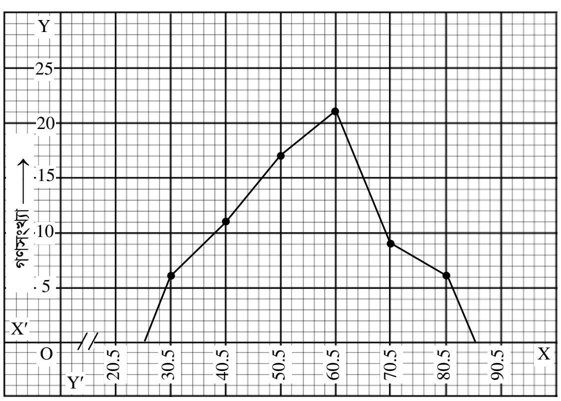
$\therefore$ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

$= 60.5 + \frac{-36}{70} \times 10 = 60.5 - 5.14 = 55.36$ **(Ans.)**

গ গণসংখ্যা নিবেশনটির বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা
26 – 35	30.5	6
36 – 45	40.5	11
46 – 55	50.5	17
56 – 65	60.5	21
66 – 75	70.5	9
76 – 85	80.5	6

ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে দুই একক ধরে শ্রেণি মধ্যমান এবং y অক্ষ রেখা বরাবর প্রতি ঘরকে এক একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 20.5 পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বিদ্যমান বোঝাতে x অক্ষে ছেদচিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▶ ১১ নিম্নে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

প্রাপ্ত নম্বর	61-65	66-70	71-75	76-80	81-85	86-90	91-95
গণসংখ্যা	4	7	9	12	8	7	3

ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ২
খ. উপাত্তসমূহের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভরেখা অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সর্বোচ্চ গণসংখ্যা হলো 12 যা (76 – 80) শ্রেণিতে অবস্থিত। সুতরাং, প্রচুরক শ্রেণি হলো (76 – 80)

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু $= \frac{76 + 80}{2} = \frac{156}{2} = 78$. **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের সারণি :

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
61 – 65	4	4
66 – 70	7	11
71 – 75	9	20
76 – 80	12	32
81 – 85	8	40
86 – 90	7	47
91 – 95	3	50
	n = 50	

এখানে, $n = 50; \frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$

$\therefore$ 25 তম পদটিই হলো মধ্যক যা (76 – 80) শ্রেণিতে অবস্থিত।

$\therefore L = 76, F_c = 20, f_m = 12$ এবং $h = 5$

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 76 + \left(\frac{50}{2} - 20\right) \times \frac{5}{12}$

$= 76 + (25 - 20) \times \frac{5}{12}$

$= 76 + \frac{25}{12}$

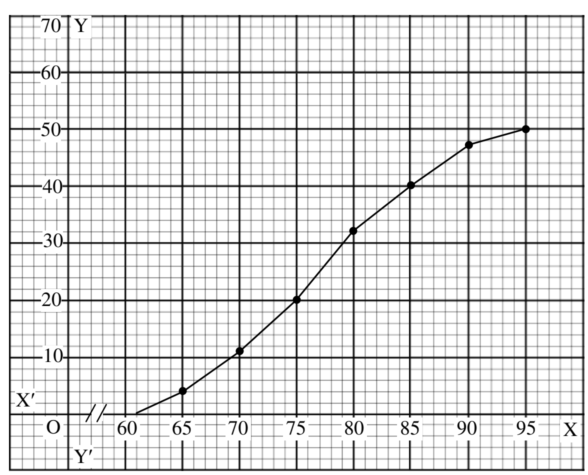
$= 76 + 2.083$

$= 78.083$ **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
61 – 65	4	4
66 – 70	7	11
71 – 75	9	20
76 – 80	12	32
81 – 85	8	40
86 – 90	7	47
91 – 95	3	50

ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে শ্রেণিব্যাপ্তির উচ্চসীমা এবং y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের এক ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের ক্রমযোজিত গণসংখ্যার অজিভ রেখা আঁকা হলো–



রাজশাহী বোর্ড-২০২৩

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৩ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ৩০ মিনিট

পূর্ণমান : ৩০

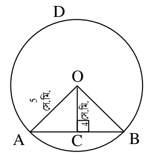
[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১. **যদি $x^2 + y^2 = 9$ এবং $xy = 3$ হয়, তবে $(x + y)^2$ এর মান কত?**
ক 3 খ 6 গ 9 ঘ 15

২. **$\frac{4^n - 1}{2^n + 1}$ এর মান নিচের কোনটি?**
ক $2^n + 1$ খ $2^n - 1$ গ 2^{n+1} ঘ 2^{n-1}

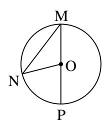
৩.



চিত্রে–
i. ADB অধিচাপ ii. AB = 6 সে.মি. iii. ΔAOB এর ক্ষেত্রফল 12 বর্গ সে.মি.
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৪. **$(x + y, -1) = (3, x - y)$ হলে (x, y) এর মান কত?**
ক (2, 1) খ (1, 2) গ (– 1, – 2) ঘ (– 2, – 1)

৫.



চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং $\angle PMN = 40°$ $\angle PON$ = কত?
ক 80° খ 50° গ 40° ঘ 20°

৬. **3 থেকে 23 পর্যন্ত যে সংখ্যাগুলো 3 দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য সেগুলোর মধ্যক কত?**
ক 9 খ 12 গ 15 ঘ 18

৭. **একটি বর্গের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ 6 সে.মি. হলে বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য কত?**
ক 12 সে.মি. খ 6 সে.মি. গ $2\sqrt{3}$ সে.মি. ঘ $\sqrt{6}$ সে.মি.

৮. **$g(x) = x^4 + 5x^3 - 3$ হলে, $g(-1)$ এর মান কত?**
ক – 7 খ – 3 গ 1 ঘ 3

৯. **1 থেকে 21 পর্যন্ত বিজোড় সংখ্যাগুলোর গড় কত?**
ক 9 খ 10 গ 11 ঘ 12

১০. **বৃত্তের ক্ষেত্রে–**
i. অর্ধবৃত্তস্থ কোণ দুই সমকোণ ii. বৃত্তের সকল সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী iii. বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১১. **একটি বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত কত?**
ক $\pi : 1$ খ $1 : \pi$ গ $2 : \pi$ ঘ $\pi : 2$

১২. **একটি আয়তাকার কক্ষের দৈর্ঘ্য 4 মিটার এবং প্রস্থ 3 মিটার হলে, এর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?**
ক $3\sqrt{2}$ মিটার খ 5 মিটার গ $4\sqrt{2}$ মিটার ঘ 7 মিটার

☐ **নিচের তথ্যের আলোকে ১৩ ও ১৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

শ্রেণিব্যাপ্তি	11 – 20	21–30	31–40	41–50	51–60
গণসংখ্যা	4	15	20	10	7

১৩. **মধ্যক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে F_C এর মান কত?**
ক 19 খ 20 গ 28 ঘ 39

১৪. **প্রচুরক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে $\frac{f_1}{f_1 + f_2}$ এর মান কত?**
ক 0.33 খ 0.67 গ 0.79 ঘ 0.87

১৫. **A সেটের উপসেটের সংখ্যা 32 হলে, A সেটের উপাদান সংখ্যা কত?**
ক 3 খ 4 গ 5 ঘ 8

১৬. **$m^2 + m - 56$ এর একটি উৎপাদক কোনটি?**
ক m – 8 খ m – 7 গ m + 7 ঘ m + 14

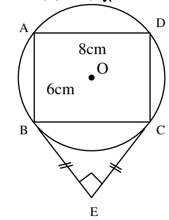
১৭. **$\tan A \sqrt{1 - \sin^2 A}$ = ?**
ক cosA . sinA খ cosA গ sinA ঘ cosecA

১৮. **$p + \frac{1}{p} = 2$ হলে–**
i. $p^2 - 2p = -1$ ii. $p^2 + \frac{1}{p^2} = 2$ iii. $p^3 + \frac{1}{p^3} = 2$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৯. **একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 2 সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?**
ক $\sqrt{3}$ খ $2\sqrt{3}$ গ $\frac{8}{\sqrt{3}}$ ঘ $\frac{16}{\sqrt{3}}$

২০. **a – a + a – a + ... ধারাটির 25 তম পদ কত?**
ক – 25a খ – a গ a ঘ 25a

☐ নিচের চিত্রের আলোকে ২১ ও ২২নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

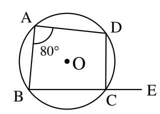


২১. **ΔBEC এর পরিসীমা কত?**
ক 11.31 সে.মি. খ 14.31 সে.মি. গ 17.31 সে.মি. ঘ 19.31 সে.মি.

২২. **চিত্রে গাঢ় চিহ্নিত অংশের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?**
ক 30.54 বর্গ সে.মি. খ 65.09 বর্গ সে.মি.
গ 78.54 বর্গ সে.মি. ঘ 126.54 বর্গ সে.মি.

২৩. **যদি $\sin(35° + x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হয়, তবে x এর মান কত?**
ক 60° খ 45° গ 30° ঘ 25°

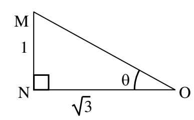
২৪.



উপরের চিত্রে $\angle DCE$ এর মান কত?
ক 40° খ 50° গ 80° ঘ 100°

২৫. **0.0037 এর সাধারণ লগের পূর্ণক কত?**
ক 3 খ 2 গ $\bar{2}$ ঘ $\bar{3}$

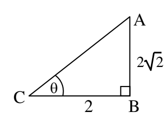
২৬.



চিত্রে–
i. θ = 30° ii. $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ iii. $1 + \tan^2\theta = \frac{4}{5}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২৭. **তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে নিচের কোন ক্ষেত্রে একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা যাবে?**
ক 2 cm., 3 cm., 6 cm খ 3cm, 4cm, 5cm
গ 4 cm, 5cm, 6cm ঘ 3cm, 4cm, 8cm

২৮.



উপরের চিত্রে tanθ.cotθ এর মান কত?
ক 8 খ $2\sqrt{2}$ গ 1 ঘ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

২৯. **কোনো বৃত্তের উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ–**
ক সূক্ষ্মকোণ খ স্থূলকোণ গ সমকোণ ঘ পূরককোণ

৩০. **$\frac{1}{\sqrt{3}} - 1 + \sqrt{3}$ – .... ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?**
ক $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ – 1 গ $-\sqrt{3}$ ঘ $\sqrt{3}$

■ **খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।**

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

রাজশাহী বোর্ড-২০২৩

গণিত (সৃজনশীল) বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৩ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

১। $M = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x \leq 6\}$
$N = \{2, 4. 6\}$
$R = \{(x, y) : x \in M, y \in N$ এবং $y = 2x\}$
ক. দেখাও যে, M ও N সেটদ্বয় পরস্পর নিশ্ছেদ সেট নয়। ২
খ. দেখাও যে, $M \cup N = (M \setminus N) \cup (N \setminus M) \cup (M \cap N)$ ৪
গ. R অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে তার ডোমেন নির্ণয় কর। ৪

২। (i) $a^4 = 527 - \frac{1}{a^4}$, যেখানে $a > 0$.
(ii) $x + \frac{1}{x} = 4$, যেখানে $x > 0$.
ক. $x^2 + 10x + 16 - y^2 + 6y$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২
খ. (i) নং হতে প্রমাণ কর যে, $a^3 + \frac{1}{a^3} = 110$. ৪
গ. (ii) নং হতে প্রমাণ কর যে, $\frac{x^8 - 1}{x^4} = 112\sqrt{3}$. ৪

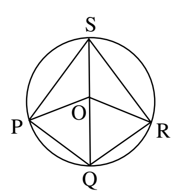
৩। একটি সমান্তর ধারার ১ম পদ 3, সাধারণ অন্তর 4।
ক. $10 + 7 + 4 + ...$ ধারাটির ১০ম পদ নির্ণয় কর। ২
খ. ধারাটির প্রথম n পদের সমষ্টি 903 হলে n এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. ধারাটির সাধারণ অন্তরকে ১ম পদ এবং ১ম পদকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি গুণোত্তর ধারা গঠন কর এবং তার প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি

৪। ত্রিভুজের ভূমি $b = 4$ cm, ভূমি সংলগ্ন কোণ $\angle x = 60°$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি $a = 7$ cm।
ক. রম্বসের একবাহু b এবং একটি কোণ $\angle x$, রম্বসটি আঁক। (অঙ্কনের বিবরণের প্রয়োজন নেই) ২
খ. ত্রিভুজটি আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪
গ. a এবং (b + 1) সামান্তরিকের দুইটি কর্ণ এবং কর্ণদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x$ হলে, সামান্তরিকটি আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

৫। ABC সমবাহু ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র O এবং পরিবৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু P হতে বৃত্তটিতে PM ও PN দুইটি স্পর্শক।
ক. $\angle AOB$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. পরিবৃত্তটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪
গ. প্রমাণ কর যে, PM = PN। ৪

৬।



চিত্রে O কেন্দ্র এবং SQ, $\angle PSR$ এর সমদ্বিখণ্ডক।
ক. S, O, Q সমরেখ হলে $\angle SPQ$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\angle PSR + \angle PQR = 180°$. ৪
গ. প্রমাণ কর যে, PQ = QR. ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭। $\frac{\tan\theta + \sec\theta}{\tan\theta - \sec\theta} = \frac{x + y}{x - y}$ এবং $\cos\alpha - \sin\alpha = \sqrt{2}\sin\alpha$
ক. $\tan A = \frac{3}{4}$ হলে sinA এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. $x = 1, y = \sqrt{2}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. উদ্দীপক ব্যবহার করে প্রমাণ কর যে, $\frac{\cos\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha} = \tan\alpha$ ৪

৮। (i) $\text{cosec}A - \cot A = \frac{1}{x}$ এবং
(ii) $\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta = 2$, যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ।
ক. x = 2 হলে cosecA + cotA এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. (i) নং থেকে প্রমাণ কর যে, $\cos A = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$. ৪
গ. (ii) নং সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

৯। তোমার বিদ্যালয়ের আয়তাকার হলরুম এবং বর্গাকার ক্লাসরুমের পরিসীমা সমান। হলরুমের ভিতরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দেড়গুণ এবং হলরুমটিতে টাইলস করতে প্রতিবর্গ মিটার 75 টাকা হিসাবে মোট 45,000 টাকা খরচ হয়। রুম দুইটিতে 50 সে.মি. বর্গাকার টাইলস লাগানো হলো।
ক. হলরুমের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২
খ. হলরুমের ভিতরের পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪
গ. রুম দুইটি টাইলস করতে কতটি টাইলস লাগবে? নির্ণয় কর। ৪

ঘ বিভাগ : পরিসংখ্যান

১০। নিচের একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া আছে :

সময় (সেকেন্ড)	30 – 35	36 – 41	42 – 47	48 – 53	54 – 59	60 – 65
গণসংখ্যা	3	10	18	25	8	6

ক. চলকের পরিচয়সহ প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্রটি লেখ। ২
খ. প্রদত্ত সারণি থেকে গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. সারণিতে প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১। কোনো শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	31 – 40	41 – 50	51 – 60	61 – 70	71 – 80	81 – 90
গণসংখ্যা	2	8	10	20	16	4

ক. কোনো শ্রেণির উচ্চসীমা 65 এবং শ্রেণি মধ্যমান 62.5 হলে, ঐ শ্রেণির নিম্নসীমা নির্ণয় কর। ২
খ. প্রদত্ত সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
গ. সারণিতে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	ঘ	২	খ	৩	ঘ	৪	খ	৫	ক	৬	খ	৭	ক	৮	ক	৯	গ	১০	গ	১১	ক	১২	খ	১৩	ক	১৪	ক	১৫	গ
	১৬	খ	১৭	গ	১৮	ঘ	১৯	ক	২০	গ	২১	ঘ	২২	ক	২৩	ঘ	২৪	গ	২৫	ঘ	২৬	ঘ	২৭	খ	২৮	গ	২৯	খ	৩০	গ

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▸ ০১ $M = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x \le 6\}$

$N = \{2, 4, 6\}$

$R = \{(x, y) : x \in M, y \in N$ এবং $y = 2x\}$

ক. দেখাও যে, M ও N সেটদ্বয় পরস্পর নিশ্ছেদ সেট নয়। ২

খ. দেখাও যে, $M \cup N = (M \setminus N) \cup (N \setminus M) \cup (M \cap N)$ ৪

গ. R অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে তার ডোমেন নির্ণয় কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $M = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x \le 6\}$

$= \{2, 3, 5\}$

এবং $N = \{2, 4, 6\}$

যেহেতু, '2' উপাদানটি M ও N উভয় সেটেই বিদ্যমান, সেহেতু M ও N সেটদ্বয় পরস্পর নিশ্ছেদ সেট নয়। **(দেখানো হলো)**

খ এখানে, $M = \{2, 3, 5\}$ ['ক' হতে]

$N = \{2, 4, 6\}$

$\therefore M \cup N = \{2, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\}$

$= \{2, 3, 4, 5, 6\}$

সুতরাং, $M/N = \{2, 3, 5\} \setminus \{2, 4, 6\}$

$= \{3, 5\}$

$N\setminus M = \{2, 4, 6\} \cap \{2, 3, 5\}$

$= \{4, 6\}$

$M \cap N = \{2, 3, 5\} \cap \{2, 4, 6\}$

$= \{2\}$

$\therefore (M\setminus N) \cup (N\setminus M) \cup (M \cap N) = \{3, 5\} \cup \{4, 6\} \cup \{2\}$

$= \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$\therefore M \cup N = (M\setminus N) \cup (N\setminus M) \cup (M \cap N)$. **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $R = \{(x, y) : x \in M, y \in N$ এবং $y = 2x\}$

যেখানে, $M = \{2, 3, 5\}$ ['ক' হতে]

$N = \{2, 4, 6\}$

এবং R বর্ণনাকারী সমীকরণ, $y = 2x$

প্রত্যেক $x \in M$ এর জন্য সংশ্লিষ্ট y এর মান নির্ণয় করি:

x	2	3	5
y	4	6	10

এখানে, $10 \notin N \therefore (5, 10) \notin R$

$\therefore R = \{(2, 4), (3, 6)\}$

$\therefore$ ডোমেন $R = \{2, 3\}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ০২ (i) $a^4 = 527 - \frac{1}{a^4}$, যেখানে $a > 0$.

(ii) $x + \frac{1}{x} = 4$, যেখানে $x > 0$.

ক. $x^2 + 10x + 16 - y^2 + 6y$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. (i) নং হতে প্রমাণ কর যে, $a^3 + \frac{1}{a^3} = 110$. ৪

গ. (ii) নং হতে প্রমাণ কর যে, $\frac{x^8 - 1}{x^4} = 112\sqrt{3}$. ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক $x^2 + 10x + 16 - y^2 + 6y$

$= x^2 + 2.\ x.\ 5 + 5^2 - y^2 + 2.\ y.\ 3 - 3^2$

$= (x + 5)^2 - (y - 3)^2$

$= (x + 5 + y - 3)\ (x + 5 - y + 3)$

$= (x + y + 2)\ (x - y + 8)$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$a^4 = 527 - \frac{1}{a^4}$

বা, $a^4 + \frac{1}{a^4} = 527$

বা, $(a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 = 527$

বা, $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2.a^2.\frac{1}{a^2} = 527$

বা, $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = 529$

বা, $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = (23)^2$

বা, $a^2 + \frac{1}{a^2} = 23$

বা, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a} = 23$

বা, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 25$

বা, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = (5)^2$

বা, $a + \frac{1}{a} = 5$ $[\because a > 0]$

বা, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 = 5^3$ [ঘন করে]

বা, $a^3 + \frac{1}{a^3} + 3.\ a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right) = 125$

বা, $a^3 + \frac{1}{a^3} + 3.5 = 125$ $\left[\because a + \frac{1}{a} = 5\right]$

বা, $a^3 + \frac{1}{a^3} = 125 - 15$

$\therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = 110$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 4$ .... (i)

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 16$ [বর্গ করে]

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2.x.\frac{1}{x} = 16$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$ .... (ii)

আবার, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4.x.\frac{1}{x} = 16 - 4 = 12$

$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ....(iii) [ধনাত্মক মান নিয়ে]

বামপক্ষ $= \frac{x^8 - 1}{x^4}$

$= \frac{x^8}{x^4} - \frac{1}{x^4}$

$= x^4 - \frac{1}{x^4}$

$= (x^2)^2 - \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$

$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$

$= 14\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)$ [(ii) নং হতে মান বসিয়ে]

$= 14 \times 4 \times 2\sqrt{3}$ [(i) ও (iii) হতে মান বসিয়ে]

$= 112\sqrt{3}$

= ডানপক্ষ

$\therefore \frac{x^8 - 1}{x^4} = 112\sqrt{3}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৩ একটি সমান্তর ধারার ১ম পদ 3, সাধারণ অন্তর 4।

ক. 10 + 7 + 4 + ... ধারাটির ১০ম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির প্রথম n পদের সমষ্টি 903 হলে n এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির সাধারণ অন্তরকে ১ম পদ এবং ১ম পদকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি গুণোত্তর ধারা গঠন কর এবং তার প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা : 10 + 7 + 4 + ...

ধারাটির ১ম পদ, a = 10

সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 10 = 4 - 7 = -3$

$\therefore$ ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1) d$

$\therefore$ ধারাটির 10 তম পদ $= 10 + (10 - 1)(-3)$

$= 10 + 9(-3)$

$= 10 - 27$

$= -17$ **(Ans.)**

খ এখানে, সমান্তর ধারার ১ম পদ, a = 3

সাধারণ অন্তর, d = 4

প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2}\{2a + (n - 1).d\} = 903$

বা, $\frac{n}{2}\{2.3 + (n - 1).4\} = 903$

বা, $\frac{n}{2} \times 2\{3 + (n - 1).2\} = 903$

বা, $n(2n + 1) = 903$

বা, $2n^2 + n - 903 = 0$

বা, $2n^2 + 43n - 42n - 903 = 0$

বা, $n(2n + 43) - 21(2n + 43) = 0$

বা, $(2n + 43)(n - 21) = 0$

হয়, $n = 21$ অথবা, $n = -\frac{43}{2}$

কিন্তু, $n = -\frac{43}{2}$ গ্রহণযোগ্য নয়।

$\therefore$ নির্ণেয় n = 21 **(Ans.)**

গ প্রশ্নমতে, নির্ণেয় গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ, a = 4

সাধারণ অনুপাত r = 3

$\therefore$ গুণোত্তর ধারাটি,

$a + ar + ar^2 + ar^3 + ...$

$= 4 + 4.3 + 4.(3)^2 + 4.(3)^3 + ...$

$= 4 + 12 + 36 + 108 + ...$ **(Ans.)**

$\therefore$ ধারাটির ১ম 7 টি পদের সমষ্টি, $s_7 = \frac{a(r^7 - 1)}{r - 1}, r > 1$

$= \frac{4(3^7 - 1)}{3 - 1}$

$= \frac{4(3^7 - 1)}{2}$

$= 2(3^7 - 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৪ ত্রিভুজের ভূমি b = 4 cm, ভূমি সংলগ্ন কোণ $\angle x = 60°$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি a = 7 cm।

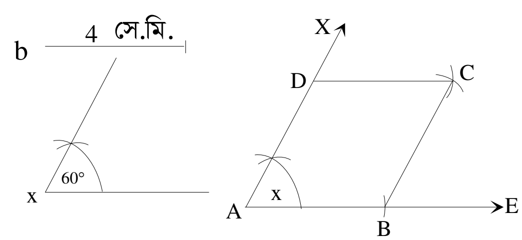
ক. রম্বসের একবাহু b এবং একটি কোণ $\angle x$, রম্বসটি আঁক। (অঙ্কনের বিবরণের প্রয়োজন নেই) ২

খ. ত্রিভুজটি আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. a এবং (b + 1) সামান্তরিকের দুইটি কর্ণ এবং কর্ণদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x$ হলে, সামান্তরিকটি আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

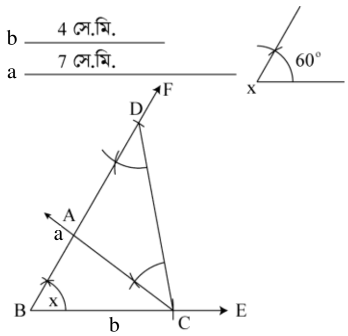
৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ABCD রম্বসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য, b = 4 সে.মি. এবং একটি কোণ $\angle x = 60°$ দেওয়া আছে। রম্বসটি অঙ্কন করা হলো।

খ



মনে করি, ত্রিভুজের ভূমি b = 4 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 60°$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি a = 7 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

১. যেকোনো রশ্মি BE নিই।

২. BE থেকে b এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

৩. B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle CBF$ আঁকি।

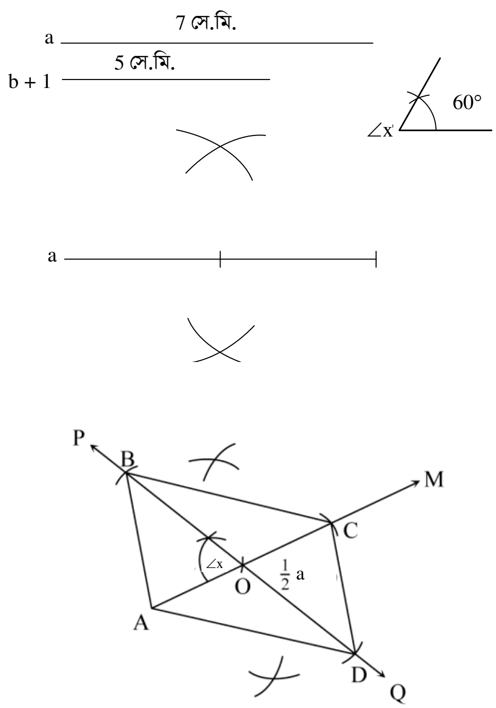
৪. BF থেকে a এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই।

৫. C, D যোগ করি।

৬. CD এর C বিন্দুতে $\angle BDC$ এর সমান $\angle DCA$ আঁকি যা BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



মনে করি, একটি সামান্তরিকের দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a = 7 সে.মি. ও b + 1 = 5 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x = 60°$ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

১. যেকোনো রশ্মি AM থেকে AC = b + 1 = 5 সে.মি. কেটে নিই। AC এর মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করি।

২. O বিন্দুতে $\angle AOP = \angle x = 60°$ আঁকি।

৩. OP এর বিপরীত রশ্মি OQ আঁকি।

৪. কর্ণ a কে সমদ্বিখণ্ডিত করি। OP এবং OQ থেকে $\frac{1}{2}$ a এর সমান করে যথাক্রমে OB এবং OD অংশ কেটে নিই।

৫. এখন, A, B; B, C; C, D এবং D, A যোগ করি। তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রশ্ন ▶ ০৫ ABC সমবাহু ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র O এবং পরিবৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু P হতে বৃত্তটিতে PM ও PN দুইটি স্পর্শক।

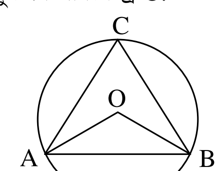
ক. $\angle AOB$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. পরিবৃত্তটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. প্রমাণ কর যে, PM = PN। ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক ABC সমবাহু ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র O.



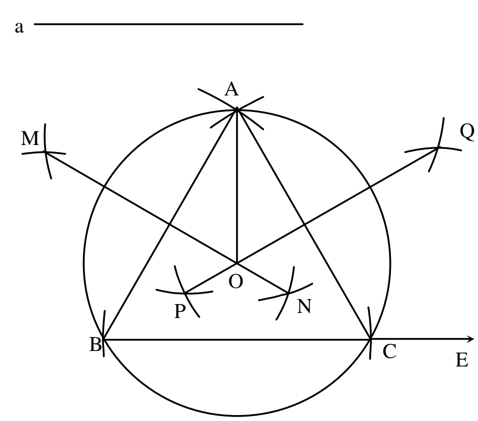
আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ সমান এবং তা 60°।

$\therefore \angle BAC = \angle ABC = \angle ACB = 60°$

আবার, বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রঃস্থ কোণ বৃত্তঃস্থ কোণের দ্বিগুণ।

$\therefore \angle AOB = 2\angle ACB$
$= 2 \times 60°$
$= 120°$ **(Ans.)**

খ



মনে করি, একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহু a। ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি BE থেকে a এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

২. B ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে BC এর একই পাশে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

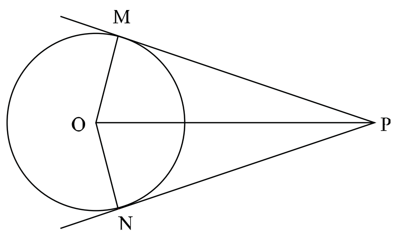
৩. A, B ও A, C যোগ করি। তাহলে ΔABC-ই উদ্দিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ যার পরিবৃত্ত অঙ্কন করতে হবে।

৪. AB ও AC এর লম্বসমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে MN ও PQ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. A, O যোগ করি। O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি যা A, B ও C বিন্দু দিয়ে যায়।

তাহলে এই বৃত্তটিই উদ্দিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের পরিবৃত্ত।

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু P থেকে ঐ বৃত্তের উপর PM ও PN দুইটি স্পর্শক। প্রমাণ করতে হবে যে, PM = PN.

অঙ্কন : O, N; O, M এবং O, P যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : বৃত্তের M বিন্দুতে PM একটি স্পর্শক এবং OM স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

সুতরাং $OM \perp PM$ অর্থাৎ $\angle PMO$ = এক সমকোণ।

ধাপ-২ : আবার, বৃত্তের N বিন্দুতে PN একটি স্পর্শক এবং ON স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

সুতরাং $ON \perp PN$ অর্থাৎ $\angle PNO$ = এক সমকোণ।

ধাপ-৩ : এখন, ΔPMO এবং ΔPNO সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে

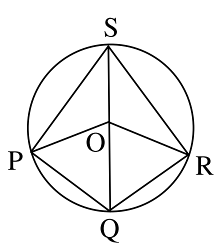
OM = ON [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

এবং অতিভুজ OP উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু।

$\therefore \Delta PMO \cong \Delta PNO$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা]

সুতরাং, PM = PN **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৬



চিত্রে O কেন্দ্র এবং SQ, $\angle PSR$ এর সমদ্বিখণ্ডক।

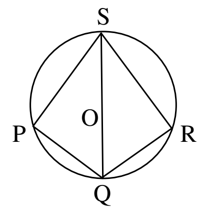
ক. S, O, Q সমরেখ হলে $\angle SPQ$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle PSR + \angle PQR = 180°$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, PQ = QR. ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে O কেন্দ্র এবং SQ, $\angle PSR$ এর সমদ্বিখণ্ডক।

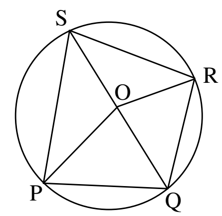
চিত্র হতে আমরা দেখতে পাই, SQ হলো O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাস।

সুতরাং, $\angle SPQ$ হলো অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।

আমরা জানি, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।

$\therefore \angle SPQ = 90°$ **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন: O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle PSR + \angle PQR = 180°$।

প্রমাণ :

ধাপ-১: একই চাপ PSR এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ

$\angle POR = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle PQR$)

[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

অর্থাৎ, প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle POR = 2\angle PQR$

ধাপ-২ : আবার, একই চাপ PQR এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ

$\angle POR = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle PSR$)

[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।]

অর্থাৎ, $\angle POR = 2\angle PSR$

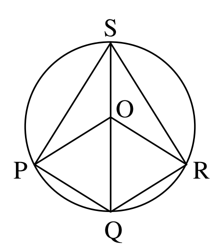
$\therefore$ $\angle POR$ + প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle POR = 2(\angle PSR + \angle PQR)$

কিন্তু $\angle POR$ + প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle POR$ = চার সমকোণ

$\therefore$ $2(\angle PQR + \angle PSR)$ = চার সমকোণ

$\therefore$ $\angle PSR + \angle PQR = 180°$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQRS বৃত্তে PQ ও RS দুইটি জ্যা এবং QS, $\angle PSR$ এর সমদ্বিখণ্ডক।

প্রমাণ করতে হবে যে, PQ = QR।

প্রমাণ :

ধাপ-১: এখানে, QS, $\angle PSR$ এর সমদ্বিখণ্ডক।

$\therefore \angle PSQ = \angle QSR$

বা, $2\angle PSQ = 2\angle QSR$

$\therefore \angle POQ = \angle QOR$

[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

ধাপ-২: এখন ΔPQO ও ΔRQO এর মধ্যে,

$OP = OR$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$OQ = OQ$ [সাধারণ বাহু]

এবং $\angle POQ = \angle QOR$ [ধাপ-১ থেকে]

$\therefore \Delta PQO \cong \Delta RQO$ [বাহু-কোণ-বাহু সর্বসমতা]

$\therefore PQ = QR$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৭ $\frac{\tan\theta + \sec\theta}{\tan\theta - \sec\theta} = \frac{x+y}{x-y}$ এবং $\cos\alpha - \sin\alpha = \sqrt{2}\sin\alpha$

ক. $\tan A = \frac{3}{4}$ হলে $\sin A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

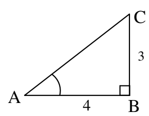
খ. $x = 1, y = \sqrt{2}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপক ব্যবহার করে প্রমাণ কর যে, $\frac{\cos\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha} = \tan\alpha$ ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan A = \frac{3}{4}$

চিত্র হতে, $AB = 4$ এবং $BC = 3$



$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

$= \sqrt{4^2 + 3^2}$

$= \sqrt{16 + 9}$

$= \sqrt{25}$

$= 5$

$\therefore \sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $\frac{\tan\theta + \sec\theta}{\tan\theta - \text{Sec}\theta} = \frac{x+y}{x-y}$

বা, $\frac{\tan\theta + \sec\theta + \tan\theta - \sec\theta}{\tan\theta + \sec\theta - \tan\theta + \sec\theta} = \frac{x+y+x-y}{x+y-x+y}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\tan\theta}{2\sec\theta} = \frac{2x}{2y}$

বা, $\frac{\tan\theta}{\sec\theta} = \frac{x}{y}$

বা, $\frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{\frac{1}{\cos\theta}} = \frac{x}{y}$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ [$\because x = 1, y = \sqrt{2}$]

বা, $\sin\theta = \sin 45°$

$\therefore \theta = 45°$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $\cos\alpha - \sin\alpha = \sqrt{2}\sin\alpha$ ... ... (i)

বা, $\cos\alpha = \sqrt{2}\sin\alpha + \sin\alpha$

বা, $\cos\alpha = (\sqrt{2} + 1)\sin\alpha$

বা, $(\sqrt{2} - 1)\cos\alpha = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)\sin\alpha$

[উভয়পক্ষকে $(\sqrt{2} - 1)$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\sqrt{2}\cos\alpha - \cos\alpha = (2 - 1)\sin\alpha$

বা, $\sqrt{2}\cos\alpha - \cos\alpha = \sin\alpha$

বা, $\cos\alpha + \sin\alpha = \sqrt{2}\cos\alpha$ ... ... (ii)

$\therefore \frac{\cos\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha} = \frac{\sqrt{2}\sin\alpha}{\sqrt{2}\cos\alpha}$ [(i) ও (ii) নং ব্যবহার করে]

$= \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$= \tan\alpha$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৮ (i) $\text{cosec}A - \cot A = \frac{1}{x}$ এবং

(ii) $\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta = 2$, যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ।

ক. $x = 2$ হলে $\text{cosec}A + \cot A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. (i) নং থেকে প্রমাণ কর যে, $\cos A = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$. ৪

গ. (ii) নং সমীকরণটি সমাধান কর। অ-৯.২ ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\text{cosec } A - \cot A = \frac{1}{x}$

আমরা জানি, $\text{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$

বা, $(\text{cosec}A + \cot A)(\text{cosce}A - \cot A) = 1$

বা, $(\text{cosec}A + \cot A) \times \frac{1}{x} = 1$

বা, $(\text{cosec}A + \cot A) \times \frac{1}{2} = 1$ [$\because x = 2$]

$\therefore \text{cosec}A + \cot A = 2$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$\text{cosec}A - \cot A = \frac{1}{x}$

বা, $\frac{1}{\sin A} - \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{1}{x}$

বা, $\frac{1 - \cos A}{\sin A} = \frac{1}{x}$

বা, $\frac{\sin A}{1 - \cos A} = x$

বা, $\frac{\sin^2 A}{(1 - \cos A)^2} = x^2$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{1 - \cos^2 A}{(1 - \cos A)^2} = x^2$

বা, $\frac{(1 + \cos A)(1 - \cos A)}{(1 - \cos A)^2} = x^2$

বা, $\frac{1 + \cos A}{1 - \cos A} = x^2$

বা, $\frac{1 + \cos A + 1 - \cos A}{1 + \cos A - 1 + \cos A} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2\cos A} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

বা, $\frac{1}{\cos A} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

$\therefore \cos A = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta = 2$

বা, $\sin\theta = 2 - \sqrt{3}\cos\theta$

বা, $(\sin\theta)^2 = (2 - \sqrt{3}\cos\theta)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\sin^2\theta = 4 - 4\sqrt{3}\cos\theta + 3\cos^2\theta$

বা, $1 - \cos^2\theta = 4 - 4\sqrt{3}\cos\theta + 3\cos^2\theta$

বা, $4 - 4\sqrt{3}\cos\theta + 3\cos^2\theta - 1 + \cos^2\theta = 0$

বা, $4\cos^2 - 4\sqrt{3}\cos\theta + 3 = 0$

বা, $(2\cos\theta)^2 - 2.2\cos\theta.\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 0$

বা, $(2\cos\theta - \sqrt{3})^2 = 0$

বা, $2\cos\theta - \sqrt{3} = 0$

বা, $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos 30°$

$\therefore \theta = 30°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৯ তোমার বিদ্যালয়ের আয়তাকার হলরুম এবং বর্গাকার ক্লাসরুমের পরিসীমা সমান। হলরুমের ভিতরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দেড়গুণ এবং হলরুমটিতে টাইলস করতে প্রতিবর্গ মিটার 75 টাকা হিসাবে মোট 45,000 টাকা খরচ হয়। রুম দুইটিতে 50 সে.মি. বর্গাকার টাইলস লাগানো হলো।

ক. হলরুমের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. হলরুমের ভিতরের পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

গ. রুম দুইটি টাইলস করতে কতটি টাইলস লাগবে? নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক 75 টাকা খরচ হয় 1 বর্গমিটার টাইলস করতে

$\therefore$ 1 " " " $\frac{1}{75}$ " " "

$\therefore$ 45000 " " " $\frac{1 \times 45000}{75}$ " " "

= 600 বর্গ মিটার টাইলস করতে

$\therefore$ হলরুমের ক্ষেত্রফল 600 বর্গমিটার **(Ans.)**

খ ধরি, হলরুমের প্রস্থ x মিটার

$\therefore$ হলরুমের দৈর্ঘ্য $1\frac{1}{2}x$ বা, $\frac{3x}{2}$ মিটার

হলরুমের ক্ষেত্রফল 600 বর্গমিটার ['ক' হতে]

প্রশ্নমতে, $x \times \frac{3x}{2} = 600$

বা, $\frac{3x^2}{2} = 600$

বা, $3x^2 = 1200$

বা, $x^2 = 400$

$\therefore x = 20$

$\therefore$ হলরুমের ভিতরের পরিসীমা = $2\left(\frac{3x}{2} + x\right)$ মিটার।

$= 2\left(\frac{3 \times 20}{2} + 20\right)$ মিটার

= 2 (30 + 20) মিটার

= 100 মিটার **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, আয়তাকার হলরুমের পরিসীমা 100 মিটার

$\therefore$ বর্গাকার ক্লাসরুমের পরিসীমা = 100 মিটার

বর্গাকার ক্লাসরুমের বাহুর দৈর্ঘ্য = $\frac{100}{4} = 25$ মিটার

বর্গাকার ক্লাসরুমের ক্ষেত্রফল = $(25)^2$ বর্গমিটার

= 625 বর্গমিটার

$\therefore$ রুম দুইটির মোট ক্ষেত্রফল = (600 + 625) বর্গমিটার

['ক' হতে, আয়তাকার হলরুমের ক্ষেত্রফল 600 বর্গমিটার]

= 1225 বর্গমিটার

50 সে.মি. = $\frac{50}{100}$ মিটার = 0.5 মিটার

1 টি টাইলসের ক্ষেত্রফল = $(0.5)^2$ বর্গমিটার

= 0.25 বর্গমিটার

$\therefore$ মোট টাইলস সংখ্যা = $\frac{1225}{0.25}$ টি

= 4900 টি **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ নিচের একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া আছে :

সময় (সেকেন্ড)	30–35	36–41	42–47	48–53	54–59	60–65
গণসংখ্যা	3	10	18	25	8	6

ক. চলকের পরিচয়সহ প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্রটি লেখ। ২

খ. প্রদত্ত সারণি থেকে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. সারণিতে প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্র :

প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

এখানে, L = যে শ্রেণিতে প্রচুরক অবস্থিত তার নিম্নসীমা

f_1 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা – পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা

f_2 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা – পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা

h = শ্রেণিব্যাপ্তি

খ

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	$f_i x_i$
30 – 35	32.5	3	97.5
36 – 41	38.5	10	385
42 – 47	44.5	18	801
48 – 53	50.5	25	1262.5
54 – 59	56.5	8	452
60 – 65	62.5	6	375
		n = 70	$\Sigma f_i x_i = 3373$

$\therefore$ গড়, $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n}$

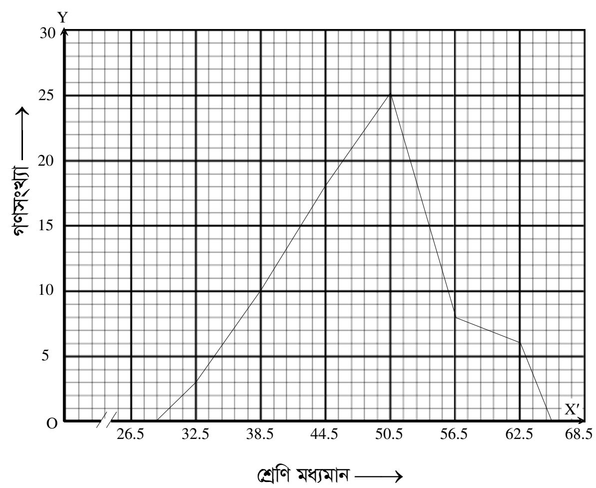
$= \frac{3373}{70}$

= 48.19 (প্রায়) **(Ans.)**

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
30 – 35	32.5	3
36 – 41	38.5	10
42 – 47	44.5	18
48 – 53	50.5	25
54 – 59	56.5	8
60 – 65	62.6	6

এখন, X-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 5 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 6 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 26.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদচিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▸ ১১ কোনো শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	31–40	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90
গণসংখ্যা	2	8	10	20	16	4

ক. কোনো শ্রেণির উচ্চসীমা 65 এবং শ্রেণি মধ্যমান 62.5 হলে, ঐ শ্রেণির নিম্নসীমা নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. সারণিতে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, কোনো শ্রেণির উচ্চসীমা 65

এবং শ্রেণি মধ্যমান 62.5

আমরা জানি, শ্রেণি মধ্যমান = $\dfrac{\text{শ্রেণির উচ্চসীমা + শ্রেণির নিম্নসীমা}}{2}$

বা, 62.5 = $\dfrac{\text{65 + শ্রেণির নিম্নসীমা}}{2}$

বা, 65 + শ্রেণির নিম্নসীমা = 125

বা, শ্রেণির নিম্নসীমা = 125 – 65

∴ শ্রেণির নিম্নসীমা = 60 (**Ans.**)

খ মধ্যক নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31 – 40	2	2
41 – 50	8	10
51 – 60	10	20
61 – 70	20	40
71 – 80	16	56
81 – 90	4	60
	n = 60	

এখানে, $n = 60; \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

অর্থাৎ, মধ্যক 30 তম পদ যা (61 – 70) শ্রেণিতে বিদ্যমান।

∴ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 61 + (30 - 20) \times \frac{10}{20}$

$= 61 + 10 \times \frac{1}{2}$

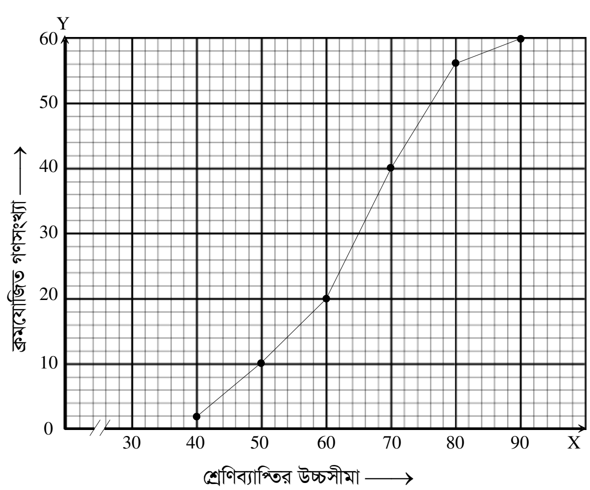
$= 61 + 5$

$= 66$ (**Ans.**)

এখানে,
$L = 61$
$n = 60$
$F_c = 20$
$h = 10$
$f_m = 20$

গ 'খ'-এ প্রাপ্ত সারণি হতে,

X-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণিব্যাপ্তির উচ্চসীমার 2 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 2 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 30 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



কুমিল্লা বোর্ড-২০২৩

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৩ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ৩০ মিনিট — পূর্ণমান : ৩০

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১. **একটি আয়তের বাহু দুটি যথাক্রমে 12 সে.মি. ও 5 সে.মি. হলে এর কর্ণদ্বয়ের সমষ্টি কত?**
ক 13 সে.মি. খ 17 সে.মি. গ 26 সে.মি. ঘ 60 সে.মি.

২. **রম্বসের দুটি কর্ণ 8 সে.মি. ও 6 সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?**
ক 24 খ 48 গ 100 ঘ 196

৩. **একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু 5 সে.মি., 6 সে.মি. ও 7 সে.মি. হলে–**
i. একটি বিষমবাহু ত্রিভুজ ii. এর অর্ধপরিসীমা 9 সে.মি.
iii. এর ক্ষেত্রফল 14.7 বর্গ সে.মি.
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৪. **একটি সুষম ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল $18\sqrt{3}$ বর্গ একক হলে এর বাহুর দৈর্ঘ্য কত একক?**
ক 3 খ $2\sqrt{3}$ গ 6 ঘ 9

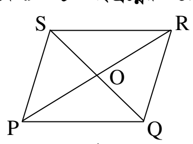
৫. **$\cos 2A = 0$ হলে, $\tan 2A$ এর মান কত?**
ক 0 খ 1 গ $\sqrt{3}$ ঘ অসংজ্ঞায়িত

৬. **$A - B = 30°$ এবং $\cot A = 1$ হলে B এর মান কত?**
ক 0° খ 15° গ 30° ঘ 45°

৭. **$\cot\theta = \sqrt{3}$ হলে–**
i. $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ii. $\sec\theta = 2\tan\theta$ iii. $4\sin\theta = \frac{1}{\cos 2\theta}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৮. **একটি বিষমবাহু চতুর্ভুজের চারটি কোণের সমষ্টি কত?**
ক 180° খ 270° গ 360° ঘ 450°

□ **নিচের তথ্যের আলোকে ৯ ও ১০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



চিত্রে PQRS একটি রম্বস। এর কর্ণ PR = 24 সে.মি. QS = 10 সে.মি.

৯. **রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?**
ক 7 খ 13 গ 14 ঘ 22

১০. **চিত্রের রম্বসের–**
i. পরিসীমা 52 সে.মি. ii. অভ্যন্তরে ΔPOQ এর ক্ষেত্রফল 30 বর্গ সে.মি.
iii. ক্ষেত্রফল 240 বর্গ সে.মি.
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১১. **অজিভ রেখা অঙ্কনের x-অক্ষ বরাবর কোনটিকে ধরা হয়?**
ক গণসংখ্যা খ মধ্যমান
গ শ্রেণির উচ্চসীমা ঘ ক্রমযোজিত গণসংখ্যা

১২. **5, 0, 2, 0, 7, 4, 3 উপাত্তগুলোর–**
i. গড় 3 ii. প্রচুরক 0 iii. মধ্যক 0
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৩. **$L = 55$, $f_1 = 5$, $f_2 = 7$ এবং $h = 10$ হলে প্রচুরক কত?**
ক 57.2 খ 59.2 গ 59.6 ঘ 60.6

১৪. **একটি চাকার ব্যাস 4.2 সে.মি. হলে চাকাটি 330 মিটার পথ যেতে কত বার ঘুরবে?**
ক 30 খ 25
গ 20 ঘ 15 None
Note : প্রশ্নে 4.2 সে.মি. এর পরিবর্তে 4.2 মিটার হলে সঠিক উত্তর হবে খ 25

১৫. **P = {2, 4, 6} এবং Q = {3, 6, 7} হলে P – Q নিচের কোনটি?**
ক {2, 3, 4, 6, 7} খ {2, 3, 6, 7}
গ {2, 4, 6} ঘ {2, 4}

১৬. **$f(x) = x^2 - kx - 1$ হলে k এর কোন মানের জন্য $f(-1) = 0$ হবে?**
ক – 2 খ – 1 গ 0 ঘ 1

১৭. **$M = \{x \in N : 1 \leq x < 6\}$ হলে–**
i. M সেটের উপাদান সংখ্যা 5 ii. M সেটের প্রকৃত উপসেট সংখ্যা 32 টি
iii. M সেটের মৌলিক সংখ্যা 3টি
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৮. **$x + y = 6$ এবং $x - y = 4$ হলে xy এর মান নিচের কোনটি?**
ক 2 খ 5 গ 24 ঘ 26

১৯. **$y - \frac{2}{y} = 2a$ হলে, $\frac{6a}{y^2 - 2ay - 1}$ এর মান কত?**
ক – 3a খ – 2a গ 3a ঘ 6a

২০. **$a - \frac{1}{a} = 1$ হলে–**
i. $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান 3 ii. $a + \frac{1}{a}$ এর মান $\sqrt{5}$ iii. $\left(a - \frac{1}{a}\right)^5$ এর মান 5
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২১. **$\log_x 27 = -3$ হলে x এর মান কত?**
ক – 9 খ – 3 গ $\frac{-1}{3}$ ঘ $\frac{1}{3}$

২২. **$\sqrt[3]{m} = 3$ হলে m = কত?**
ক $\sqrt[3]{3}$ খ $\sqrt{3}$ গ 3 ঘ 27

২৩. **$40\sqrt{5}$ এর $2\sqrt{5}$ ভিত্তিক লগ কত?**
ক 3 খ $3\sqrt{5}$ গ 20 ঘ $20\sqrt{5}$

২৪. **p = 25q হলে $\log_5 p - \log_5 q$ এর মান কত?**
ক 1 খ 2 গ 5 ঘ 25

২৫. **$-1, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{-1}{3}$, ... অনুক্রমটির সাধারণ অনুপাত কত?**
ক $-\sqrt{3}$ খ $\frac{-1}{\sqrt{3}}$ গ $\frac{1}{3}$ ঘ – 1

২৬. **প্রথম দশটি স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি কত?**
ক 55 খ 110 গ 385 ঘ 3025

২৭. **– 5 + 5 – 5 + ... ধারার প্রথম 100 টি পদের সমষ্টি কত?**
ক 0 খ – 5 গ 5 ঘ 500

□ **নিচের তথ্যের আলোকে ২৮ ও ২৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**
– 1 + 3 – 9 + ... একটি ধারা

২৮. **প্রদত্ত ধারাটির চতুর্থ পদ কত?**
ক – 27 খ – 17 গ 12 ঘ 27

২৯. **উদ্দীপকের ধারাটির–**
i. সাধারণ অনুপাত – 3 ii. n তম পদ $(-3)^{n-1}$
iii. প্রথম 6টি পদের সমষ্টি 182
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩০. **একটি সামান্তরিকের ভূমি 12 সে.মি. এবং উচ্চতা 12 সে.মি. হলে ক্ষেত্রফল কত?**
ক 24 বর্গ সে.মি. খ 72 বর্গ সে.মি.
গ 144 বর্গ সে.মি. ঘ 288 বর্গ সে.মি.

■ **খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।**

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

কুমিল্লা বোর্ড-২০২৩

গণিত (সৃজনশীল) বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৩ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

১। $A = \{x \in Z : x^2 \le 9\}$
$B = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 13\}$
$C = \{x \in N : x$ বিজোড় সংখ্যা এবং $x < 13\}$
$S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = 2x + 3\}$

ক. $f(a) = \frac{2a-1}{2a+1}$ হলে $f\left(-\frac{1}{3}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে যেখানে, n হচ্ছে $(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা। ৪

গ. অন্বয় S কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

২। $a + b + c = m, a^2 + b^2 + c^2 = n$

ক. $x^4 - 3x^2 + 1$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. $a = 0, m = 4$ এবং $n = 10$ হলে $b^5 + c^5$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $m = 0$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{(b+c)^2}{12bc} + \frac{(c+a)^2}{12ca} + \frac{(a+b)^2}{12ab} = \frac{1}{4}$ ৪

৩। A = 2, B = 3, C = 5 এবং D = 7.

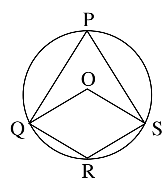
ক. সমাধান কর : $(\sqrt{7})^{5x-1} = (\sqrt[5]{7})^{2x-3}$ ২

খ. $\frac{(A)^{2x+1} . (B)^{2x+y} . (C)^{x+y} . (AB)^x}{(B)^{x-2} . (AB)^{2x+2} . (AC)^x . (BC)^y}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $D\log\frac{AC}{B^2} - A\log\frac{C^2}{A^2B} + B\log\frac{B^4}{A^4C} = -\log2$ ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি

৪।



চিত্রে, PQRS চতুর্ভুজটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত যার কেন্দ্র O।

ক. বৃত্তটির ব্যাস 8.4 সে.মি. হলে বৃত্তটির পরিধি নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $2\angle QPS = \angle QOS$. ৪

গ. PR এবং QS কর্ণদ্বয় পরস্পরকে M বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle POQ + \angle ROS = 2\angle PMQ$ ৪

৫। DEFG চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক।

ক. প্রমাণ কর যে, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, D, E, F ও G বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। ৪

গ. DF রেখা যদি $\angle EDG$ এর সমদ্বিখণ্ডক হয়, তবে প্রমাণ কর যে, EF = FG ৪

৬। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a = b = 5 সে.মি., c = 6 সে.মি. এবং একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 4.5 সে.মি.।

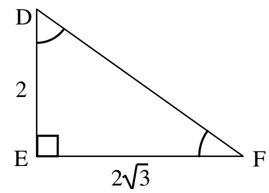
ক. 3.5 সে.মি. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে ত্রিভুজটি আঁক এবং ত্রিভুজটির অন্তঃবৃত্ত অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক)। ৪

গ. উদ্দীপকের তথ্য অনুসারে বৃত্তটি অঙ্কন কর এবং উক্ত বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক অঙ্কন কর যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 50° হয়। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।] ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭। (i)



চিত্রে, $\angle EDF = 5x + 2y$ এবং $\angle DFE = x + 4y$
(ii) $p = \cot\theta$ এবং $q = \cos\theta$

ক. $\cos(\alpha + 30°) = 0$ হলে $\sin\frac{\alpha}{2}$ এর মান কত? ২

খ. x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $p + q = a, p - q = b$ হলে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{16}(a^2 - b^2)^2 = ab$ ৪

৮। একটি সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 20 সে.মি ও 15 সে.মি. এবং ক্ষুদ্রতর কর্ণের দৈর্ঘ্য 16 সে.মি.। আবার, একটি লোহার পাইপের বাইরের ব্যাস ৪ সে.মি. এবং ভিতরের ব্যাস 6 সে.মি. এবং পাইপটির উচ্চতা 10 মিটার। 1 ঘন সে.মি. পাইপের লোহার ওজন 7.2 গ্রাম।

ক. একটি বৃত্তের ব্যাস ও পরিধির পার্থক্য 25 সে.মি. হলে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ২

খ. সামান্তরিকটির অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. পাইপটির লোহার ওজন নির্ণয়। ৪

৯। $p = \tan\beta, q = \cot\beta$ এবং $r = \sec\theta - \tan\theta$.

ক. A = 30° হলে প্রমাণ কর যে, $\cos2A = \frac{1 - \tan^2A}{1 + \tan^2A}$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{p}{1-q} + \frac{q}{1-p} = \sec\beta\ \mathrm{cosec}\beta + 1.$ ৪

গ. $r = \frac{1}{a}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\cot\theta = \frac{2a}{a^2 - 1}$ ৪

ঘ বিভাগ : পরিসংখ্যান

১০। কোনো বিদ্যালয়ের ৯ম শ্রেণির 56 জন শিক্ষার্থীর বাংলা বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	27 – 36	37 – 46	47 – 56	57 – 66	67 – 76	77 – 86	87 – 96
গণসংখ্যা	7	10	13	9	5	8	4

ক. উদ্দীপকের আলোকে প্রচুরক শ্রেণি থেকে $(f_1 + f_2)$ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত সারণির মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ প্রদত্ত সারণির গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১। একটি বিদ্যালয়ের ১০ম শ্রেণির 45 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ :

46, 30, 75, 89, 48, 34, 75, 82, 67, 62, 76, 65, 79, 64, 68, 56, 73, 83, 57, 55, 92, 45, 77, 87, 78, 64, 85, 53, 63, 39, 48, 52, 37, 79, 83, 65, 53, 87, 65, 73, 49, 58, 40, 65, 90.

ক. 23, 29, 18, 15, 39, 27, 22, 31, 24 উপাত্তগুলোর মধ্যক নির্ণয় কর। ২

খ. শ্রেণি ব্যবধান 10 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখার অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর																														
	১	গ	২	ক	৩	ঘ	৪	খ	৫	ঘ	৬	খ	৭	ঘ	৮	গ	৯	খ	১০	ক	১১	গ	১২	ক	১৩	খ	১৪	*	১৫	ঘ
	১৬	গ	১৭	খ	১৮	খ	১৯	ঘ	২০	ক	২১	ঘ	২২	ঘ	২৩	ক	২৪	খ	২৫	খ	২৬	গ	২৭	ক	২৮	ঘ	২৯	খ	৩০	গ

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▶ ০১ $A = \{x \in Z : x^2 \le 9\}$

$B = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 13\}$

$C = \{x \in N : x$ বিজোড় সংখ্যা এবং $x < 13\}$

$S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = 2x + 3\}$

ক. $f(a) = \frac{2a-1}{2a+1}$ হলে $f\left(-\frac{1}{3}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে যেখানে, n হচ্ছে $(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা। ৪

গ. অন্বয় S কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(a) = \frac{2a-1}{2a+1}$

$$\therefore f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2\left(-\frac{1}{3}\right)-1}{2\left(-\frac{1}{3}\right)+1}$$

$$= \frac{-\frac{2}{3}-1}{-\frac{2}{3}+1}$$

$$= \frac{-\frac{5}{3}}{\frac{1}{3}}$$

$$= -\frac{5}{3} \times \frac{3}{1}$$

$= -5$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $B = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 13\}$

$= \{2, 3, 5, 7, 11\}$

$C = \{x \in N : x$ বিজোড় সংখ্যা এবং $x < 13\}$

$= \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

$\therefore B \cap C = \{2, 3, 5, 7, 11\} \cap \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

$= \{3, 5, 7, 11\}$

$\therefore P(B \cap C) = \{\varnothing, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{11\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{3, 11\}, \{5, 7\}, \{5, 11\}, \{7, 11\}, \{3, 5, 7\}, \{3, 5, 11\}, \{3, 7, 11\}, \{5, 7, 11\}, \{3, 5, 7, 11\}\}$

$(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা, $n = 4$

আবার, $P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 16 = 2^4 = 2^n$

$\therefore (B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা n হলে, $P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $A = \{x \in Z : x^2 \le 9\}$

এখানে, $0^2 = 0 < 9$

$(\pm 1)^2 = 1 < 9$

$(\pm 2)^2 = 4 < 9$

$(\pm 3)^2 = 9 = 9$

$(\pm 4)^2 = 16 \nless 9$

$\therefore A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

আবার, $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = 2x + 3\}$

এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = 2x + 3$ নির্ণয় করি :

x	– 3	– 2	– 1	0	1	2	3
y	– 3	– 1	1	3	5	7	9

যেহেতু $5 \notin A, 7 \notin A, 9 \notin A$

$\therefore (1, 5) \notin S, (2, 7) \notin S, (3, 9) \notin S$

সুতরাং, $S = \{(-3, -3), (-2, -1), (-1, 1), (0, 3)\}$

$\therefore$ ডোমেন $S = \{-3, -2, -1, 0\}$, রেঞ্জ $S = \{-3, -1, 1, 3\}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০২ $a + b + c = m, a^2 + b^2 + c^2 = n$

ক. $x^4 - 3x^2 + 1$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. $a = 0, m = 4$ এবং $n = 10$ হলে $b^5 + c^5$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $m = 0$ হলে, প্রমাণ কর যে,
$\frac{(b+c)^2}{12bc} + \frac{(c+a)^2}{12ca} + \frac{(a+b)^2}{12ab} = \frac{1}{4}$ ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক $x^4 - 3x^2 + 1$

$= (x^2)^2 - 2.x^2.1 + 1^2 - x^2$

$= (x^2 - 1)^2 - x^2$

$= (x^2 - 1 + x)(x^2 - 1 - x)$

$= (x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $a + b + c = m, a^2 + b^2 + c^2 = n$

$a = 0, m = 4$ এবং $n = 10$ হলে,

$b + c = 4, b^2 + c^2 = 10$

আমরা জানি,

$(b + c)^2 = b^2 + c^2 + 2bc$

বা, $4^2 = 10 + 2bc$

বা, $2bc = 16 - 10$

বা, $2bc = 6$

$\therefore bc = 3$

$b^3 + c^3 = (b + c)^3 - 3bc(b + c)$

$= (4)^3 - 3.3.4$

$= 64 - 36$

$= 28$

এখন, $(b^3 + c^3)(b^2 + c^2) = 28 \times 10$

বা, $b^5 + b^3c^2 + c^3b^2 + c^5 = 280$

বা, $b^5 + c^5 + b^2c^2(b + c) = 280$

বা, $b^5 + c^5 + (bc)^2(b + c) = 280$

বা, $b^5 + c^5 + 3^2.4 = 280$

বা, $b^5 + c^5 + 36 = 280$

$\therefore b^5 + c^5 = 244$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $a + b + c = m$

$\therefore a + b + c = 0 \; [\because m = 0]$

বামপক্ষ $= \dfrac{(b + c)^2}{12bc} + \dfrac{(c + a)^2}{12ca} + \dfrac{(a + b)^2}{12ab}$

$= \dfrac{a(b^2 + c^2 + 2bc) + b(c^2 + a^2 + 2ca) + c(a^2 + b^2 + 2ab)}{12abc}$

$= \dfrac{ab^2 + ac^2 + 2abc + bc^2 + ba^2 + 2abc + ca^2 + cb^2 + 2abc}{12abc}$

$= \dfrac{ab^2 + ba^2 + ac^2 + ca^2 + bc^2 + cb^2 + 6abc}{12abc}$

$= \dfrac{ab(a + b) + ac(a + c) + bc(b + c) + 6abc}{12abc}$

$= \dfrac{ab(-c) + ac(-b) + bc(-a) + 6abc}{12abc} \; [\because a + b + c = 0]$

$= \dfrac{-abc - abc - abc + 6abc}{12abc}$

$= \dfrac{-3abc + 6abc}{12abc}$

$= \dfrac{3abc}{12abc}$

$= \dfrac{1}{4}$

= ডানপক্ষ

$\therefore \dfrac{(b + c)^2}{12bc} + \dfrac{(c + a)^2}{12ca} + \dfrac{(a + b)^2}{12ab} = \dfrac{1}{4}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৩ $A = 2, B = 3, C = 5$ এবং $D = 7$.

ক. সমাধান কর : $(\sqrt{7})^{5x-1} = (\sqrt[5]{7})^{2x-3}$ ২

খ. $\dfrac{(A)^{2x+1}.(B)^{2x+y}.(C)^{x+y}.(AB)^x}{(B)^{x-2}.(AB)^{2x+2}.(AC)^x.(BC)^y}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে,

$D\log\dfrac{AC}{B^2} - A\log\dfrac{C^2}{A^2B} + B\log\dfrac{B^4}{A^4C} = -\log2$ ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(\sqrt{7})^{5x-1} = \left(\sqrt[5]{7}\right)^{2x-3}$

বা, $7^{\frac{5x-1}{2}} = 7^{\frac{2x-3}{5}}$

বা, $\dfrac{5x - 1}{2} = \dfrac{2x - 3}{5}$

বা, $25x - 5 = 4x - 6$

বা, $21x = -1$

$\therefore x = -\dfrac{1}{21}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $A = 2, B = 3, C = 5$

$\therefore \dfrac{(A)^{2x+1}.(B)^{2x+y}.(C)^{x+y}.(AB)^x}{(B)^{x-2}.(AB)^{2x+2}.(AC)^x.(BC)^y}$

$= \dfrac{2^{2x+1}.3^{2x+y}.5^{x+y}.(2 \times 3)^x}{3^{x-2}.(2 \times 3)^{2x+2}.(2 \times 5)^x.(3 \times 5)^y}$

$= \dfrac{2^{2x+1}.3^{2x+y}.5^{x+y}.3^x.2^x}{3^{x-2}.3^{2x+2}.2^{2x+2}.5^x.2^x.3^y.5^y}$

$= \dfrac{2^{2x+1+x}.3^{2x+y+x}.5^{x+y}}{2^{2x+2+x}.3^{y-2+2x+2+y}.5^{x+y}}$

$= \dfrac{2^{3x+1}.3^{3x+y}.5^{x+y}}{2^{3x+2}.3^{3x+y}.5^{x+y}}$

$= 2^{3x+1-3x-2}.3^{3x+y-3x-y}.5^{x+y-x-y}$

$= 2^{-1}.3^0.5^0$

$= \dfrac{1}{2}.1.1 = \dfrac{1}{2}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $A = 2, B = 3, C = 5$ এবং $D = 7$

বামপক্ষ $= D\log\dfrac{AC}{B^2} - A\log\dfrac{C^2}{A^2B} + B\log\dfrac{B^4}{A^4C}$

$= 7\log\dfrac{2 \times 5}{3^2} - 2\log\dfrac{5^2}{2^2 \times 3} + 3\log\dfrac{3^4}{2^4 \times 5}$

$= \log\left(\dfrac{2.5}{3^2}\right)^7 + \log\left(\dfrac{3^4}{2^4.5}\right)^3 - \log\left(\dfrac{5^2}{2^2.3}\right)^2$

$= \log\left(\dfrac{2^7.5^7}{3^{14}}\right) + \log\left(\dfrac{3^{12}}{2^{12}.5^3}\right) - \log\dfrac{5^4}{2^4.3^2}$

$= \log\left(\dfrac{2^7.5^7}{3^{14}}.\dfrac{3^{12}}{2^{12}.5^3}\right) - \log\dfrac{5^4}{2^4.3^2}$

$= \log\dfrac{\dfrac{2^7.5^7}{3^{14}}.\dfrac{3^{12}}{2^{12}.5^3}}{\dfrac{5^4}{2^4.3^2}}$

$= \log\left(\dfrac{2^7.5^7.3^{12}}{3^{14}.2^{12}.5^3} \times \dfrac{2^4.3^2}{5^4}\right)$

$= \log\left(\dfrac{2^{11}.3^{14}.5^7}{3^{14}.2^{12}.5^7}\right)$

$= \log(2^{11-12}.3^{14-14}.5^{7-7})$

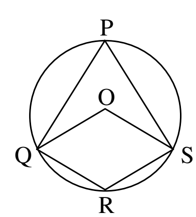
$= \log 2^{-1}.3^0.5^0$

$= \log(2^{-1} \times 1 \times 1)$

$= -\log 2.$

= ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৪



চিত্রে, PQRS চতুর্ভুজটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত যার কেন্দ্র O।

ক. বৃত্তটির ব্যাস 8.4 সে.মি. হলে বৃত্তটির পরিধি নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $2\angle QPS = \angle QOS$. ৪

গ. PR এবং QS কর্ণদ্বয় পরস্পরকে M বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle POQ + \angle ROS = 2\angle PMQ$ ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

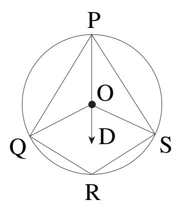
ক দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাস, $d = 8.4$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তটির পরিধি $= \pi d$ সে.মি.

$= 3.1416 \times 8.4$ সে.মি.

$= 26.39$ সে.মি. **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQRS বৃত্তের একই চাপ QRS এর উপর দণ্ডায়মান $\angle QPS$ বৃত্তস্থ এবং $\angle QOS$ কেন্দ্রস্থ কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $2\angle QPS = \angle QOS$।

অঙ্কন : কেন্দ্রগামী রেখাংশ PD অঙ্কন করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ΔPOQ-এর বহিঃস্থ কোণ $\angle QOD = \angle QPO + \angle PQO$

[বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত দুই কোণের সমষ্টির সমান]

ধাপ-২ : ΔPOQ-এ

$OP = OQ$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \angle QPO = \angle PQO$

ধাপ-৩ : ধাপ (১) ও (২) থেকে পাই,

$\angle QOD = 2\angle QPO$

ধাপ-৪ : একইভাবে ΔPOS থেকে পাই,

$\angle SOD = 2\angle SPO$

ধাপ-৫ : ধাপ (৩) ও (৪) থেকে

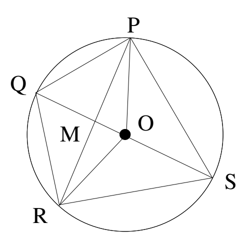
$\angle QOD + \angle SOD = 2\angle QPO + 2\angle SPO$

বা, $\angle QOS = 2(\angle QPO + \angle SPO)$

বা, $\angle QOS = 2\angle QPS$

$\therefore 2\angle QPS = \angle QOS$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। PQRS চতুর্ভুজের PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পর M বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle POQ + \angle ROS = 2\angle PMQ$.

অঙ্কন : O, P; O, R যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : PQ চাপের উপর অবস্থিত

কেন্দ্রস্থ $\angle POQ = 2$ বৃত্তস্থ $\angle PSQ$

[$\because$ বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ-২ : RS চাপের উপর অবস্থিত

কেন্দ্রস্থ $\angle ROS = 2$ বৃত্তস্থ $\angle SPR$ [একই কারণে]

ধাপ-৩ : $\angle POQ + \angle ROS = 2(\angle PSQ + \angle SPR)$

[ধাপ (১) ও (২) থেকে]

$= 2(\angle PSM + \angle SPM)$

ধাপ-৪ : ΔSPM এর বহিঃস্থ $\angle PMQ =$ অন্তঃস্থ $(\angle PSM + \angle SPM)$

$\therefore \angle POQ + \angle ROS = 2\angle PMQ$. [ধাপ (৩) থেকে] **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৫ DEFG চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক।

ক. প্রমাণ কর যে, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ। ২

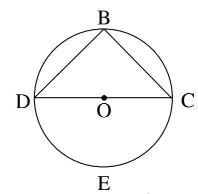
খ. প্রমাণ কর যে, D, E, F ও G বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। ৪

গ. DF রেখা যদি $\angle EDG$ এর সমদ্বিখণ্ডক হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $EF = FG$ ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক **বিশেষ নির্বচন :** O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে CD একটি ব্যাস এবং $\angle DBC$ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle DBC =$ এক সমকোণ।



অঙ্কন : DC এর যে পাশে B বিন্দু অবস্থিত, তার বিপরীত পাশে বৃত্তের উপর একটি বিন্দু E নিই।

প্রমাণ :

ধাপ-১. DEC চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ

$\angle DBC = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ সরলকোণ $\angle DOC$)

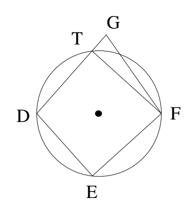
[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

ধাপ-২. কিন্তু সরলকোণ $\angle DOC =$ দুই সমকোণ।

$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2}$ (দুই সমকোণ) $=$ এক সমকোণ।

অর্থাৎ, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, DEFG চতুর্ভুজে $\angle DEF + \angle DGF = 180°$। প্রমাণ করতে হবে যে, D, E, F, G বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

অঙ্কন : যেহেতু D, E, F বিন্দু তিনটি সমরেখ নয়, সুতরাং বিন্দু তিনটি দিয়ে যায় এরূপ একটি ও কেবল একটি বৃত্ত আছে। মনে করি, বৃত্তটি DG রেখাংশকে T বিন্দুতে ছেদ করে। F, T যোগ করি।

প্রমাণ :

অঙ্কন অনুসারে DEFT বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।

সুতরাং, $\angle DEF + \angle DTF = 180°$ [বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

কিন্তু $\angle DEF + \angle DGF = 180°$ [দেওয়া আছে]

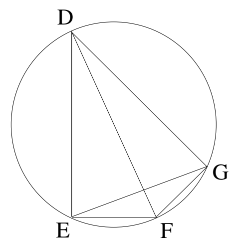
$\therefore \angle DTF = \angle DGF$

কিন্তু তা অসম্ভব। কারণ চিত্রে ΔFTG এর বহিঃস্থ $\angle DTF >$ বিপরীত অন্তঃস্থ $\angle DGF$।

সুতরাং, T এবং G বিন্দুদ্বয় ভিন্ন হতে পারে না। T বিন্দু অবশ্যই G বিন্দুর সাথে মিলে যাবে।

অতএব, D, E, F, G বিন্দু চারটি সমবৃত্ত **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, DEFG চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক। অর্থাৎ, DEFG চতুর্ভুজটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত এবং D, E, F, G বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। DF রেখা, $\angle EDG$ এর সমদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ করতে হবে যে, EF = FG.

অঙ্কন : E, G যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. দেওয়া আছে, DF, $\angle EDG$ এর সমদ্বিখণ্ডক

$\angle EDF = \angle GDF$ .... (i)

ধাপ-২. এখন একই চাপ FG এ অবস্থিত বলে,

$\angle GDF = \angle GEF$...........................(ii)

[বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান।]

আবার, একই চাপ EF এ অবস্থিত বলে,

$\angle EDF = \angle EGF$ [একই কারণে]

বা, $\angle GDF = \angle EGF$ [(i) নং হতে মান বসিয়ে]

বা, $\angle GEF = \angle EGF$ [(ii) নং হতে মান বসিয়ে]

এখন, ΔEFG এর $\angle EGF = \angle GEF$ হওয়ায় EF = FG.

[ত্রিভুজের সমান সমান কোণদ্বয়ের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

$\therefore$ EF = FG. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৬ একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a = b = 5 সে.মি., c = 6 সে.মি. এবং একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 4.5 সে.মি.।

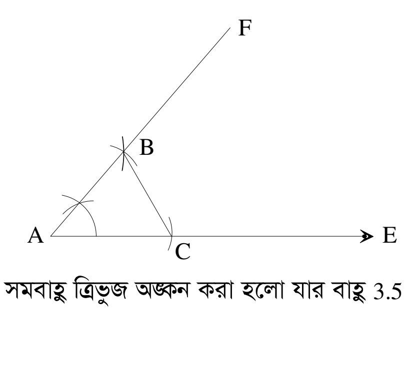
ক. 3.5 সে.মি. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে ত্রিভুজটি আঁক এবং ত্রিভুজটির অন্তঃবৃত্ত অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. উদ্দীপকের তথ্য অনুসারে বৃত্তটি অঙ্কন কর এবং উক্ত বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক অঙ্কন কর যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 50° হয়। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

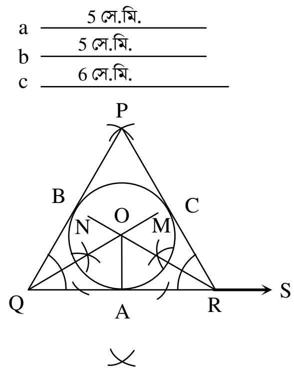
৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ABC সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন করা হলো যার বাহু 3.5 সে.মি.।

খ



দেওয়া আছে, একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a = b = 5 সে.মি. এবং c = 6 সে.মি. ত্রিভুজটি এঁকে তার অন্তর্বৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. QS রশ্মি থেকে c = 6 সে.মি. এর সমান করে QR রেখাংশ কেটে নিই।

২. Q ও R বিন্দুকে কেন্দ্র করে a = b = 5 সে.মি. এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে QR এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি বৃত্তচাপ দুটি পরস্পরকে p বিন্দুতে ছেদ করে। Q, P ও R, P যোগ করি। তাহলে, PQR-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ, যার অন্তর্বৃত্ত আঁকতে হবে।

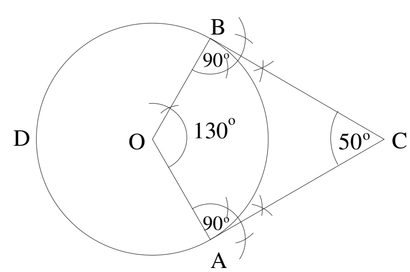
৩. $\angle PQR$ ও $\angle PRQ$ এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে QM ও RN আঁকি যা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. O হতে QR এর উপর OA লম্ব আঁকি যা QR কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. এখন, O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি যা PQ, QR ও PR বাহুত্রয়কে যথাক্রমে B, A ও C বিন্দুতে স্পর্শ করে।

তাহলে ABC-ই উদ্দিষ্ট অন্তর্বৃত্ত।

গ



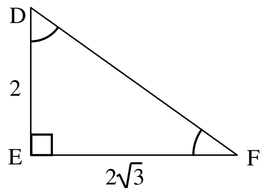
মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট এবং 3.5 সে.মি. ব্যাসার্ধের ABD একটি বৃত্ত। ABD বৃত্তে এরূপ দু'টি স্পর্শক আঁকতে হবে যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle y = 50°$ হয়।

অঙ্কনের বিবরণ :

১. OA যেকোনো ব্যাসার্ধ নিই এবং $\angle AOB = 130°$ আঁকি। OB রশ্মি বৃত্তটিকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

২. OB রেখার ওপর B বিন্দুতে এবং OA রেখার ওপর A বিন্দুতে দুটি লম্ব টানি। মনে করি, এই লম্বদ্বয় C বিন্দুতে মিলিত হয় তাহলে, AC ও BC-ই নির্ণেয় স্পর্শকদ্বয়, যাদের অন্তর্ভুক্ত $\angle ACB = 50°$ হবে।

প্রশ্ন ▸ ০৭ (i)



চিত্রে, $\angle EDF = 5x + 2y$ এবং $\angle DFE = x + 4y$

(ii) $p = \cot\theta$ এবং $q = \cos\theta$

ক. $\cos(\alpha + 30°) = 0$ হলে $\sin\frac{\alpha}{2}$ এর মান কত? ২

খ. x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $p + q = a, p - q = b$ হলে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{16}(a^2 - b^2)^2 = ab$ ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\cos(\alpha + 30°) = 0$

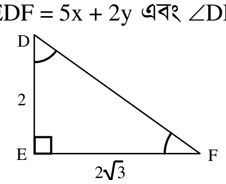
বা, $\cos(\alpha + 30°) = \cos 90°$

বা, $\alpha + 30° = 90°$

বা, $\alpha = 60°$

$\therefore \sin\frac{\alpha}{2} = \sin\frac{60°}{2} = \sin 30° = \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $\angle EDF = 5x + 2y$ এবং $\angle DFE = x + 4y$



চিত্র হতে,

$\tan\angle DFE = \frac{DE}{EF}$

বা, $\tan\angle DFE = \frac{2}{2\sqrt{3}}$

বা, $\tan\angle DFE = \tan 30°$

বা, $\angle DFE = 30°$

বা, $x + 4y = 30°$

বা, $x = 30° - 4y$ ... ... (i)

আবার, $\tan\angle EDF = \frac{EF}{DE}$

বা, $\tan\angle EDF = \frac{2\sqrt{3}}{2}$

বা, $\tan\angle EDF = \tan 60°$

বা, $\angle EDF = 60°$

বা, $5x + 2y = 60°$

বা, $5(30° - 4y) + 2y = 60°$ [(i) নং হতে]

বা, $150° - 20y + 2y = 60°$

বা, $150° - 60° = 20y - 2y$

বা, $90° = 18y$

$\therefore y = 5°$

y এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x = 30° - 4 \times 5°$

$= 30° - 20°$

$= 10°$

$\therefore x = 10°$ এবং $y = 5°$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $p = \cot\theta$ এবং $q = \cos\theta$

আবার, $p + q = a$ $\quad p - q = b$

$\therefore \cot\theta + \cos\theta = a$ $\quad \therefore \cot\theta - \cos\theta = b$

বামপক্ষ $= \frac{1}{16}(a^2 - b^2)^2$

$= \frac{1}{16}\{(\cot\theta + \cos\theta)^2 - (\cot\theta - \cos\theta)^2\}^2$

[a ও b এর মান বসিয়ে]

$= \frac{1}{16}(4.\cot\theta.\cos\theta)^2$ [$\because (a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$]

$= \frac{1}{16} \times 16(\cot^2\theta.\cos^2\theta)$

$= \cot^2\theta(1 - \sin^2\theta)$

$= \cot^2\theta - \cot^2\theta.\sin^2\theta$

$= \cot^2\theta - \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}.\sin^2\theta$

$= \cot^2\theta - \cos^2\theta$

$= (\cot\theta + \cos\theta)(\cot\theta - \cot\theta)$

$= ab$

= ডানপক্ষ

$\therefore \frac{1}{16}(a^2 - b^2)^2 = ab$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৮ একটি সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 20 সে.মি ও 15 সে.মি. এবং ক্ষুদ্রতর কর্ণের দৈর্ঘ্য 16 সে.মি.। আবার, একটি লোহার পাইপের বাইরের ব্যাস ৪ সে.মি. এবং ভিতরের ব্যাস 6 সে.মি. এবং পাইপটির উচ্চতা 10 মিটার। 1 ঘন সে.মি. পাইপের লোহার ওজন 7.2 গ্রাম।

ক. একটি বৃত্তের ব্যাস ও পরিধির পার্থক্য 25 সে.মি. হলে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ২

খ. সামান্তরিকটির অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. পাইপটির লোহার ওজন নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে,

বৃত্তের ব্যাস 2r এবং পরিধি $2\pi r$

প্রশ্নমতে, $2\pi r - 2r = 25$

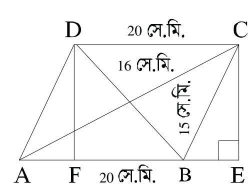
বা, $2r(\pi - 1) = 25$

ব, $2r = \frac{25}{\pi - 1}$

বা, $r = \frac{25}{2(\pi - 1)}$

$\therefore r = 5.84$ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ



মনে করি, ABCD সামান্তরিকের AC ও BD দুইটি কর্ণ এবং AC > BD। কর্ণ BD এর দৈর্ঘ্য 16 সে.মি.। C ও D বিন্দু হতে AB ও AB এর বর্ধিতাংশের উপর যথাক্রমে DF ও CE লম্ব আঁকি। তাহলে DF = CE। ABCD সামান্তরিকের AB = CD = 20 সে.মি., AD = BC = 15 সে.মি.।

$\therefore$ ΔABD এর অর্ধপরিসীমা $s = \frac{AB + BD + AD}{2}$

$= \frac{20 + 16 + 15}{2}$

$= \frac{51}{2} = 25.5$ সে.মি.

$\therefore$ ΔABD এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s - AB)(s - BD)(s - AD)}$

বা, $\frac{1}{2} \times AB \times DF = \sqrt{25.5(25.5 - 20)(25.5 - 16)(25.5 - 15)}$

বা, $\frac{1}{2} \times 20 \times DF = \sqrt{25.5 \times 5.5 \times 9.5 \times 10.5}$

বা, $10 \times DF = \sqrt{13989.9375}$

বা, $DF = \frac{118.28}{10} = 11.83$ সে.মি.

$\therefore$ $CE = DF = 11.83$ সে.মি.

আবার, ΔBEC এর $\angle E = 90°$

$\therefore$ $BE^2 + CE^2 = BC^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $BE^2 = BC^2 - CE^2$

বা, $BE = \sqrt{BC^2 - CE^2}$

$= \sqrt{(15)^2 - (11.83)^2}$

$= \sqrt{85.05}$

$\therefore$ $BE = 9.22$

$\therefore$ $AE = AB + BE = (20 + 9.22)$ সে.মি. $= 29.22$ সে.মি.

আবার, ΔAEC-এ $\angle E = 90°$

$\therefore$ $AC^2 = AE^2 + CE^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $AC^2 = (29.22)^2 + (11.83)^2$

বা, $AC^2 = 993.76$

বা, $AC = 993.76 = 31.52$ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য 31.52 সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

পাইপের বাইরের ব্যাস = ৪ সে.মি.

$\therefore$ পাইপের বাইরের ব্যাসার্ধ, $R = \frac{8}{2}$ " = 4 সে.মি.

এবং পাইপের ভিতরের ব্যাস = 6 সে.মি.

$\therefore$ পাইপের ভিতরের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{6}{2}$ " = 3 সে.মি.

এবং পাইপের উচ্চতা, h = 10 মি. = 1000 সে.মি.

$\therefore$ পাইপে লোহার আয়তন $= \pi R^2h - \pi r^2h$ ঘন সে.মি.

$= \pi h(R^2 - r^2)$

$= \pi \times 1000 \times (4^2 - 3^2)$ ঘন সে.মি.

$= 3.1416 \times 1000 \times 7$ ঘন সে.মি.

$= 21991.2$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

1 ঘন সে.মি. লোহার ওজন = 7.2 গ্রাম

$\therefore$ পাইপের লোহার ওজন $= (21991.2 \times 7.2)$ গ্রাম

$= \frac{21991.2 \times 7.2}{1000}$ কিলোগ্রাম

$= 158.3366$ কিলোগ্রাম (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ০৯ $p = \tan\beta$, $q = \cot\beta$ এবং $r = \sec\theta - \tan\theta$.

ক. $A = 30°$ হলে প্রমাণ কর যে, $\cos 2A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{p}{1 - q} + \frac{q}{1 - p} = \sec\beta \operatorname{cosec}\beta + 1.$ ৪

গ. $r = \frac{1}{a}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\cot\theta = \frac{2a}{a^2 - 1}$ ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = 30°$

বামপক্ষ $= \cos 2A$

$= \cos(2 \times 30°)$

$= \cos 60°$

$= \frac{1}{2}$

ডানপক্ষ $= \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$

$= \frac{1 - (\tan 30°)^2}{1 + (\tan 30°)^2}$

$= \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$

$= \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}}$

$= \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$

$= \frac{1}{2}$

$\therefore \cos 2A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$ **(প্রমাণিত)**

খ দেওয়া আছে, $p = \tan\beta$, $q = \cot\beta$

বামপক্ষ $= \frac{p}{1 - q} + \frac{q}{1 - p}$

$= \frac{\tan\beta}{1 - \cot\beta} + \frac{\cot\beta}{1 - \tan\beta}$

$= \frac{\frac{\sin\beta}{\cos\beta}}{1 - \frac{\cos\beta}{\sin\beta}} + \frac{\frac{\cos\beta}{\sin\beta}}{1 - \frac{\sin\beta}{\cos\beta}}$

$= \frac{\frac{\sin\beta}{\cos\beta}}{\frac{\sin\beta - \cos\beta}{\sin\beta}} + \frac{\frac{\cos\beta}{\sin\beta}}{\frac{\cos\beta - \sin\beta}{\cos\beta}}$

$= \frac{\sin\beta}{\cos\beta} \times \frac{\sin\beta}{\sin\beta - \cos\beta} + \frac{\cos\beta}{\sin\beta} \times \frac{\cos\beta}{\cos\beta - \sin\beta}$

$= \frac{\sin^2\beta}{\cos\beta(\sin\beta - \cos\beta)} + \frac{\cos^2\beta}{-\sin\beta(\sin\beta - \cos\beta)}$

$= \frac{\sin^3\beta - \cos^3\beta}{\cos\beta\sin\beta(\sin\beta - \cos\beta)}$

$= \frac{(\sin\beta - \cos\beta)(\sin^2\beta + \sin\beta\cos\beta + \cos^2\beta)}{\cos\beta\sin\beta(\sin\beta - \cos\beta)}$

$= \frac{(\sin^2\beta + \cos^2\beta + \sin\beta \cos\beta)}{\sin\beta\cos\beta}$

$= \frac{1 + \sin\beta\cos\beta}{\sin\beta\cos\beta}$ $[\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

$= \frac{1}{\sin\beta\cos\beta} + \frac{\sin\beta\cos\beta}{\sin\beta\cos\beta}$

$= \frac{1}{\cos\beta} \cdot \frac{1}{\sin\beta} + 1$

$= \sec\beta.\text{cosec}\beta + 1$

= ডানপক্ষ

$\therefore \frac{p}{1-q} + \frac{q}{1-p} = \sec\beta.\ \text{cosec}\beta + 1.$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $r = \sec\theta - \tan\theta$

$r = \frac{1}{a}$ হলে, $\sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{a}$

বা, $\frac{1}{\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{a}$

বা, $\frac{1-\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{a}$

বা, $\sqrt{\frac{(1-\sin\theta)^2}{\cos^2\theta}} = \frac{1}{a}$

বা, $\sqrt{\frac{(1-\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta}} = \frac{1}{a}$

বা, $\sqrt{\frac{(1-\sin\theta)(1-\sin\theta)}{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)}} = \frac{1}{a}$

বা, $\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta} = \frac{1}{a^2}$

বা, $\frac{1-\sin\theta+1+\sin\theta}{1-\sin\theta-1-\sin\theta} = \frac{1+a^2}{1-a^2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{-2\sin\theta} = \frac{1+a^2}{1-a^2}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} = \frac{a^2+1}{a^2-1}$

বা, $\text{cosec}\theta = \frac{a^2+1}{a^2-1}$

$\therefore \cot\theta = \sqrt{\text{cosec}^2\theta - 1}$

$= \sqrt{\left(\frac{a^2+1}{a^2-1}\right)^2 - 1}$

$= \sqrt{\frac{(a^2+1)^2-(a^2-1)^2}{(a^2-1)^2}}$

$= \sqrt{\frac{4.a^2.1}{(a^2-1)^2}}$

$= \frac{2a}{a^2-1}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১০ কোনো বিদ্যালয়ের ৯ম শ্রেণির 56 জন শিক্ষার্থীর বাংলা বিষয় প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	27–36	37–46	47–56	57–66	67–76	77–86	87–96
গণসংখ্যা	7	10	13	9	5	8	4

ক. উদ্দীপকের আলোকে প্রচুরক শ্রেণি থেকে $(f_1 + f_2)$ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত সারণির মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ প্রদত্ত সারণির গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 13 আছে (47 – 56) শ্রেণিতে।

∴ প্রচুরক শ্রেণি (47 – 56)।

এখানে, $f_1 = 13 - 10 = 3$

$f_2 = 13 - 9 = 4$

$\therefore (f_1 + f_2) = (3 + 4) = 7$ **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণি ব্যবধান	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
27 – 36	7	7
37 – 46	10	17
47 – 56	13	30
57 – 66	9	39
67 – 76	5	44
77 – 86	8	52
87 – 96	4	56

এখানে, $n = 56; \frac{n}{2} = \frac{56}{2} = 28$

অর্থাৎ, মধ্যক 28 তম পদ যা (47 – 56) শ্রেণিতে বিদ্যমান।

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 47 + (28 - 17) \times \frac{10}{13}$

$= 47 + \frac{110}{13}$

$= 47 + 8.46$

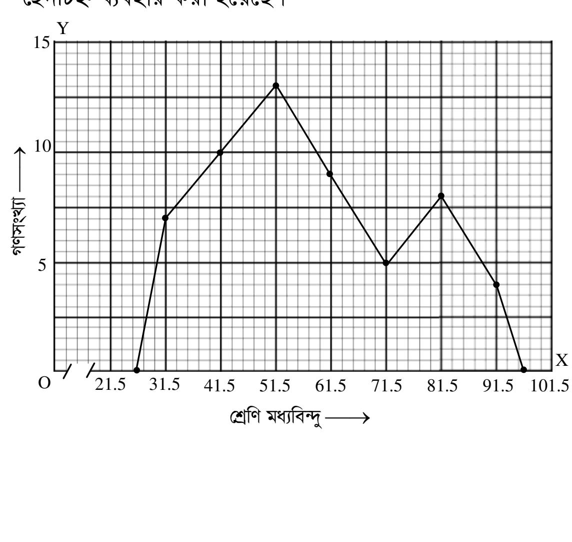
$= 55.46$ **(Ans.)**

এখানে,
$L = 47, n = 56$
$F_c = 17, h = 10$
$f_m = 13$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের সারণি :

শ্রেণি ব্যবধান	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
27 – 36	31.5	7
37 – 46	41.5	10
47 – 56	51.5	13
57 – 66	61.5	9
67 – 76	71.5	5
77 – 86	81.5	8
87 – 96	91.5	4

ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক এবং y অক্ষ বরাবর প্রতি 2 বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 21.5 বিন্দু পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদচিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▸ ১১ একটি বিদ্যালয়ের ১০ম শ্রেণির 45 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ :

46, 30, 75, 89, 48, 34, 75, 82, 67, 62, 76, 65, 79, 64, 68, 56, 73, 83, 57, 55, 92, 45, 77, 87, 78, 64, 85, 53, 63, 39, 48, 52, 37, 79, 83, 65, 53, 87, 65, 73, 49, 58, 40, 65, 90

ক. 23, 29, 18, 15, 39, 27, 22, 31, 24 উপাত্তগুলোর মধ্যক নির্ণয় কর। ২

খ. শ্রেণি ব্যবধান 10 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখার অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই,

15, 18, 22, 23, 24, 27, 29, 31, 39

এখানে, উপাত্ত সংখ্যা 9টি; যা বিজোড় সংখ্যা।

$\therefore$ মধ্যক $= \frac{9+1}{2}$ তম পদ

$= \frac{10}{2}$ তম পদ

$= 5$ তম পদ

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যক 24 **(Ans.)**

খ এখানে, সর্বোচ্চ নম্বর = 92

সর্বনিম্ন নম্বর = 30

$\therefore$ পরিসর $= (92 - 30) + 1 = 63$

শ্রেণি ব্যবধান 10 ধরে শ্রেণি সংখ্যা $= \frac{63}{10} = 6.3 \approx 7$

শ্রেণি ব্যবধান 10 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

শ্রেণি ব্যবধান	ট্যালি	গণসংখ্যা f_i	মধ্যবিন্দু x_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
30 – 39	||||	4	34.5	– 3	– 12
40 – 49	~~||||~~ |	6	44.5	– 2	– 12
50 – 59	~~||||~~ ||	7	54.5	– 1	– 7
60 – 69	~~||||~~ ~~||||~~	10	64.5 ← a	0	0
70 – 79	~~||||~~ ||||	9	74.5	1	9
80 – 89	~~||||~~ ||	7	84.5	2	14
90 – 99	||	2	94.5	3	6
		n = 45			$\Sigma f_iu_i = -2$

$\therefore$ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

$= 64.5 + \frac{-2}{45} \times 10$

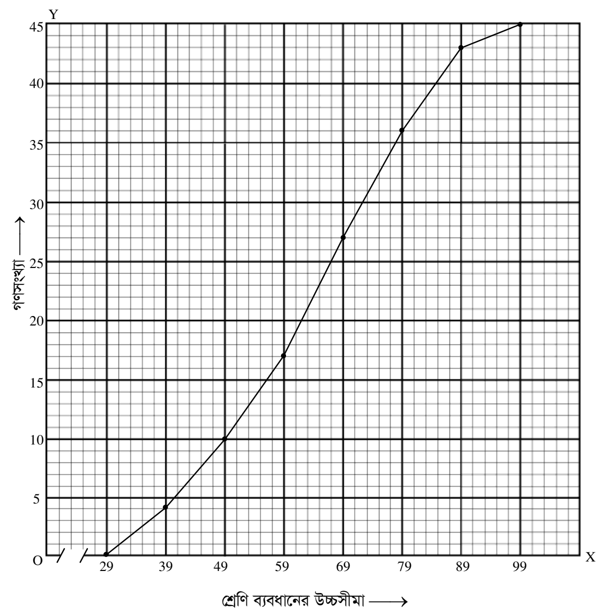
$= 64.5 - \frac{20}{45}$

$= 64.06$ (প্রায়) **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের সারণি :

শ্রেণি ব্যবধান	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
30 – 39	4	4
40 – 49	6	10
50 – 59	7	17
60 – 69	10	27
70 – 79	9	36
80 – 89	7	43
90 – 99	2	45

ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 2 একক ধরে এবং y অক্ষ বরাবর প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 29 পর্যন্ত ঘরগুলো বিদ্যমান বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



যশোর বোর্ড-২০২৩

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৩ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ৩০ মিনিট — পূর্ণমান : ৩০

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১. **0.0000625 এর বৈজ্ঞানিক রূপ নিচের কোনটি?**
ক 6.25×10^5 খ 6.25×10^4 গ 6.25×10^{-4} ঘ 6.25×10^{-5}

☐ **25 + 21 + 17 + ... – 19 ধারাটি থেকে ২ ও ৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

২. **ধারাটির পদসংখ্যা কত?**
ক 13 খ 12 গ 11 ঘ 10

৩. **ধারাটির প্রথম দশ পদের সমষ্টি কত?**
ক 70 খ 140 গ 305 ঘ 430

৪. **$\tan\theta = \frac{4}{5}$ হলে $\frac{\text{cosec}\theta}{\cot\theta}$ = কত?**
ক $\frac{\sqrt{41}}{4}$ খ $\frac{\sqrt{41}}{5}$ গ $\frac{5}{\sqrt{41}}$ ঘ $\frac{4}{\sqrt{41}}$

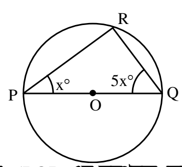
৫. **$\cot(\theta - 60°) = \sqrt{3}$ হলে $\cos\theta$ = কত?**
ক 0 খ $\frac{1}{2}$ গ 1 ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

৬. **$\sin\theta\sqrt{\text{cosec}^2\theta - 1}$ = কত?**
ক $\sin\theta$ খ $\cos\theta$ গ $\tan\theta$ ঘ $\cot\theta$

৭. **একটি বিষম বাহু ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্তের কেন্দ্র কোনটি?**
ক দুইটি মধ্যমার ছেদবিন্দু
খ দুইটি বাহুর লম্বদ্বিখণ্ডকের ছেদবিন্দু
গ দুইটি কোণের সমদ্বিখণ্ডকের ছেদবিন্দু
ঘ দুইটি শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বের ছেদবিন্দু

৮. **26 cm ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র থেকে 5 cm দূরে অবস্থিত জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত?**
ক 12 cm খ 18 cm গ 21 cm ঘ 24 cm

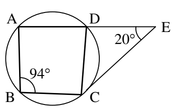
৯.



চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ∠PQR এর সম্পূরক কোণ কত?
ক 15° খ 75° গ 105° ঘ 165°

১০. **নিচের কোন যুগল কোণ দ্বারা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ আঁকা যায়?**
ক 70° ও 40° খ 36° ও 74° গ 63° ও 34° ঘ 40° ও 50°

১১.

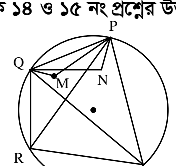


চিত্রে ∠DCE = কত?
ক 106° খ 86° গ 74° ঘ 66°

১২. **দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে তাদের মধ্যে সর্বোচ্চ কয়টি সাধারণ স্পর্শক আঁকা সম্ভব?**
ক 4টি খ 3টি গ 2টি ঘ 1টি

১৩. **উপচাপের অনুবন্ধী চাপে অন্তর্লিখিত কোণ কোন ধরনের কোণ?**
ক সূক্ষ্মকোণ খ স্থূলকোণ গ সমকোণ ঘ সরলকোণ

☐ **নিচের তথ্যের আলোকে ১৪ ও ১৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

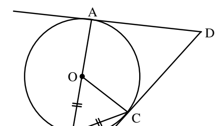


চিত্রে, ∠QPR ও ∠PQR এর সমদ্বিখণ্ডক M বিন্দুতে এবং ∠PQS ও ∠QPS এর সমদ্বিখণ্ডক N বিন্দুতে মিলিত হয়। আবার PQ ≠ QR ≠ RS ≠ PS.

১৪. **নিচের কোনটি সঠিক?**
ক ∠QPR = ∠PRQ খ ∠QPR = ∠QSR
গ $\frac{1}{2}$∠PSQ = ∠PRQ ঘ $\frac{1}{2}$∠PNQ = ∠PSQ

১৫. চিত্রে –
i. P, Q, M, N বিন্দু চারটি সমবৃত্ত ii. ∠PSR = 180° – ∠PQR
iii. $\frac{1}{2}$∠PRQ = ∠PMQ – 90°
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৬.



চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে DA ও DC দুইটি স্পর্শক।
চিত্রানুসারে–
i. DA = DC ii. ∠ADC = 60° iii. ΔBOC সমবাহু ত্রিভুজ
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

☐ **নিচের তথ্যের আলোকে ১৭ ও ১৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

শ্রেণিব্যাপ্তি	21 – 25	26 – 30	31 – 35	36–40	41–45
গণসংখ্যা	3	6	6	7	4

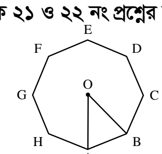
১৭. **প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান কত?**
ক 28 খ 33 গ 38 ঘ 43

১৮. **মধ্যক নির্ণয়ের জন্য F_C এর মান নিচের কোনটি?**
ক 6 খ 7 গ 9 ঘ 15

১৯. **একটি রম্বসের দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 8 একক ও 12 একক হলে এর ক্ষেত্রফল কত?**
ক 40 বর্গ একক খ 48 বর্গ একক গ 96 বর্গ একক ঘ 192 বর্গ একক

২০. **কোনো ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 7 সে.মি. ও 12 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 30° হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?**
ক 21 বর্গ সে.মি. খ 42 বর্গ সে.মি.
গ $21\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. ঘ $42\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

☐ **নিচের তথ্যের আলোকে ২১ ও ২২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



চিত্রে, ABCDEFGH বহুভুজের কেন্দ্র O এবং OA = 2 cm।

২১. **2∠OAB = কত?**
ক 60° খ 90° গ 120° ঘ 135°

২২. **বহুভুজটির ক্ষেত্রফল কত?**
ক $6\sqrt{2}$ cm² খ $8\sqrt{2}$ cm² গ $6\sqrt{3}$ cm² ঘ $8\sqrt{3}$ cm²

২৩. **Q = {x, y, z} এবং R = {q, r} হলে Q\R এর প্রকৃত উপসেট কয়টি?**
ক 3টি খ 4টি গ 7টি ঘ 8টি

২৪. **$f(x) = x^4 + 5x + 3$ হলে $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ = কত?**
ক $\frac{3}{8}$ খ $\frac{7}{16}$ গ $\frac{9}{16}$ ঘ $\frac{5}{8}$

২৫. **$x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ হলে $\frac{2}{x}$ = কত?**
ক $\sqrt{3} - \sqrt{5}$ খ $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ গ $\frac{1}{2}(\sqrt{3} - \sqrt{5})$ ঘ $\frac{1}{2}(\sqrt{5} - \sqrt{3})$

২৬. **$x^2 - \sqrt{6}\,x + 1 = 0$ হলে $x - \frac{1}{x}$ = কত?**
ক $\sqrt{2}$ খ 2 গ $\sqrt{6}$ ঘ 10

২৭. **কোনো বহুপদী $f(x)$ কে $(2x + 1)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ নিচের কোনটি?**
ক $f(1)$ খ $f(-1)$ গ $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ঘ $f\left(-\frac{1}{2}\right)$

২৮. **একটি কলম 220 টাকায় বিক্রয় করলে 10% লাভ হয়। কলমটির ক্রয়মূল্য কত?**
ক 200 টাকা খ 210 টাকা গ 230 টাকা ঘ 242 টাকা

২৯. **$2^{3a+1} = 8$ হলে a এর মান কত?**
ক $\frac{3}{2}$ খ $\frac{4}{3}$ গ $\frac{3}{4}$ ঘ $\frac{2}{3}$

৩০. **$\log_x a = 3$ এবং $\log_a y = 2$ হলে $\log_x y$ এর মান কত?**
ক 1 খ 5 গ 6 ঘ 9

■ **খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।**

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

যশোর বোর্ড-২০২৩

গণিত (সৃজনশীল) বিষয় কোড : 1 0 9

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৩ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

১। $R = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x^2 \leq 50\}$
$S = (cx - dy, cd) = (cd, dx - cy)$

ক. $F(x) = x^3 - 2x + 3$ হলে, $F(-3)$ নির্ণয় কর। ২

খ. P(R) নির্ণয় করে দেখাও যে, P(R) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে, যেখানে n, R এর উপাদান সংখ্যা। ৪

গ. ক্রমজোড়ের নিয়মানুসারে S থেকে (x, y) এর মান নির্ণয় কর। ৪

২। (i) $p^2 + q^2 = \sqrt[4]{64}$

(ii) $p^2 - q^2 = \sqrt[4]{81}$

(iii) $(a + 2) + \frac{1}{(a + 2)} = 5$

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষন কর : $x^4 + 64$. ২

খ. $8p^2q^2 (p^4 + q^4)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. (iii) নং উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, $(a + 2)^5 + \frac{1}{(a + 2)^5} = 2525$ ৪

৩। $A = \frac{7^{m+1}}{(7^m)^{m-1}}$, $B = \frac{49^{m+1}}{(7^{m-1})^{m+1}}$
$C = \log (x + 5) + \log(x - 5) - 4 \log 2 - 2 \log 3$

ক. 32 এর 4 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $A \div B \times \sqrt{49} = \frac{1}{7}$. ৪

গ. C = 0 হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি

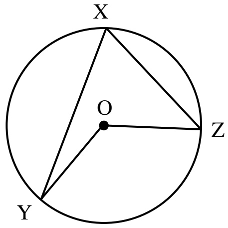
৪। $a = 3$ cm, $b = 7$ cm, $\angle x = 50°$ এবং $\angle y = 60°$

ক. 4 সে.মি. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন কর। ২

খ. ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x$ ও $\angle y$ এবং পরিসীমা (a + b) হলে, ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক)। ৪

গ. a ও b যথাক্রমে ট্রাপিজিয়ামের দুইটি সমান্তরাল বাহু এবং বৃহত্তর বাহু সংলগ্ন দুইট কোণ $(\angle x - 5°)$ ও $(\angle y - 5°)$। ট্রাপিজিয়ামটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক)। ৪

৫।



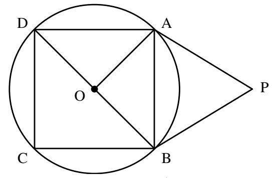
চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা XY > জ্যা XZ

ক. OZ = 3 সে.মি. হলে, XYZ বৃত্তের পরিধি কত সে.মি. হবে? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle YOZ = 2\angle YXZ$. ৪

গ. যদি $OE \perp XY$ এবং $OF \perp XZ$ হয় তবে প্রমাণ কর যে, OE < OF. ৪

৬।



চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং BD ব্যাস, PA ও PB দুটি স্পর্শক।

ক. AB = 6 সে.মি. এবং OB = 5 সে.মি. হলে, AD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle ADC + \angle ABC = 2$ সমকোণ। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, OP স্পর্শ জ্যা AB এর লম্ব-দ্বিখণ্ডক। ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭। $X = \tan\theta$, $Y = \cot\theta$ এবং $Z = \sin\theta$

ক. $x = \frac{5}{12}$ হলে Z এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{X}{1 - Y} + \frac{Y}{1 - X} = X + Y + 1$. ৪

গ. দেখাও যে, $(X + Z)^2 - (X - Z)^2 = 4\sqrt{X^2 - Z^2}$. ৪

৮। $U = \sin A + \cos A$ এবং $V = \sin A - \cos A$, যেখানে A সূক্ষ্মকোণ।

ক. A = 60° হলে, V এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. সমাধান কর : $U = \sqrt{2}$ ৪

গ. $\frac{U}{V} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$ হলে, A এর মান নির্ণয় কর। ৪

৯। (i) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 10 মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল $100\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়।

(ii) 6 সে.মি., 8 সে.মি. এবং 10 সে.মি. ধারবিশিষ্ট তিনটি ধাতব ঘনককে গলিয়ে একটি নতুন ঘনক তৈরি করা হলো।

ক. রম্বসের দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 20 সে.মি. এবং 24 সে.মি.। রম্বসের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. (i) অনুসারে সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) অনুসারে নতুন ঘনকটির কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

ঘ বিভাগ : পরিসংখ্যান

১০। 33টি পরিবারের মাসিক খরচের (হাজার টাকায়) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

খরচ (হাজার টাকায়)	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44
পরিবারের সংখ্যা	5	7	11	4	6

ক. প্রদত্ত সারণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২

খ. প্রদত্ত উপাত্তের প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১। 36 জন শিক্ষার্থীর দশম শ্রেণির গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
গণসংখ্যা	4	6	9	7	10

ক. প্রদত্ত সারণি হতে প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভরেখা অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর																														
	১	ঘ	২	খ	৩	ক	৪	খ	৫	ক	৬	খ	৭	গ	৮	ঘ	৯	গ	১০	ক	১১	ঘ	১২	খ	১৩	ক	১৪	খ	১৫	ঘ
	১৬	ঘ	১৭	গ	১৮	গ	১৯	খ	২০	ক	২১	ঘ	২২	খ	২৩	গ	২৪	গ	২৫	খ	২৬	ক	২৭	ঘ	২৮	ক	২৯	ঘ	৩০	গ

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▶ ০১ $R = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x^2 \le 50\}$

$S = (cx - dy, cd) = (cd, dx - cy)$

ক. $F(x) = x^3 - 2x + 3$ হলে, $F(-3)$ নির্ণয় কর। ২

খ. $P(R)$ নির্ণয় করে দেখাও যে, $P(R)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে, যেখানে n, R এর উপাদান সংখ্যা। ৪

গ. ক্রমজোড়ের নিয়মানুসারে S থেকে (x, y) এর মান নির্ণয় কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $F(x) = x^3 - 2x + 3$

$\therefore F(-3) = (-3)^3 - 2(-3) + 3$
$= -27 + 6 + 3$
$= -27 + 9$
$= -18$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $R = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x^2 \le 50\}$

এখানে, $2^2 = 4 < 50$
$3^2 = 9 < 50$
$5^2 = 25 < 50$
$7^2 = 49 < 50$
$11^2 = 121 > 50$
$\therefore R = \{2, 3, 5, 7\}$
$\therefore P(R) = \{\varnothing, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}\}$

R সেটের উপাদান সংখ্যা, $n = 4$

এবং $P(R)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 16 = 2^4 = 2^n$

$\therefore$ R এর উপাদান সংখ্যা n হলে, $P(R)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $S = (cx - dy, cd) = (cd, dx - cy)$

ক্রমজোড়ের শর্তানুসারে, $cx - dy = cd$ ... ... (i)
$dx - cy = cd$ ... ... (ii)

(i) নং কে d এবং (ii) নং c দ্বারা গুণ করে পাই,

$cdx - d^2y = cd^2$
$cdx - c^2y = c^2d$
$(-) \quad (+) \quad (-)$

$-d^2y + c^2y = cd^2 - c^2d$ [বিয়োগ করে]

বা, $-y(d^2 - c^2) = cd(d - c)$

বা, $-y = \dfrac{cd(d - c)}{(d^2 - c^2)}$

বা, $-y = \dfrac{cd(d - c)}{(d + c)(d - c)}$

$\therefore y = -\dfrac{cd}{c + d}$

y এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$cx - d\left(-\dfrac{cd}{c + d}\right) = cd$

বা, $cx + \dfrac{cd^2}{c + d} = cd$

বা, $cx = cd - \dfrac{cd^2}{c + d}$

বা, $x = d - \dfrac{d^2}{c + d}$

বা, $x = \dfrac{cd + d^2 - d^2}{c + d}$

$\therefore x = \dfrac{cd}{c + d}$

$\therefore$ নির্ণেয় $(x, y) = \left(\dfrac{cd}{c + d}, -\dfrac{cd}{c + d}\right)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০২ (i) $p^2 + q^2 = \sqrt[4]{64}$

(ii) $p^2 - q^2 = \sqrt[4]{81}$

(iii) $(a + 2) + \dfrac{1}{(a + 2)} = 5$

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $x^4 + 64$. ২

খ. $8p^2q^2(p^4 + q^4)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. (iii) নং উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, $(a + 2)^5 + \dfrac{1}{(a + 2)^5} = 2525$ ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক $x^4 + 64$
$= (x^2)^2 + 2.x^2.8 + 8^2 - 16x^2$
$= (x^2 + 8)^2 - (4x)^2$
$= (x^2 + 8 + 4x)(x^2 + 8 - 4x)$
$= (x^2 + 4x + 8)(x^2 - 4x + 8)$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $p^2 + q^2 = \sqrt[4]{64}$
$= \sqrt[4]{(2\sqrt{2})^4}$
$= 2\sqrt{2}$

এবং $p^2 - q^2 = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

$\therefore 8p^2q^2(p^4 + q^4) = 4p^2q^2 \times 2\{(p^2)^2 + (q^2)^2\}$
$= \{(p^2 + q^2)^2 - (p^2 - q^2)^2\}\{(p^2 + q^2)^2 + (p^2 - q^2)^2\}$
$= \{(2\sqrt{2})^2 - (3)^2\}\{(2\sqrt{2})^2 + (3)^2\}$
$= (8 - 9)(8 + 9)$
$= (-1)(17)$
$= -17$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $(a+2)+\frac{1}{a+2}=5$

বা, $m+\frac{1}{m}=5$ [$a+2=m$ ধরে]

বা, $\left(m+\frac{1}{m}\right)^2=5^2$ [বর্গ করে]

বা, $m^2+2.m.\frac{1}{m}+\frac{1}{m^2}=25$

$\therefore m^2+\frac{1}{m^2}=23$

আবার, $m+\frac{1}{m}=5$

বা, $\left(m+\frac{1}{m}\right)^3=5^3$ [ঘন করে]

বা, $m^3+\frac{1}{m^3}+3.m.\frac{1}{m}\left(m+\frac{1}{m}\right)=125$

বা, $m^3+\frac{1}{m^3}+3.5=125$ $\left[\because m+\frac{1}{m}=5\right]$

$\therefore m^3+\frac{1}{m^3}=110$

এখন, $\left(m^2+\frac{1}{m^2}\right)\left(m^3+\frac{1}{m^3}\right)=23\times 110$

বা, $m^5+\frac{1}{m}+m+\frac{1}{m^5}=2530$

বা, $m^5+\frac{1}{m^5}+\left(m+\frac{1}{m}\right)=2530$

বা, $m^5+\frac{1}{m^5}+5=2530$

বা, $m^5+\frac{1}{m^5}=2525$

$\therefore (a+2)^5+\frac{1}{(a+2)^5}=2525$ [$\because a+2=m$]

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ০৩ $A=\frac{7^{m+1}}{(7^m)^{m-1}}$, $B=\frac{49^{m+1}}{(7^{m-1})^{m+1}}$

$C=\log(x+5)+\log(x-5)-4\log 2-2\log 3$

ক. 32 এর 4 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $A\div B\times\sqrt{49}=\frac{1}{7}$. ৪

গ. C = 0 হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\log_4 32=\log_4 2^5$

$=\log_4(\sqrt{4})^5$

$=\log_4 4^{\frac{5}{2}}$

$=\frac{5}{2}\log_4 4$

$=\frac{5}{2}.1$

$=\frac{5}{2}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $A=\frac{7^{m+1}}{(7^m)^{m-1}}$

$=\frac{7^{m+1}}{7^{m^2-m}}$

$=7^{m+1-m^2+m}$

$=7^{2m-m^2+1}$

এবং $B=\frac{49^{m+1}}{(7^{m-1})^{m+1}}$

$=\frac{(7^2)^{m+1}}{(7^{m-1})^{m+1}}$

$=\frac{7^{2m+2}}{7^{m^2-1}}$

$=7^{2m+2-m^2+1}$

$=7^{2m-m^2+3}$

$\therefore A\div B\times\sqrt{49}=(7^{2m-m^2+1}\div 7^{2m-m^2+3})\times 7$

$=7^{2m-m^2+1-2m+m^2-3}\times 7^1$

$=7^{-2}\times 7^1$

$=7^{-1}$

$=\frac{1}{7}$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে,

$C=\log(x+5)+\log(x-5)-4\log 2-2\log 3$

বা, $\log(x+5)+\log(x-5)-4\log 2-2\log 3=0$ [$\because C=0$]

বা, $\log(x+5)+\log(x-5)-(\log 2^4+\log 3^2)=0$

বা, $\log(x+5)(x-5)-\log(2^4\times 3^2)=0$

বা, $\log(x^2-5^2)-\log(16\times 9)=0$

বা, $\log(x^2-25)-\log 144=0$

বা, $\log\frac{x^2-25}{144}=0$

বা, $\log\frac{x^2-25}{144}=\log 1$ [$\because \log 1=0$]

বা, $\frac{x^2-25}{144}=1$

বা, $x^2-25=144$

বা, $x^2=169$

বা, $x=\sqrt{169}$

$\therefore x=13$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৪ a = 3 cm, b = 7 cm, $\angle x=50°$ এবং $\angle y=60°$

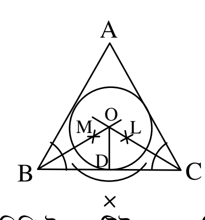
ক. 4 সে.মি. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন কর। ২

খ. ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x$ ও $\angle y$ এবং পরিসীমা (a + b) হলে, ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক)। ৪

গ. a ও b যথাক্রমে ট্রাপিজিয়ামের দুইটি সমান্তরাল বাহু এবং বৃহত্তর বাহু সংলগ্ন দুইট কোণ $(\angle x-5°)$ ও $(\angle y-5°)$। ট্রাপিজিয়ামটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক)। ৪

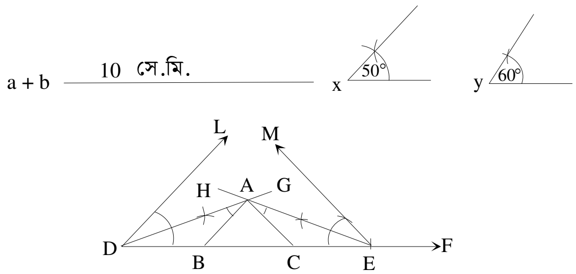
৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটিই 4 সে.মি. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ ΔABC এর অন্তর্বৃত্ত।

খ



মনে করি, একটি ত্রিভুজের পরিসীমা $a + b = 3 + 7 = 10$ সে.মি. এবং ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 50°$ ও $\angle y = 60°$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

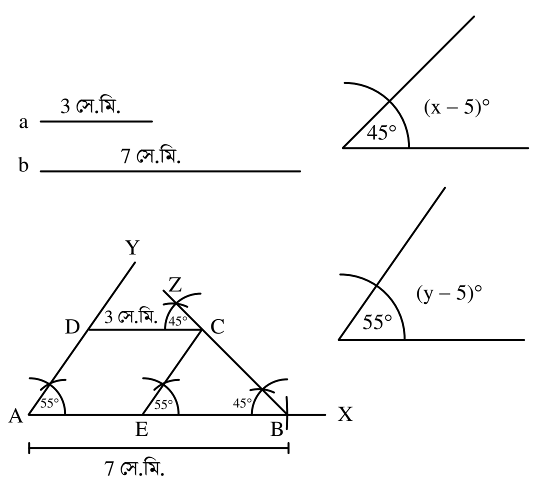
১. যেকোনো একটি রশ্মি DF থেকে পরিসীমা $a + b$ এর সমান করে DE অংশ কেটে নিই।

২. D ও E বিন্দুতে DE রেখাংশের একই পাশে $\angle x$ এর সমান $\angle EDL$ এবং $\angle y$ এর সমান $\angle DEM$ আঁকি।

৩. কোণ দুইটির সমদ্বিখণ্ডক DG ও EH আঁকি। মনে করি, DG ও EH রশ্মিদ্বয় পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. A বিন্দুতে $\angle ADE$ এর সমান $\angle DAB$ এবং $\angle AED$ এর সমান $\angle EAC$ আঁকি। AB এবং AC রশ্মিদ্বয় DE রেখাংশকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি AX থেকে $AB = b = 7$ সে.মি. নিই।

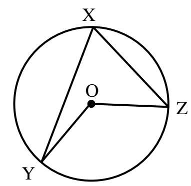
২. AB রেখাংশের A বিন্দুতে $55°$ এর সমান $\angle BAY$ এবং B বিন্দুতে $45°$ এর সমান $\angle ABZ$ আঁকি।

৩. আবার AB রেখাংশ থেকে $AE = a = 3$ সে.মি. কেটে নিই।

৪. E বিন্দুতে $EC \parallel AY$ আঁকি যা BZ রশ্মিকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. আবার $CD \parallel BA$ আঁকি যা AY রশ্মিকে D বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট ট্রাপিজিয়াম।

প্রশ্ন ▸ ০৫



চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা XY > জ্যা XZ

ক. OZ = 3 সে.মি. হলে, XYZ বৃত্তের পরিধি কত সে.মি. হবে? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle YOZ = 2\angle YXZ$. ৪

গ. যদি $OE \perp XY$ এবং $OF \perp XZ$ হয় তবে প্রমাণ কর যে, $OE < OF$. ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

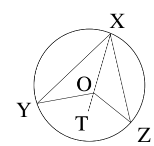
ক দেওয়া আছে, XYZ বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = OZ = 3$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তটির পরিধি $= 2\pi r$ সে.মি.

$= 2 \times 3.1416 \times 3$ সে.মি.

$= 18.85$ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট XYZ বৃত্তে YZ উপচাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ $\angle YXZ$ এবং কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle YOZ$। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle YOZ = 2\angle YXZ$।



অঙ্কন : X এবং O কে যোগ করে T পর্যন্ত বর্ধিত করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ΔXYO-এর বহিঃস্থ কোণ $\angle YOT = \angle OXY + \angle OYX$

ধাপ-২ : ΔXYO-এ $OX = OY$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

অতএব, $\angle OXY = \angle OYX$

[$\because$ ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান]

ধাপ-৩ : ধাপ (১) ও (২) থেকে পাই, $\angle YOT = 2\angle OXY$

ধাপ-৪ : একইভাবে ΔXOZ থেকে পাই, $\angle ZOT = 2\angle ZXO$

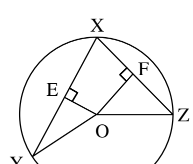
ধাপ-৫ : ধাপ (৩) ও (৪) থেকে পাই,

$\angle YOT + \angle ZOT = 2\angle OXY + 2\angle ZXO$

বা, $\angle YOZ = 2(\angle OXY + \angle ZXO)$

$\therefore$ $\angle YOZ = 2\angle YXZ$. **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : XYZ বৃত্তের কেন্দ্র O। XY > জ্যা XZ, O থেকে XY ও XZ এর উপরে যথাক্রমে OE ও OF লম্ব। তাহলে OE ও OF কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে XY ও XZ জ্যায়ের দূরত্ব নির্দেশ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, XY, XZ অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর অর্থাৎ $OE < OF$.

অঙ্কন : $OE \perp XY$ এবং $OF \perp XZ$ আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : যেহেতু $OE \perp XY$ এবং $OF \perp XZ$ [সমকোণ]

সুতরাং OFZ ও OEY সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে পিথাগোরাসের উপপাদ্য হতে পাই,

$OZ^2 = OF^2 + FZ^2$ এবং

$OY^2 = OE^2 + YE^2$

ধাপ-২ : যেহেতু, $OZ = OY$

$\therefore OZ^2 = OY^2$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore OF^2 + FZ^2 = OE^2 + YE^2$

বা, $OF^2 - OE^2 = YE^2 - FZ^2$ .... (i)

ধাপ-৩ : এখন, $YE = \frac{1}{2} XY$ এবং $FZ = \frac{1}{2} XZ$ [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

ধাপ-৪ : যেহেতু $XY >$ জ্যা XZ, সেহেতু $\frac{1}{2} XY > \frac{1}{2} XZ$

বা, $YE > FZ$

বা, $YE^2 > FZ^2$ [ধাপ-৩ হতে]

$\therefore YE^2 - FZ^2 > 0$

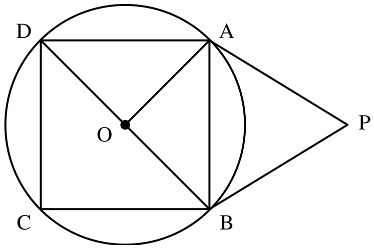
$\therefore OF^2 - OE^2 > 0$ [(i)] নং হতে]

বা, $OF^2 > OE^2$

বা, $OF > OE$

$\therefore OE < OF$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৬



চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং BD ব্যাস, PA ও PB দুটি স্পর্শক।

ক. AB = 6 সে.মি. এবং OB = 5 সে.মি. হলে, AD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle ADC + \angle ABC = 2$ সমকোণ। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, OP স্পর্শ জ্যা AB এর লম্ব-দ্বিখণ্ডক। ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, AB = 6 সে.মি. এবং OB = 5 সে.মি.

$\therefore BD = 2 \times OB$ সে.মি.

$= 2 \times 5$ সে.মি.

$= 10$ সে.মি.

ABCD বৃত্তে $\angle BAD$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ হওয়ায় $\angle BAD =$ এক সমকোণ

সমকোণী ত্রিভুজ ΔBAD-এ,

$BD^2 = AB^2 + AD^2$

বা, $(10)^2 = (6)^2 + AD^2$

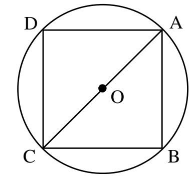
বা, $100 = 36 + AD^2$

বা, $AD^2 = 64$

বা, $AD = \sqrt{64}$

$\therefore AD = 8$ সে.মি. **(Ans.)**

খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ADC + \angle ABC = 2$ সমকোণ।



অঙ্কন : O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : একই চাপ ABC এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOC = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle ADC$)

অর্থাৎ, $\angle AOC = 2\angle ADC$ [$\because$ বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ-২ : আবার একই চাপ ADC এর কেন্দ্রস্থ কোণ

$\angle AOC = 2$(বৃত্তস্থ $\angle ABC$)

অর্থাৎ, $\angle AOC = 2\ \angle ABC$

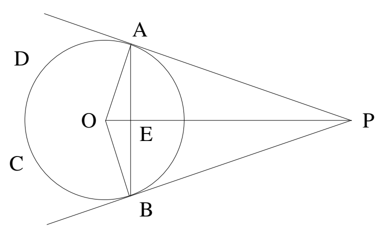
এখন, $\angle AOC + \angle AOC = 2(\angle ADC + \angle ABC)$

কিন্তু, $\angle AOC + \angle AOC = 4$ সমকোণ

বা, $2(\angle ADC + \angle ABC) = 4$ সমকোণ

$\therefore \angle ADC + \angle ABC = 2$ সমকোণ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD বৃত্তের কেন্দ্র O এবং P বহিঃস্থ বিন্দু। P হতে অঙ্কিত PA ও PB স্পর্শক বৃত্তকে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। O, P এবং A, B যোগ করি। AB স্পর্শ জ্যা। OP, AB কে E বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, OP স্পর্শ জ্যা AB এর লম্বদ্বিখণ্ডক।

অঙ্কন : O, P যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. $\angle PAO =$ এক সমকোণ। [যেহেতু OA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ]

এবং $\angle PBO =$ এক সমকোণ [যেহেতু OB স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ]

ধাপ-২. সমকোণী ΔPAO ও সমকোণী ΔPBO এর মধ্যে

$PA = PB$

$OA = OB$ [$\because$ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \Delta PAO \cong \Delta PBO$

সুতরাং $\angle POA = \angle POB$

ধাপ-৩. আবার, ΔAOE এবং ΔBOE এর মধ্যে

$OA = OB$

$OE = OE$ [সাধারণ বাহু]

$\angle AOE = \angle BOE$

$\therefore \Delta AOE \cong \Delta BOE$

$\therefore AE = BE, \angle AEO = \angle BEO =$ এক সমকোণ

$\therefore OE \perp AB$, অর্থাৎ, $OP \perp AB$

অর্থাৎ, OP স্পর্শ জ্যা AB এর লম্বদ্বিখণ্ডক। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৭ $X = \tan\theta$, $Y = \cot\theta$ এবং $Z = \sin\theta$

ক. $x = \frac{5}{12}$ হলে Z এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{X}{1-Y} + \frac{Y}{1-X} = X + Y + 1.$ ৪

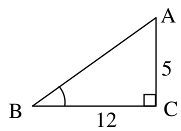
গ. দেখাও যে, $(X+Z)^2 - (X-Z)^2 = 4\sqrt{X^2 - Z^2}.$ ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $X = \tan\theta$

বা, $\tan\theta = \frac{5}{12}\left[\because X = \frac{5}{12}\right]$

চিত্র হতে, AC = 5 এবং BC = 15



$$\therefore AB = \sqrt{BC^2 + AC^2}$$
$$= \sqrt{(12)^2 + (5)^2}$$
$$= \sqrt{144 + 25}$$
$$= \sqrt{169}$$
$$= 13$$

$\therefore Z = \sin\theta = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{13}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $X = \tan\theta$, $Y = \cot\theta$

বামপক্ষ $= \frac{X}{1-Y} + \frac{Y}{1-X}$

$$= \frac{\tan\theta}{1-\cot\theta} + \frac{\cot\theta}{1-\tan\theta}$$
$$= \frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{1-\frac{\cos\theta}{\sin\theta}} + \frac{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}}{1-\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}$$
$$= \frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{\frac{\sin\theta-\cos\theta}{\sin\theta}} + \frac{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}}{\frac{\cos\theta-\sin\theta}{\cos\theta}}$$
$$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \times \frac{\sin\theta}{\sin\theta-\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \times \frac{\cos\theta}{\cos\theta-\sin\theta}$$
$$= \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta(\sin\theta-\cos\theta)} + \frac{\cos^2\theta}{-\sin\theta(\sin\theta-\cos\theta)}$$
$$= \frac{\sin^3\theta - \cos^3\theta}{\cos\theta\sin\theta(\sin\theta-\cos\theta)}$$
$$= \frac{(\sin\theta-\cos\theta)(\sin^2\theta + \sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta)}{\cos\theta\sin\theta(\sin\theta-\cos\theta)}$$
$$= \frac{(\sin^2\theta + \cos^2\theta + \sin\theta\cos\theta)}{\sin\theta\cos\theta}$$
$$= \frac{\sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} + \frac{\sin\theta\cos\theta}{\sin\theta\cos\theta}$$
$$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} + 1$$
$$= \tan\theta + \cot\theta + 1$$
$$= X + Y + 1$$

= ডানপক্ষ

$\therefore \frac{X}{1-Y} + \frac{Y}{1-X} = X + Y + 1$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $X = \tan\theta$, $Z = \sin\theta$

বামপক্ষ $= (X+Z)^2 - (X-Z)^2$

$$= 4XZ$$
$$= 4\tan\theta\sin\theta \quad [\because (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab]$$
$$= 4\sqrt{\tan^2\theta\sin^2\theta}$$
$$= 4\sqrt{\tan^2\theta(1-\cos^2\theta)}$$
$$= 4\sqrt{\tan^2\theta - \tan^2\theta.\cos^2\theta}$$
$$= 4\sqrt{\tan^2\theta - \sin^2\theta} \quad [\because \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}]$$
$$= 4\sqrt{X^2 - Z^2}$$

= ডানপক্ষ

$\therefore (X+Z)^2 - (X-Z)^2 = 4\sqrt{X^2 - Z^2}$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ০৮ $U = \sin A + \cos A$ এবং $V = \sin A - \cos A$; যেখানে A সূক্ষ্মকোণ।

ক. $A = 60°$ হলে, V এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. সমাধান কর : $U = \sqrt{2}$ ৪

গ. $\frac{U}{V} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ হলে, A এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $V = \sin A - \cos A$

$$= \sin 60° - \cos 60° \quad [\because A = 60°]$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$$

$\therefore V = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$U = \sin A + \cos A = \sqrt{2}$

বা, $\sin A = \sqrt{2} - \cos A$

বা, $\sin^2 A = (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2}\cos A + \cos^2 A$ [বর্গ করে]

বা, $\sin^2 A = 2 - 2\sqrt{2}\cos A + \cos^2 A$

বা, $1 - \cos^2 A = 2 - 2\sqrt{2}\cos A + \cos^2 A$

বা, $2\cos^2 A - 2\sqrt{2}\cos A + 1 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos A)^2 - 2\sqrt{2}\cos A . 1 + 1^2 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos A - 1)^2 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos A - 1 = 0$

বা, $\cos A = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\cos A = \cos 45°$

$\therefore A = 45°$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $\frac{U}{V} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$

বা, $\frac{\sin A + \cos A}{\sin A - \cos A} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$

[$\because$ U = sinA + cosA এবং V = sinA – cosA]

বা, $\frac{\sin A + \cos A + \sin A - \cos A}{\sin A + \cos A - \sin A + \cos A} = \frac{\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1-\sqrt{3}+1}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\sin A}{2\cos A} = \frac{2\sqrt{3}}{2}$

বা, $\frac{\sin A}{\cos A} = \sqrt{3}$

বা, $\tan A = \tan 60°$

$\therefore A = 60°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৯ (i) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 10 মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল $100\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়।

(ii) 6 সে.মি., 8 সে.মি. এবং 10 সে.মি. ধারবিশিষ্ট তিনটি ধাতব ঘনককে গলিয়ে একটি নতুন ঘনক তৈরি করা হলো।

ক. রম্বসের দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 20 সে.মি. এবং 24 সে.মি.। রম্বসের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. (i) অনুসারে সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) অনুসারে নতুন ঘনকটির কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, রম্বসের দুটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $d_1 = 20$ সে.মি. এবং $d_2 = 24$ সে.মি.

$\therefore$ রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} d_1 d_2$

$= \frac{1}{2} \times 20 \times 24$ বর্গ সে.মি.

= 240 বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

খ মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a মিটার

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ বর্গমিটার

ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 10 মিটার বাড়ালে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}(a+10)^2$ বর্গমিটার।

প্রশ্নানুসারে, $\frac{\sqrt{3}}{4}(a+10)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 100\sqrt{3}$

বা, $(a+10)^2 - a^2 = 400$ $\left[\frac{4}{\sqrt{3}} \text{ দ্বারা গুণ করে}\right]$

বা, $a^2 + 20a + 100 - a^2 = 400$

বা, $20a = 300$

$\therefore a = \frac{300}{20} = 15$

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (15)^2$

= 97.43 বর্গমি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, তিনটি ধাতব ঘনকের ধারগুলো যথাক্রমে 6 সে.মি., 8 সে.মি. এবং 10 সে.মি.।

প্রশ্নমতে, নতুন ঘনকের আয়তন $= (6^3 + 8^3 + 10^3)$ ঘন সে.মি.

= (216 + 512 + 1000) ঘন সে.মি.

= 1728 ঘন সে.মি.

$\therefore$ নতুন ঘনকের ধার, $a = \sqrt[3]{1728} = 12$ সে.মি.

$\therefore$ নতুন ঘনকটির কর্ণ $= \sqrt{3}a$ সে.মি.

$= \sqrt{3} \times 12$ সে.মি.

$= 12\sqrt{3}$ সে.মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ 33টি পরিবারের মাসিক খরচের (হাজার টাকায়) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

খরচ (হাজার টাকায়)	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44
পরিবারের সংখ্যা	5	7	11	4	6

ক. প্রদত্ত সারণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২

খ. প্রদত্ত উপাত্তের প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সারণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি :

খরচ (হাজার টাকায়)	পরিবারের সংখ্যা (গণসংখ্যা)	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
20 – 24	5	5
25 – 29	7	7 + 5 = 12
30 – 34	11	11 + 12 = 23
35 – 39	4	4 + 23 = 27
40 – 44	6	6 + 27 = 33

খ উদ্দীপকের সারণি হতে পাই, গণসংখ্যা সর্বাধিক 11 আছে (30 – 34) শ্রেণিতে। অতএব, (30 – 34) হলো প্রচুরক শ্রেণি।

$\therefore$ প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

$= 30 + \frac{4}{4+7} \times 5$

$= 30 + \frac{20}{11}$

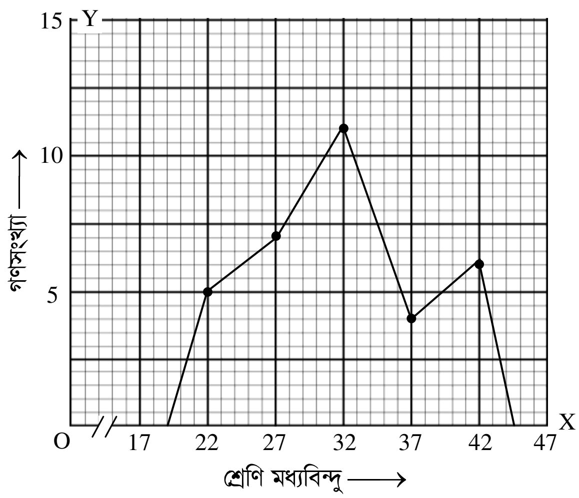
= 31.82 (প্রায়) **(Ans.)**

এখানে,
L = 30
$f_1 = 11 - 7 = 4$
$f_2 = 11 - 4 = 7$
h = 5

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের সারণি :

খরচ (হাজার টাকায়) শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	পরিবারের সংখ্যা (গণসংখ্যা)
20 – 24	22	5
25 – 29	27	7
30 – 34	32	11
35 – 39	37	4
40 – 44	42	6

ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 1 একক এবং y অক্ষ বরাবর প্রতি 2 বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 17 পর্যন্ত ঘরগুলো বিদ্যমান বোঝাতে ছেদচিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▶ ১১ 36 জন শিক্ষার্থীর দশম শ্রেণির গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
গণসংখ্যা	4	6	9	7	10

ক. প্রদত্ত সারণি হতে প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভরেখা অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 10 আছে (91 – 100) শ্রেণিতে। সুতরাং, প্রচুরক শ্রেণি হলো (91 – 100)।

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{91 + 100}{2} = \frac{191}{2} = 95.5$ **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি $\left(u_i = \frac{x_i - a}{h}\right)$	f_iu_i
51 – 60	55.5	4	– 2	– 8
61 – 70	65.5	6	– 1	– 6
71 – 80	75.5 ← a	9	0	0
81 – 90	85.5	7	1	7
91 – 100	95.5	10	2	20
		n = 36		$\Sigma f_iu_i = 13$

$\therefore$ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

$= 75.5 + \frac{13}{36} \times 10$

$= 75.5 + \frac{65}{18}$

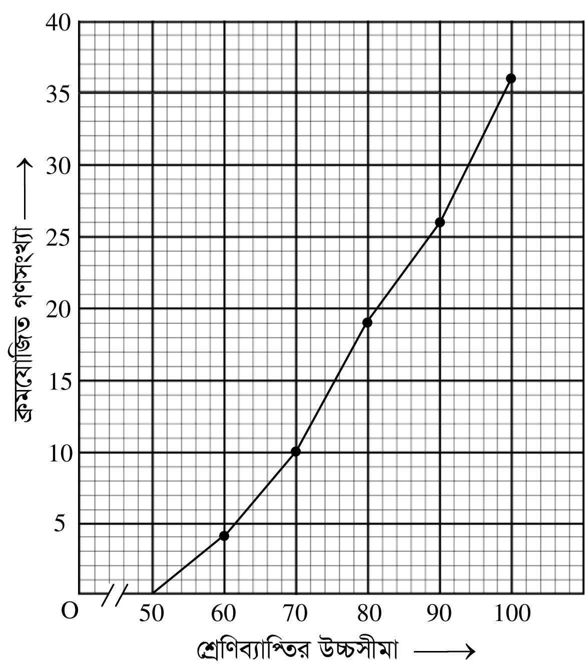
$= 79.11$ (প্রায়) **(Ans.)**

গ অজিভরেখা অঙ্কনের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
51 – 60	4	4
61 – 70	6	10
71 – 80	9	19
81 – 90	7	26
91 – 100	10	36

ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে শ্রেণিব্যাপ্তির উচ্চসীমার 2 একক এবং y অক্ষ বরাবর প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন করা হলো।

মূলবিন্দু থেকে 50 পর্যন্ত ঘরগুলো বিদ্যমান বোঝাতে ছেদচিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২৩

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৩ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ৩০ মিনিট পূর্ণমান : ৩০

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১. $1 + 4 + 7 + 10 + ...$ ধারাটির n-তম পদ কত?
ⓚ $2n - 1$ ⓛ $3n - 2$ ⓜ $4n - 3$ ⓝ $5n - 4$

২. $-2 + 2 - 2 + 2 - ....$ গুণোত্তর ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?
ⓚ -4 ⓛ -1 ⓜ 1 ⓝ 4

৩. $x^3 - 3x^2 + x + 1$ রাশির একটি উৎপাদক কোনটি?
ⓚ $x + 2$ ⓛ $x + 1$ ⓜ $x - 1$ ⓝ $x + 2$

☐ **নিচের তথ্যের আলোকে ৪ ও ৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

চিত্রে, ABCDEF একটি সুষম ষড়ভুজ যার বাহুর দৈর্ঘ্য 2 সে.মি.।

৪. $\angle x$ = কত?
ⓚ 120° ⓛ 135° ⓜ 140° ⓝ 145°

৫. বহুভুজটির ক্ষেত্রফল কত?
ⓚ $\frac{6}{\sqrt{3}}$ বর্গ সে.মি. ⓛ $2\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.
ⓜ $6\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. ⓝ $12\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

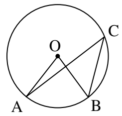
৬. উপাত্তের সর্বোচ্চ মান 57, পরিসর 37 হলে, উপাত্তের সর্বনিম্ন মান কত?
ⓚ 21 ⓛ 22 ⓜ 23 ⓝ 27

৭. $(\sqrt{2})^{x-1} = 16$ হলে, x = কত?
ⓚ 9 ⓛ 5 ⓜ 4 ⓝ 3

৮. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10 সে.মি. ও পরিসীমা 32 সে.মি. হলে, এর প্রস্থ কত?
ⓚ 22 সে.মি. ⓛ 12 সে.মি. ⓜ 6 সে.মি. ⓝ 3.2 সে.মি.

৯. কোনো ত্রিভুজের ভূমি a, ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x$ ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি b হলে–
i. $a < b$ ii. $0° < \angle x < 180°$ iii. $\angle x$ ভূমির যেকোনো প্রান্ত সংলগ্ন হতে পারে
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

১০.



চিত্রের, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে $\angle AOB = 80°$ হলে, $\angle ACB$ = কত?
ⓚ 30° ⓛ 40° ⓜ 45° ⓝ 50°

১১. একটি ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি. ও 8 সে.মি. এবং ক্ষেত্রফল $12\sqrt{2}$ বর্গ সে.মি. হলে, ঐ বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত?
ⓚ 30° ⓛ 45° ⓜ 60° ⓝ 90°

১২. গড় নির্ণয়ের ক্ষেত্রে, অনুমিত গড় a = 32, $u_3 = -3$, h = 6 হলে, x_3 = কত?
ⓚ 14 ⓛ 16 ⓜ 20 ⓝ 26

১৩. একটি সামান্তরিকের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 16 সে.মি. এবং ক্ষেত্রফল 80 বর্গ সে.মি. হলে, ঐ কর্ণের বিপরীত কৌণিক বিন্দু হতে ঐ কর্ণের ওপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য কত?
ⓚ 2.5 সে.মি. ⓛ 5 সে.মি. ⓜ 10 সে.মি. ⓝ 20 সে.মি.

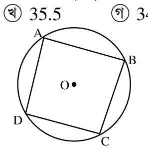
১৪. কোনো বৃত্তের পরিধি 14π সে.মি. হলে, ঐ বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত?
ⓚ $\sqrt{7\pi}$ বর্গ সে.মি. ⓛ $\sqrt{14\pi}$ বর্গ সে.মি.
ⓜ 49π বর্গ সে.মি. ⓝ 196π বর্গ সে.মি.

১৫. $\sin\theta - \operatorname{cosec}\theta = 0$ হলে, θ = কত?
ⓚ 90° ⓛ 60° ⓜ 30° ⓝ 0°

১৬. 0.0332 সংখ্যাটির বৈজ্ঞানিক রূপ কোনটি?
ⓚ 132×10^2 ⓛ 3.32×10^{-2} ⓜ 33.2×10^{-3} ⓝ 0.332×10^{-1}

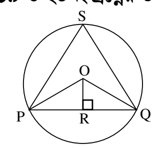
১৭. কোনো শ্রেণির উর্ধ্বসীমা 37 এবং শ্রেণির মধ্যমান 14 হলে, ঐ শ্রেণির নিম্নসীমা কত?
ⓚ 40 ⓛ 35.5 ⓜ 34 ⓝ 31

১৮.



চিত্রে, ABCD বৃত্তের কেন্দ্র O হলে, $\angle BAD + \angle BCD$ এর মান কত?
ⓚ 90° ⓛ 180° ⓜ 270° ⓝ 360°

☐ **নিচের চিত্রের আলোকে ১৯ ও ২০নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



চিত্রের PQS বৃত্তের কেন্দ্র O, OR = 3 সে.মি. ও PR = 4 সে.মি.।

১৯. OP-এর দৈর্ঘ্য কত?
ⓚ 3 সে.মি. ⓛ 4 সে.মি. ⓜ 5 সে.মি. ⓝ 7 সে.মি.

২০. চিত্রানুসারে–
i. PQ-এর সমদ্বিখণ্ডক OR ii. PQ চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle PSQ$
iii. $PQ < OP + OQ$
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

২১. $\frac{1 + \tan^2\theta}{1 - \sin^2\theta}$ এর মান নিচের কোনটি?
ⓚ $\sin^4\theta$ ⓛ $\cos^4\theta$ ⓜ $\tan^4\theta$ ⓝ $\sec^4\theta$

২২. সমবাহু ত্রিভুজের–
i. পরিবৃত্তের কেন্দ্র হতে শীর্ষত্রয়ের দূরত্ব সমান
ii. অন্তর্বৃত্তের কেন্দ্র হতে বাহুত্রয়ের দূরত্ব সমান
iii. কোণগুলোর সমদ্বিখণ্ডকত্রয় অন্তর্বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায়
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

২৩. A = {2, 4, 6}, B = {1, 3, 5} হলে, A × B এর উপাদান সংখ্যা কত?
ⓚ 6টি ⓛ 8টি ⓜ 9টি ⓝ 16টি

২৪. 81 এর $\sqrt{3}$ ভিত্তিক লগারিদম কত?
ⓚ 8 ⓛ 4 ⓜ $\frac{1}{4}$ ⓝ $\frac{1}{8}$

২৫. $\sin\theta = \frac{1}{2}$ হলে, $\cos^2\theta$ = ?
ⓚ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ⓛ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⓜ $\frac{3}{4}$ ⓝ $\frac{1}{4}$

☐ **নিচের তথ্যের আলোকে ২৬ ও ২৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**
$3^x = a, 9^{-x} = b$

২৬. a = b হলে, x = কত?
ⓚ -2 ⓛ -1 ⓜ 0 ⓝ 1

২৭. নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?
ⓚ $ab^2 = 1$ ⓛ $\frac{a}{b^2} = 1$ ⓜ $\frac{b^2}{a} = 3$ ⓝ $a^2b = 1$

২৮. একটি দ্রব্যের ক্রয়মূল্য P টাকা হলে, x% লাভে দ্রব্যটির বিক্রয়মূল্য কত?
ⓚ $P\left(\frac{100}{100 + x}\right)$ টাকা ⓛ $P\left(\frac{100 + x}{100}\right)$ টাকা
ⓜ $\left(1 + \frac{Px}{100}\right)$ টাকা ⓝ $\left(P + \frac{x}{100}\right)$ টাকা

২৯.

শ্রেণিব্যাপ্তি	11 – 13	14–16	17–19	21–23	24–26
গণসংখ্যা	2	5	6	4	3

সারণি অনুসারে–
i. প্রচুরক শ্রেণি (17 – 19) ii. মধ্যক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে $F_C = 7$
iii. প্রচুরক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে $\frac{f_1}{f_1 + f_2} = \frac{1}{3}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৩০. অর্ধবৃত্তস্থ কোণ = কত?
ⓚ 90° ⓛ 180° ⓜ 270° ⓝ 360°

■ **খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।**

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২৩

গণিত (সৃজনশীল) বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৩ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

১। সার্বিক সেট $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ এর দুটি উপসেট $A = \{x \in N : 2 < x < 7\}$ ও $B = \{2, 4, 6, 8\}$ এবং $S = \{(a, b) : a \in B, b \in B$ এবং $b = a + 2\}$ একটি অন্বয়।

ক. $(m + n, n) = (7, 5)$ হলে, (m, n) নির্ণয় কর। ২

খ. $C = A'$ হলে, $P(C)$ নির্ণয় করে দেখাও যে, $P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

গ. S অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে তার ডোমেন নির্ণয় কর। ৪

২। $x = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}$, $y = \sqrt{5} - \sqrt{2}$.

ক. $(2a - b)^3 - 27$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. $3xy(9x^2 + y^2)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{27}{y^3} - y^3 = 34\sqrt{2}$. ৪

৩। $5 + 7 + 9 + 11 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 165 এবং একটি গুণোত্তর ধারার ৩য় পদ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ এবং দশম পদ $\frac{1}{81}$।

ক. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + 15^3$ ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. n-এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি

৪। $a = 5$ সে.মি., $b = 7$ সে.মি., $\angle x = 70°$ ও $\angle y = 60°$.

ক. 3 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। ২

খ. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণসহ একটি ত্রিভুজ অঙ্কন কর যার ভূমি a, ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle y$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি b। ৪

গ. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণসহ একটি ট্রাপিজিয়াম অঙ্কন কর যার সমান্তরাল বাহুদ্বয় a ও b এবং b বাহু সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x$ ও $\angle y$. ৪

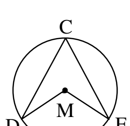
৫। $a = 4$ সে. মি., $b = 4.5$ সে.মি. ও $c = 5.5$ সে.মি.। a ও b ব্যাসার্ধবিশিষ্ট দুটি বৃত্তের কেন্দ্র যথাক্রমে M ও N।

ক. DEF একটি বৃত্তচাপ হলে, এর কেন্দ্র নির্ণয় কর। ২

খ. M ও N কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে P বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করলে, প্রমাণ কর যে, M, P ও N বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত। ৪

গ. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণসহ a, b ও c বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন কর। ৪

৬।



চিত্রে, CDE বৃত্তের কেন্দ্র M এবং $CD = CE$

ক. PQRS একটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ এবং $\angle PQR = 2\angle PSR$ হলে, $\angle PQR$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle DCE = \frac{1}{2}\angle DME$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, CD ও CE জ্যাদ্বয় কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী। ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭। $\frac{\tan\theta}{\sec\theta + 1} = m$, $\frac{\sec\theta - 1}{\tan\theta} = n$ এবং $\frac{\sin\theta}{1 + \cos\theta} = p$.

ক. $\theta = 45°$ হলে, দেখাও যে, $m = \sqrt{2} - 1$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m + n = 2p$. ৪

গ. $m = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর (θ সূক্ষ্মকোণ বিবেচ্য)। ৪

৮। $\cot\theta + \cos\theta = a$, $\cot\theta - \cos\theta = b$.

ক. $\sin A = \frac{4}{5}$ হলে, tanA-এর মান নির্ণয় কর যখন A সূক্ষ্মকোণ। ২

খ. $b = \sqrt{2}\cos\theta$ হলে, প্রমাণ কর যে, $a = \sqrt{2}\cot\theta$. ৪

গ. $\frac{a}{b} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। (θ সূক্ষ্মকোণ বিবেচ্য)। ৪

৯। একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5 সে.মি.। একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের আয়তন 150π ঘন সে.মি. এবং সিলিন্ডারটির ভূমির ব্যাসার্ধ ঐ বৃত্তটির ব্যাসার্ধের সমান।

ক. একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 12 সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. সিলিন্ডারটির বক্রতলের ক্ষেত্রফর নির্ণয় কর। ৪

গ. উল্লিখিত বৃত্তটির ক্ষেত্রফল ও ঐ বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গের ক্ষেত্রফলের পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

ঘ বিভাগ : পরিসংখ্যান

১০। কোন স্কুলের দশম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর স্কুলে যাতায়াত বাবদ প্রতিদিনের খরচের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি (টাকায়)	35 – 39	40 – 44	45 – 49	50 – 54	55 – 59	60 – 64
গণসংখ্যা	9	13	20	7	6	5

ক. সারণি হতে মধ্যক শ্রেণি নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত উদ্দীপক থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে উপাত্তের গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত সারণি থেকে বিবরণসহ উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১১। নিম্নে দশম শ্রেণির 42 জন ছাত্রের গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি (নম্বর)	30 – 34	35 – 39	40 – 44	45 – 49	50 – 54
গণসংখ্যা	6	9	13	8	6

ক. উপাত্তের সর্বনিম্ন সংখ্যা 27, পরিসর 63 হলে, সর্বোচ্চ সংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. উপাত্তের প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	ⓖ খ	২	খ	৩	গ	৪	ক	৫	গ	৬	ক	৭	ক	৮	গ	৯	ঘ	১০	খ	১১	খ	১২	ক	১৩	খ	১৪	গ	১৫	ক
	১৬	খ	১৭	ঘ	১৮	খ	১৯	গ	২০	ঘ	২১	ঘ	২২	ঘ	২৩	গ	২৪	ক	২৫	গ	২৬	গ	২৭	ঘ	২৮	খ	২৯	ঘ	৩০	ক

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▸ ০১ সার্বিক সেট $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ এর দুটি উপসেট $A = \{x \in N : 2 < x < 7\}$ ও $B = \{2, 4, 6, 8\}$ এবং $S = \{(a, b) : a \in B, b \in B$ এবং $b = a + 2\}$ একটি অন্বয়।

ক. $(m + n, n) = (7, 5)$ হলে, (m, n) নির্ণয় কর। ২

খ. $C = A'$ হলে, $P(C)$ নির্ণয় করে দেখাও যে, $P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

গ. S অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে তার ডোমেন নির্ণয় কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমজোড়ের শর্তানুসারে আমরা পাই, $m + n = 7$

এবং $n = 5$

$\therefore m + 5 = 7$

বা, $m = 7 - 5 = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় $(m, n) = (2, 5)$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$A = \{x \in N : 2 < x < 7\}$

$= \{3, 4, 5, 6\}$

$\therefore A' = U \backslash A$

$= \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \backslash \{3, 4, 5, 6\}$

$= \{2, 7, 8\}$

প্রশ্নানুসারে, $C = A' = \{2, 7, 8\}$

$\therefore P(C) = \{\varnothing, \{2\}, \{7\}, \{8\}, \{2, 7\}, \{2, 8\}, \{7, 8\}, \{2, 7, 8\}\}$

এখানে, C এর উপাদান সংখ্যা, $n = 3$ এবং $P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 8 = 2^3 = 2^n$

$\therefore P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $S = \{(a, b) : a \in B, b \in B$ এবং $b = a + 2\}$

এবং $B = \{2, 4, 6, 8\}$

S এ বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $b = a + 2$.

এখন, প্রত্যেক $a \in B$ এর জন্য $b = a + 2$ এর মান নির্ণয় করে একটি তালিকা তৈরি করি।

a	2	4	6	8
b = a + 2	4	6	8	10

যেহেতু, $10 \notin B$, কাজেই $(8, 10) \notin S$

$\therefore S = \{(2, 4), (4, 6) (6, 8)\}$

$\therefore$ ডোমেন $= \{2, 4, 6\}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ০২ $x = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{3}$, $y = \sqrt{5} - \sqrt{2}$.

ক. $(2a - b)^3 - 27$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. $3xy(9x^2 + y^2)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{27}{y^3} - y^3 = 34\sqrt{2}$. ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(2a - b)^3 - 27 = (2a - b)^3 - 3^3$

$= (2a - b - 3) \{(2a - b)^2 + (2a - b).3 + 3^2\}$

$= (2a - b - 3) (4a^2 - 4ab + b^2 + 6a - 3b + 9)$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $x = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{3}$, $y = \sqrt{5} - \sqrt{2}$

$\therefore xy = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{3} \times \sqrt{5} - \sqrt{2}$

$= \frac{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2}{3} = \frac{5 - 2}{3} = \frac{3}{3} = 1$

আবার, $x = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{3}$

বা, $3x = \sqrt{5} + \sqrt{2}$

$\therefore 3x + y = \sqrt{5} + \sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{2} = 2\sqrt{5}$

প্রদত্ত রাশি $= 3xy (9x^2 + y^2)$

$= 3.1 \{(3x)^2 + (y)^2\}$

$= 3\{(3x + y)^2 - 2.3x.y\}$

$= 3\{(2\sqrt{5})^2 - 6xy\}$

$= 3(20 - 6.1)$

$= 3 \times 14 = 42$

$\therefore$ নির্ণেয় মান 42. **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $y = \sqrt{5} - \sqrt{2}$

$\therefore \frac{1}{y} = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$

$= \frac{1(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{(\sqrt{5} - \sqrt{2}) (\sqrt{5} + \sqrt{2})}$

[লব ও হরকে $(\sqrt{5} + \sqrt{2})$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2}$

$= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{3}$

$\therefore \frac{3}{y} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{3} \times 3 = \sqrt{5} + \sqrt{2}$

এখন, $\frac{3}{y} - y = \sqrt{5} + \sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

বামপক্ষ $= \frac{27}{y^3} - y^3$

$= \left(\frac{3}{y}\right)^3 - (y)^3$

$= \left(\frac{3}{y} - y\right)^3 + 3.\frac{3}{y}.y\left(\frac{3}{y} - y\right)$

$= (2\sqrt{2})^3 + 9 \times 2\sqrt{2}$

$= 16\sqrt{2} + 18\sqrt{2}$

$= 34\sqrt{2} =$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{27}{y^3} - y^3 = 34\sqrt{2}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৩ $5 + 7 + 9 + 11 + \ldots\ldots$ ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 165 এবং একটি গুণোত্তর ধারার ৩য় পদ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ এবং দশম পদ $\frac{1}{81}$।

ক. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + 15^3$ ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. n-এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + n^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

$\therefore 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots\ldots + 15^3 = \left\{\frac{15 \times (15+1)}{2}\right\}^2$

$= \left(\frac{15 \times 16}{2}\right)^2$

$= (15 \times 8)^2 = (120)^2$

$= 14400$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, ধারার ১ম পদ, $a = 5$

সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 5 = 2$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$$

প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2}\{2 \times 5 + (n-1)2\} = 165$

বা, $\frac{n}{2} \times 2(5 + n - 1) = 165$

বা, $n(4 + n) = 165$

বা, $n^2 + 4n - 165 = 0$

বা, $n^2 + 15n - 11n - 165 = 0$

বা, $n(n + 15) - 11(n + 15) = 0$

বা, $(n + 15)(n - 11) = 0$

হয়, $n + 15 = 0$ অথবা, $n - 11 = 0$

কিন্তু $n = -15$ গ্রহণযোগ্য নয়। $\therefore n = 11$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $n = 11$ **(Ans.)**

গ মনে করি, গুণোত্তর ধারার ১ম পদ $= a$

এবং সাধারণ অনুপাত $= r$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারার ৩য় পদ $= ar^{3-1} = ar^2$

এবং ধারার দশম পদ $= ar^{10-1} = ar^9$

প্রশ্নমতে,

$ar^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .... (i)

$ar^9 = \frac{1}{81}$ .... (ii)

(ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{ar^9}{ar^2} = \frac{\frac{1}{81}}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$

বা, $\frac{r^9}{r^2} = \frac{1}{81} \times \frac{\sqrt{3}}{1}$

বা, $r^7 = \frac{1}{27\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{1}$

বা, $r^7 = \frac{1}{27\sqrt{3}}$

বা, $r^7 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^7$

$\therefore r = \frac{1}{\sqrt{3}}$

r এর মান (i) নং এ বসিয়ে,

$a.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $a = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 3 = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারাটি $= a + ar + ar^2 + \ldots\ldots\ldots$

$= \sqrt{3} + \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3} \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \ldots\ldots$

$= \sqrt{3} + 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \ldots\ldots\ldots$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৪ a = 5 সে.মি., b = 7 সে.মি., $\angle x = 70°$ ও $\angle y = 60°$.

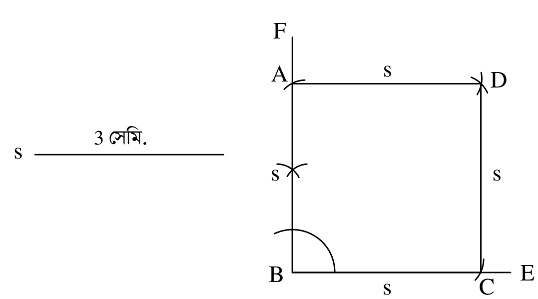
ক. 3 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। ২

খ. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণসহ একটি ত্রিভুজ অঙ্কন কর যার ভূমি a, ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle y$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি b। ৪

গ. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণসহ একটি ট্রাপিজিয়াম অঙ্কন কর যার সমান্তরাল বাহুদ্বয় a ও b এবং b বাহু সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x$ ও $\angle y$. ৪

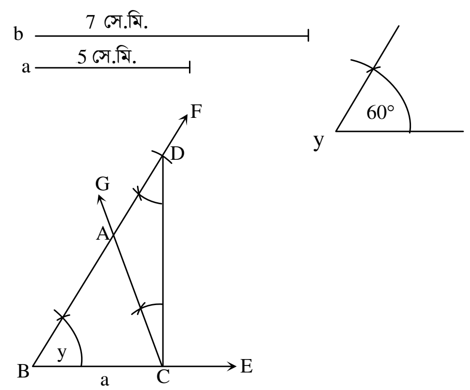
৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, a = 3 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গ ABCD অঙ্কিত হলো।

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি a = 5 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle y = 60°$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি b = 7 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যেকোনো একটি রশ্মি BE থেকে ভূমি a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle y$ এর সমান $\angle CBF$ আঁকি।

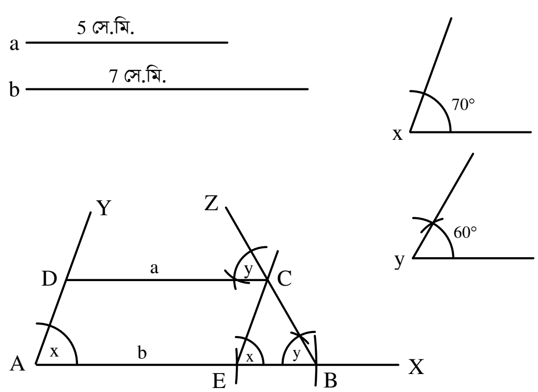
২. BF রশ্মি থেকে b এর সমান করে BD অংশ কাটি।

৩. C, D যোগ করি। C বিন্দুতে CD রেখাংশের যে পাশে B বিন্দু আছে সেই পাশে $\angle BDC$ এর সমান $\angle DCG$ আঁকি।

৪. CG রশ্মি BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



এখানে, ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয় a = 5 সে.মি., b = 7 সে.মি. এবং বৃহত্তর বাহু b সংলগ্ন কোণদ্বয় $\angle x = 70°$ এবং $\angle y = 60°$ দেওয়া আছে। ট্রাপিজিয়ামটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

১. যেকোনো রশ্মি AX থেকে AB = b = 7 সে.মি. নিই।

২. AB রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle x = 70°$ এর সমান $\angle BAY$ এবং B বিন্দুতে $\angle y = 60°$ এর সমান $\angle ABZ$ আঁকি।

৩. আবার AB রেখাংশ থেকে AE = a = 5 সে.মি. কেটে নিই।

৪. E বিন্দুতে EC ∥ AY আঁকি যা BZ রশ্মিকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. আবার CD ∥ BA আঁকি যা AY রশ্মিকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট ট্রাপিজিয়াম।

প্রশ্ন ▶ ০৫ a = 4 সে. মি., b = 4.5 সে.মি. ও c = 5.5 সে.মি.। a ও b ব্যাসার্ধবিশিষ্ট দুটি বৃত্তের কেন্দ্র যথাক্রমে M ও N।

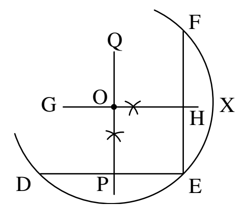
ক. DEF একটি বৃত্তচাপ হলে, এর কেন্দ্র নির্ণয় কর। ২

খ. M ও N কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে P বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করলে, প্রমাণ কর যে, M, P ও N বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত। ৪

গ. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণসহ a, b ও c বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন কর। ৪

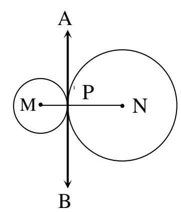
<u>৫নং প্রশ্নের সমাধান</u>

ক



অঙ্কন : D, E ও E, F যোগ করি। DE ও EF জ্যা দুইটির লম্বদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে PQ ও GH রেখাংশ দুইটি টানি। মনে করি, তারা পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, O বিন্দুটি-ই DEF বৃত্তচাপের কেন্দ্র।

খ



মনে করি, M ও N কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পর P বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, M, P ও N বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত। অর্থাৎ, $\angle MPN = 180°$।

অঙ্কন : যেহেতু বৃত্তদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে স্পর্শ করেছে সেহেতু P বিন্দুতে তাদের একটি সাধারণ স্পর্শক থাকবে। এখন P বিন্দুতে সাধারণ স্পর্শক APB অঙ্কন করি এবং P, M ও P, N যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : M কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PM স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ এবং APB স্পর্শক।

সুতরাং $\angle APM$ = এক সমকোণ = 90°

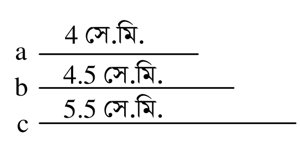
তদ্রুপ $\angle APN$ = এক সমকোণ = 90°

ধাপ-২ : $\angle APM + \angle APN = 90° + 90°$ [ধাপ (১) হতে]

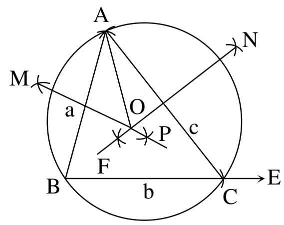
$\therefore \angle MPN = 180°$ [$\because \angle APM + \angle APN = \angle MPN$]

$\therefore$ M, P ও N বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত। **(প্রমাণিত)**

গ



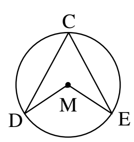
মনে করি, ABC ত্রিভুজের তিনটি বাহু AB = a = 4 সে.মি., BC = b = 4.5 সে.মি. এবং AC = c = 5.5 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ, এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে যা ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু A, B ও C বিন্দু দিয়ে যায়।



অঙ্কনের বিবরণ :

১. যেকোনো রশ্মি BE হতে BC = b = 4.5 সে.মি. অংশ কেটে নেই।
২. B কে কেন্দ্র করে a = 4 সে.মি. ব্যাসার্ধের এবং C কে কেন্দ্র করে c = 5.5 সে.মি. ব্যাসার্ধের সমান করে বৃত্তচাপ আঁকি যা A বিন্দুতে ছেদ করে।
৩. A, B; A, C যোগ করি।
৪. AB ও AC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে PM ও FN রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।
৫. A, O যোগ করি।
৬. O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে, বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এই বৃত্তটিই ΔABC এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

প্রশ্ন ▸ ০৬



চিত্রে, CDE বৃত্তের কেন্দ্র M এবং CD = CE

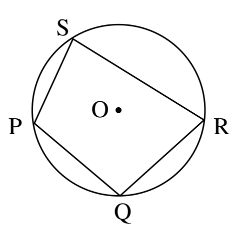
ক. PQRS একটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ এবং $\angle PQR = 2\angle PSR$ হলে, $\angle PQR$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle DCE = \frac{1}{2}\angle DME$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, CD ও CE জ্যাদ্বয় কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী। ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত।

আমরা জানি, বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি 180°।

$\therefore \angle PQR + \angle PSR = 180°$

বা, $\angle PQR + \frac{1}{2}\angle PQR = 180°$ [$\because \angle PQR = 2\angle PSR$]

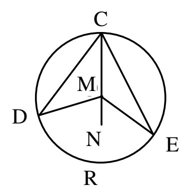
বা, $\left(1+\frac{1}{2}\right)\angle PQR = 180°$

বা, $\frac{3}{2} \times \angle PQR = 180°$

বা, $\angle PQR = 180° \times \frac{2}{3}$

$\therefore \angle PQR = 120°$ **(Ans.)**

খ এখানে, M কেন্দ্রবিশিষ্ট CDRE একটি বৃত্ত এবং তার একই উপচাপ DRE এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle DCE$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle DME$। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle DCE = \frac{1}{2}\angle DME$.



অঙ্কন : মনে করি, CE রেখাংশ কেন্দ্রগামী নয়। এক্ষেত্রে C বিন্দু দিয়ে কেন্দ্রগামী রেখাংশ CN আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ΔCMD এর বহিঃস্থ কোণ $\angle DMN = \angle DCM + \angle CDM$

[$\because$ ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ এর অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

ধাপ-২ : ΔCMD এ MC = MD [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

অতএব, $\angle DCM = \angle CDM$ [সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন কোণ দুইটি সমান]

ধাপ-৩ : ধাপ (১) ও (২) থেকে $\angle DMN = 2\angle DCM$

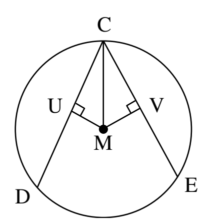
ধাপ-৪ : একইভাবে, ΔCME থেকে $\angle EMN = 2\angle ECM$

ধাপ-৫ : ধাপ (৩) ও (৪) থেকে $\angle DMN + \angle EMN = 2\angle DCM + 2\angle ECM$

বা, $\angle DME = 2\angle DCE$ [$\because \angle DMN + \angle EMN = \angle DME$]

$\therefore \angle DCE = \frac{1}{2}\angle DME$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : চিত্রে, M বৃত্তের কেন্দ্র এবং CD ও CE বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, CD ও CE জ্যাদ্বয় বৃত্তের কেন্দ্র M থেকে সমদূরবর্তী।

অঙ্কন : M থেকে CD এবং CE জ্যাদ্বয় এর উপর যথাক্রমে MU এবং MV লম্ব আঁকি। M, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : $MU \perp CD$ ও $MV \perp CE$

সুতরাং, CU = DU এবং CV = EV. [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

$\therefore CU = \frac{1}{2}CD$ এবং $CV = \frac{1}{2}CE$

ধাপ-২ : কিন্তু CD = CE [দেওয়া আছে]

$\therefore$ CU = CV

ধাপ-৩ : এখন, ΔCMU ও ΔCMV সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে,

অতিভুজ MC = অতিভুজ MC

এবং CU = CV

$\therefore \Delta CMU \cong \Delta CMV$ [অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা]

$\therefore$ MU = MV

ধাপ-৪ : কিন্তু MU এবং MV কেন্দ্র M থেকে যথাক্রমে CD জ্যা ও CE জ্যা-এর দূরত্ব।

$\therefore$ CD ও CE জ্যাদ্বয় বৃত্তটির কেন্দ্র M থেকে সমদূরবর্তী। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৭ $\frac{\tan\theta}{\sec\theta + 1} = m, \frac{\sec\theta - 1}{\tan\theta} = n$ এবং $\frac{\sin\theta}{1 + \cos\theta} = p.$

ক. $\theta = 45°$ হলে, দেখাও যে, $m = \sqrt{2} - 1.$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m + n = 2p.$ ৪

গ. $m = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর (θ সূক্ষ্মকোণ বিবেচ্য)। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\theta = 45°$

এবং $\frac{\tan\theta}{\sec\theta + 1} = m$

বা, $m = \frac{\tan 45°}{\sec 45° + 1}$

বা, $m = \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$

বা, $m = \frac{(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}$

বা, $m = \frac{\sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2})^2 - (1)^2}$

$\therefore m = \sqrt{2} - 1$ **(দেখানো হলো)**

খ দেওয়া আছে, $m = \frac{\tan\theta}{\sec\theta + 1}, n = \frac{\sec\theta - 1}{\tan\theta}$

এবং $p = \frac{\sin\theta}{1 + \cos\theta}$

বামপক্ষ = $m + n$

$= \frac{\tan\theta}{\sec\theta + 1} + \frac{\sec\theta - 1}{\tan\theta}$

$= \frac{\tan^2\theta + (\sec\theta - 1)(\sec\theta + 1)}{(\sec\theta + 1)\tan\theta}$

$= \frac{\tan^2\theta + (\sec^2\theta - 1)}{(\sec\theta + 1)\tan\theta}$

$= \frac{\tan^2\theta + \tan^2\theta}{(\sec\theta + 1)\tan\theta}$ [$\because \sec^2\theta - 1 = \tan^2\theta$]

$= \frac{2\tan^2\theta}{(\sec\theta + 1)\tan\theta}$

$= 2 . \frac{\tan\theta}{\sec\theta + 1}$

$= 2 . \frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{\frac{1}{\cos\theta} + 1}$

$= 2 . \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \times \frac{\cos\theta}{1 + \cos\theta}$

$= 2 . \frac{\sin\theta}{1 + \cos\theta}$

$= 2p$ = ডানপক্ষ

$\therefore m + n = 2p$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $\frac{\tan\theta}{\sec\theta + 1} = m$

বা, $\frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{\frac{1}{\cos\theta} + 1} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\left[\because m = \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} \times \frac{\cos\theta}{1 + \cos\theta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\sin\theta}{1 + \cos\theta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\left(\frac{\sin\theta}{1 + \cos\theta}\right)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$ [উভয়পক্ষে বর্গ করে]

বা, $\frac{\sin^2\theta}{(1 + \cos\theta)^2} = \frac{1}{3}$

বা, $\frac{1 - \cos^2\theta}{(1 + \cos\theta)^2} = \frac{1}{3}$

বা, $\frac{(1 + \cos\theta)(1 - \cos\theta)}{(1 + \cos\theta)^2} = \frac{1}{3}$

বা, $\frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta} = \frac{1}{3}$

বা, $1 + \cos\theta = 3 - 3\cos\theta$

বা, $4\cos\theta = 2$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos 60°$

$\therefore \theta = 60°$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $\theta = 60°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ০৮ $\cot\theta + \cos\theta = a, \cot\theta - \cos\theta = b.$

ক. $\sin A = \frac{4}{5}$ হলে, tanA-এর মান নির্ণয় কর যখন A সূক্ষ্মকোণ। ২

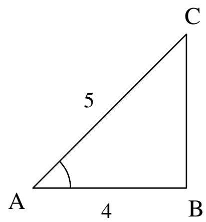
খ. $b = \sqrt{2}\cos\theta$ হলে, প্রমাণ কর যে, $a = \sqrt{2}\cot\theta.$ ৪

গ. $\frac{a}{b} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। (θ সূক্ষ্মকোণ বিবেচ্য)। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sin A = \frac{4}{5}$

A কোণের বিপরীত বাহু, BC = 4, অতিভুজ, AC = 5



$\therefore$ সন্নিহিত বাহু, $AB = \sqrt{5^2 - 4^2}$

$= \sqrt{25 - 16}$

$= \sqrt{9} = 3$

$\therefore \tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{3}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $\cot\theta + \cos\theta = a$, $\cot\theta - \cos\theta = b$

আবার, $b = \sqrt{2}\cos\theta$

বা, $\cot\theta - \cos\theta = \sqrt{2}\cos\theta$

বা, $\cot\theta = \sqrt{2}\cos\theta + \cos\theta$

বা, $\cot\theta = (\sqrt{2} + 1)\cos\theta$

বা, $(\sqrt{2} - 1)\cot\theta = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)\cos\theta$

[উভয়পক্ষকে $(\sqrt{2} - 1)$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $(\sqrt{2} - 1)\cot\theta = \{(\sqrt{2})^2 - (1)^2\}\cos\theta$

বা, $\sqrt{2}\cot\theta - \cot\theta = (2 - 1)\cos\theta$

বা, $\sqrt{2}\cot\theta = \cot\theta + \cos\theta$

বা, $\cot\theta + \cos\theta = \sqrt{2}\cot\theta$

$\therefore a = \sqrt{2}\cot\theta$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $\frac{a}{b} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$

বা, $\frac{\cot\theta + \cos\theta}{\cot\theta - \cos\theta} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ [মান বসিয়ে]

বা, $\frac{\cot\theta + \cos\theta + \cot\theta - \cos\theta}{\cot\theta + \cos\theta - \cot\theta + \cos\theta} = \frac{2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3}}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\cot\theta}{2\cos\theta} = \frac{4}{2\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}}{\cos\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\cos\theta}{\sin\theta} \times \frac{1}{\cos\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin 60°$

$\therefore \theta = 60°$ [$\because 0° < \theta < 90°$]

$\therefore$ নির্ণেয় মান $\theta = 60°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৯ একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5 সে.মি.। একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের আয়তন 150π ঘন সে.মি. এবং সিলিন্ডারটির ভূমির ব্যাসার্ধ ঐ বৃত্তটির ব্যাসার্ধের সমান।

ক. একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 12 সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. সিলিন্ডারটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. উল্লিখিত বৃত্তটির ক্ষেত্রফল ও ঐ বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গের ক্ষেত্রফলের পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা = 12 সে.মি.

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = \frac{12}{3}$ সে.মি.

$= 4$ সে.মি.

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 4\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

খ মনে করি, সিলিন্ডারের উচ্চতা = h সে.মি.

প্রশ্নমতে,

সিলিন্ডারের ভূমির ব্যাসার্ধ, r = বৃত্তের ব্যাসার্ধ = 5 সে.মি.

দেওয়া আছে,

সিলিন্ডারের আয়তন = 150π ঘন সে.মি.

$\therefore \pi r^2 h = 150\pi$

বা, $h = \frac{150\pi}{\pi \times (5)^2}$

বা, $h = \frac{150\pi}{25\pi}$

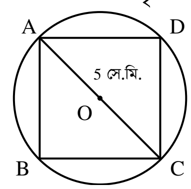
$\therefore h = 6$

$\therefore$ সিলিন্ডারটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$ বর্গ সে.মি.

$= 2 \times 3.1416 \times 5 \times 6$

$= 188.496$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তের ব্যাসার্ধ, r = 5 সে.মি.



$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi \times 5^2$ বর্গ সে.মি.

$= 3.1416 \times 25$ বর্গ সে.মি.

$= 78.54$ বর্গ সে.মি.

এখানে, বৃত্তে অন্তর্লিখিত ABCD বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = বৃত্তের ব্যাস = 2×5 সে.মি. = 10 সে.মি.

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{10}{\sqrt{2}}$ সে.মি.

$= \frac{5\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ সে.মি.

$= 5\sqrt{2}$ সে.মি.

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (5\sqrt{2})^2$ বর্গ সে.মি. = 50 বর্গ সে.মি.

অতএব, বৃত্তটির ক্ষেত্রফল ও ঐ বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গের ক্ষেত্রফলের পার্থক্য = (78.54 – 50) বর্গ সে.মি.

= 28.54 বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ কোন স্কুলের দশম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর স্কুলে যাতায়াত বাবদ প্রতিদিনের খরচের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি (টাকায়)	35 – 39	40 – 44	45 – 49	50 – 54	55 – 59	60 – 64
গণসংখ্যা	9	13	20	7	6	5

ক. সারণি হতে মধ্যক শ্রেণি নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত উদ্দীপক থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে উপাত্তের গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত সারণি থেকে বিবরণসহ উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যার সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64
গণসংখ্যা	9	13	20	7	6	5
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	9	22	42	49	55	60

এখানে, $n = 60 \therefore \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

30তম পদের অবস্থান (45 – 49) শ্রেণিতে।

∴ মধ্যক শ্রেণি (45 – 49) **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

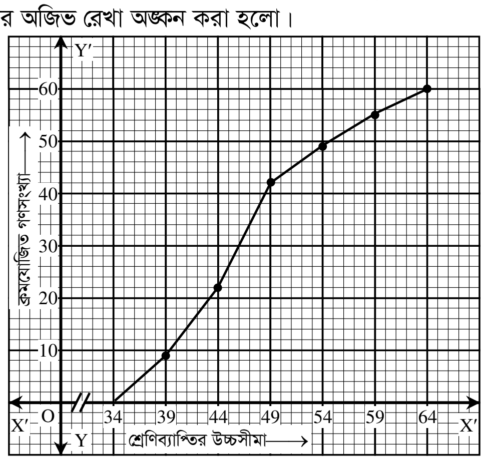
শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি ($u_i = \frac{x_i - a}{h}$)	f_iu_i
35 – 39	37	9	– 2	– 18
40 – 44	42	13	– 1	– 13
45 – 49	47 ← a	20	0	0
50 – 54	52	7	1	7
55 – 59	57	6	2	12
60 – 64	62	5	3	15
		n = 60		$\Sigma f_iu_i = 3$

∴ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

$= 47 + \frac{3}{60} \times 5 = 47 + 0.25$

$= 47.25$ **(Ans.)**

গ 'ক' এ প্রাপ্ত ক্রমযোজিত গণসংখ্যার সারণি ব্যবহার করে উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন করা হলো। ছক কাগজের X-অক্ষ বরাবর প্রতি বর্গঘরকে শ্রেণিব্যাপ্তির উচ্চসীমার এক একক ধরে এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি বর্গঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার দুই একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন করা হলো।



প্রশ্ন ▶ ১১ নিম্নে দশম শ্রেণির 42 জন ছাত্রের গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের নিবেশন সারণি দেওয়া হলো:

শ্রেণিব্যাপ্তি (নম্বর)	30 – 34	35 – 39	40 – 44	45 – 49	50 – 54
গণসংখ্যা	6	9	13	8	6

ক. উপাত্তের সর্বনিম্ন সংখ্যা 27, পরিসর 63 হলে, সর্বোচ্চ সংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. উপাত্তের প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, পরিসর = (সর্বোচ্চ সংখ্যা – সর্বনিম্ন সংখ্যা) + 1

∴ সর্বোচ্চ সংখ্যা = (পরিসর – 1) + সর্বনিম্ন সংখ্যা

$= (63 - 1) + 27$

$= 62 + 27$

$= 89$ **(Ans.)**

খ এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 13 আছে (40 – 44) শ্রেণিতে।

∴ প্রচুরক শ্রেণি (40 – 44)

∴ প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

$= 40 + \frac{4}{4+5} \times 5$

$= 40 + \frac{20}{9}$

$= 40 + 2.22$

$= 42.22$

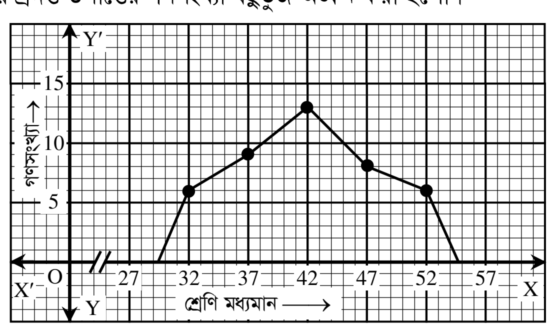
এখানে,
$L = 40$
$f_1 = 13 - 9 = 4$
$f_2 = 13 - 8 = 5$
$h = 5$

∴ নির্ণেয় প্রচুরক 42.22 **(Ans.)**

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
30 – 34	32	6
35 – 39	37	9
40 – 44	42	13
45 – 49	47	8
50 – 54	52	6

ছক কাগজের X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 ঘর সমান শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 ঘর সমান গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো।



সিলেট বোর্ড-২০২৩

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৩ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : 1 0 9

সময় : ৩০ মিনিট **পূর্ণমান : ৩০**

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

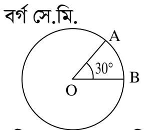
প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১. **$6 + 8 + 10 + ...$ ধারাটির 10 তম পদ কত?**
ⓚ 22 ⓚh 24 ⓖ 26 ⓖh 28

Options: (ক) 22 (খ) 24 (গ) 26 (ঘ) 28

২. **$3 + 6 + x + 24 + ...$ ধারাটির x এর মান কত?**
(ক) 9 (খ) 12 (গ) 15 (ঘ) 18

৩. **একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $2\sqrt{2}$ সে.মি. হলে ক্ষেত্রফল কত?**
(ক) $\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. (খ) $2\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.
(গ) $3\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. (ঘ) $4\sqrt{2}$ বর্গ সে.মি.

৪.


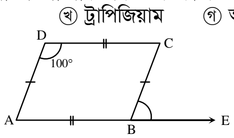
চিত্রের বৃত্তটির OA = 5 সে.মি হলে–
i. পরিধি = 10π সে.মি. ii. ক্ষেত্রফল = 25π বর্গ সে.মি.
iii. AB চাপের দৈর্ঘ্য = $\frac{5\pi}{6}$ সে.মি.
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

☐ **নিচের তথ্যের আলোকে ৫ ও ৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**
10, 9, 8, 6, 11, 12, 9, 14, 7, 9

৫. **উপাত্তগুলোর প্রচুরক কত?**
(ক) 14 (খ) 9 (গ) 7 (ঘ) 6

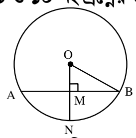
৬. **উপাত্তগুলোর মধ্যক কোনটি?**
(ক) 11.5 (খ) 11 (গ) 9 (ঘ) 8.5

৭. **শুধু পরিসীমা দেওয়া থাকলে নিচের কোনটি আঁকা যায়?**
(ক) রম্বস (খ) ট্রাপিজিয়াম (গ) আয়াত (ঘ) বর্গ

৮.


চিত্রের ∠CBE = ?
(ক) 100° (খ) 80° (গ) 50° (ঘ) 40°

☐ **নিচের তথ্যের আলোকে ৯ ও ১০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



AB = 24 সে.মি. এবং OM = 5 সে.মি.

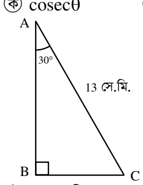
৯. **বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত?**
(ক) 5 সে.মি. (খ) 12 সে.মি. (গ) 13 সে.মি. (ঘ) 25 সে.মি.

১০. **MN এর দৈর্ঘ্য কত?**
(ক) 6 সে.মি. (খ) 8 সে.মি. (গ) 12 সে.মি. (ঘ) 13 সে.মি.

১১. **$\sec\theta = \frac{a}{b}$ হলে, $\cot\theta$ এর মান কত?**
(ক) $\frac{b}{\sqrt{b^2 - a^2}}$ (খ) $\frac{a}{\sqrt{b^2 - a^2}}$ (গ) $\frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ (ঘ) $\frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

১২. **$\cos\theta = \frac{1}{2}$ হলে, $\tan\theta$ এর মান কত?**
(ক) $\sqrt{3}$ (খ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (গ) 1 (ঘ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

১৩. **$\sin\theta\,(\sqrt{1 + \tan^2\theta})$ = কত?**
(ক) $\operatorname{cosec}\theta$ (খ) $\sec\theta$ (গ) $\cot\theta$ (ঘ) $\tan\theta$

১৪.


উপরের চিত্রে–
i. ∠ACB = 60° ii. BC = 6 সে.মি. iii. $\sin A + \cos 2A = 1$
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৫. **$a + b = \sqrt{9}$ এবং $ab = 1$ হলে, $(a - b)^2$ = কত?**
(ক) 13 (খ) 8 (গ) 5 (ঘ) $\sqrt{5}$

১৬. **$f(x) = x^3 - 7x + 6$ হলে, $f(2)$ এর মান কত?**
(ক) 0 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 7

১৭. **$f(x) = x^2 - 3x + 2$ এর একটি উৎপাদক–**
(ক) x + 1 (খ) x – 1 (গ) x + 2 (ঘ) x – 3

১৮. **$4^{x+2} = 16$ হলে, x এর মান কত?**
(ক) 4 (খ) 2 (গ) 0 (ঘ) – 2

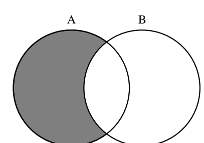
১৯. **$\sqrt[4]{16^3}$ এর মান কত?**
(ক) 2 (খ) 4 (গ) 6 (ঘ) 8

২০. **10 ভিত্তিক log এর ক্ষেত্রে–**
i. log 0 = 1 ii. log 1 = 0 iii. log 100 = 2
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২১. **0.000225 সাধারণ লগের পূর্ণক কত?**
(ক) $\bar{4}$ (খ) $\bar{3}$ (গ) 3 (ঘ) 4

২২. **একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাপ যথাক্রমে 30°, 60° ও 90° হলে, ত্রিভুজটি কোন ধরনের ত্রিভুজ?**
(ক) স্থূলকোণী (খ) সূক্ষ্মকোণী (গ) সমকোণী (ঘ) সমদ্বিবাহু

২৩. **A = {1, 2}, B = {2, 3} এবং C = {3, 4, 5} হলে A ∪ B ∪ C? এর উপাদান সংখ্যা কত?**
(ক) 3 (খ) 4 (গ) 5 (ঘ) 6

২৪.


চিত্রের গাঢ় অংশটি নিচের কোনটি নির্দেশ করে।
(ক) A ∪ B (খ) A ∩ B (গ) A \ B (ঘ) B \ A

২৫. **A = {2, 3, 5, 7}-এর সেট গঠনরূপ কোনটি?**
(ক) {x ∈ N : x মৌলিক সংখ্যা x ≤ 7} (খ) {x ∈ N : x বিজোড় সংখ্যা x ≤ 7}
(গ) {x ∈ N : x মৌলিক সংখ্যা x ≤ 11} (ঘ) {x ∈ N : x মৌলিক সংখ্যা এবং x ≤ 7}

২৬. **C = {a, b} এবং D = {b, d} হলে, (C \ D) কোনটি?**
(ক) {a, d} (খ) {a} (গ) {a, b, d} (ঘ) ∅

২৭. **$x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{2}$, যেখানে, x > 0, $x - \frac{1}{x}$ এর মান কত?**
(ক) 2 (খ) $2\sqrt{3}$ (গ) 6 (ঘ) 10

২৮. **$p^2 - 1 = \sqrt{5}p$ হলে, যেখানে, p > 0.**
i. $p + \frac{1}{p} = 3$ ii. $p + \frac{1}{p} = \sqrt{5}$ iii. $p^2 + \frac{1}{p^2} = 7$
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

☐ **নিচের তথ্যের আলোকে ২৯ ও ৩০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**
কামাল উদ্দিন 5% হার সরল মুনাফায় 5 বছরের জন্য 5000 টাকা 'AB' ব্যাংকে জমা রাখেন।

২৯. **2 বছরে তার মুনাফা কত?**
(ক) 250 টাকা (খ) 500 টাকা (গ) 1000 টাকা (ঘ) 2000 টাকা

৩০. **5 বছর পরে সে মুনাফা-আসলে কত টাকা পাবে?**
(ক) 6250 টাকা (খ) 6000 টাকা (গ) 5500 টাকা (ঘ) 5250 টাকা

■ **খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।**

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

সিলেট বোর্ড-২০২৩

গণিত (সৃজনশীল)

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৩ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

১। $U = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x \leq 7\}$

$A = \{x \in N : x^2 - 3x + 2 = 0\}$ এবং $f(y) = \frac{7y - 1}{y^2}$

ক. $b^2 - 1 + 2c - c^2$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. $P(A')$ নির্ণয় কর। ৪

গ. $f(a) = 1$ হলে, প্রমাণ কর যে, $a^4 = 2207 - \frac{1}{a^4}$. ৪

২। $P = \frac{(49)^{x+1}}{7^{(x+2)(x-1)}}, x \in N,$

$Q = \log_{10}x + \log_{10}(x - 9)$

ক. $5^{2x+1} = (125)^{x-3}$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. P = 1 হলে, দেখাও যে, $x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$ ৪

গ. Q = 1 হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩। (i) কোনো সমান্তর ধারার x তম পদ y এবং y তম পদ x;

(ii) একটি গুণোত্তর ধারার ২য় পদ – 1, ৪র্থ পদ – 1; (r < 1)

ক. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 10^3$ এর মান সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর। ২

খ. (i) এ x = 10, y = 16 হলে ১ম 26টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) বর্ণিত ধারাটি নির্ণয় করে (2n – 1) সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি

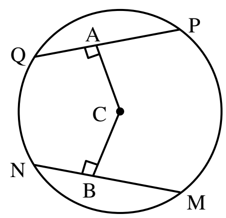
৪। দুইটি রেখাংশ যথাক্রমে a = 4 সে.মি., b = 6 সে.মি. এবং $\angle x = 30°$

ক. একটি বৃত্তের পরিধি 60 সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. ত্রিভুজের ভূমি a, অপর দুই বাহুর অন্তর $\frac{b}{2}$ এবং ভূমি সংলগ্ন কোণ x; ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় a, b এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x$; সামান্তরিকটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

৫।



চিত্রে C বৃত্তের কেন্দ্র।

ক. প্রমাণ কর যে, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ। ২

খ. PQ = MN হলে প্রমাণ কর যে, AC = BC। ৪

গ. বৃত্তের বহিস্থ বিন্দু E হতে দু'টি স্পর্শক PE ও ME; প্রমাণ কর যে, PE = ME। ৪

৬। সমকোণী ত্রিভুজ BCD এর BC = 5 সে.মি. এবং BC ও CD বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ 45°।

ক. 16 সে.মি. পরিসীমাবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। ২

খ. BC ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র হতে 7 সে.মি. দূরে বহিস্থ বিন্দু F হতে দুটি স্পর্শক অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. ΔBCD এর অন্তবৃত্ত অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭। $\tan(p + q) = \sqrt{3}, \sin(p - q) = 0$; p, q সূক্ষ্মকোণ।

$x = \cot\theta, y = \cos\theta$

ক. $\cos(90° - \theta) = \frac{5}{3}$ হলে, $\operatorname{cosec}\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\cot^2 p - \cos^2 q$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $x^4 - x^2 = 1$ হলে প্রমাণ কর যে, $y^4 + y^2 = 1$. ৪

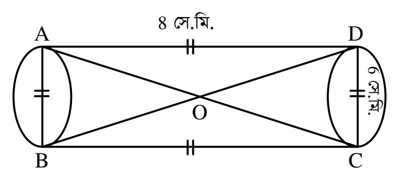
৮। $\operatorname{cosec}\theta = M, \cot\theta = N, \sec\alpha = y$; θ, α সূক্ষ্মকোণ।

ক. $y = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}}$ হলে α এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. M + N = a হলে, প্রমাণ কর যে, $\cos\theta = \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$ ৪

গ. $3M^2 - 2\sqrt{3}N = 2$ হলে, $\left(\sin^2\theta + \frac{1}{4}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৯।



ক. একটি ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 1014 বর্গমিটার হলে, এর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. ABCD বেলনের সমগ্রতলের ক্ষেত্র নির্ণয় কর। ৪

গ. ΔAOB এর সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি নির্ণয় কর। ৪

ঘ বিভাগ : পরিসংখ্যান

১০। 30 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষার প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো :

60, 51, 61, 58, 53, 48, 52, 73, 51, 57, 64, 52, 49, 56, 48
67, 70, 59, 68, 54, 46, 67, 56, 54, 45, 50, 72, 69, 63, 55

ক. শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. সারণি হতে বিবরণসহ অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১১। ৯ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর ওজনের সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	31–40	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	6	8	13	10	8	5

ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২

খ. সারণি হতে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ সারণি হতে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	খ	২	খ	৩	খ	৪	ঘ	৫	খ	৬	গ	৭	ঘ	৮	খ	৯	গ	১০	খ	১১	গ	১২	ক	১৩	ঘ	১৪	খ	১৫	গ
	১৬	ক	১৭	খ	১৮	গ	১৯	ঘ	২০	গ	২১	ক	২২	গ	২৩	গ	২৪	গ	২৫	ক	২৬	খ	২৭	ক	২৮	ঘ	২৯	খ	৩০	ক

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▸ ০১ $U = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x \leq 7\}$

$A = \{x \in N : x^2 - 3x + 2 = 0\}$ এবং $f(y) = \frac{7y-1}{y^2}$

ক. $b^2 - 1 + 2c - c^2$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. $P(A')$ নির্ণয় কর। ৪

গ. $f(a) = 1$ হলে, প্রমাণ কর যে, $a^4 = 2207 - \frac{1}{a^4}$. ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= b^2 - 1 + 2c - c^2$

$= b^2 - (c^2 - 2c + 1)$

$= b^2 - (c-1)^2$

$= (b + c - 1)(b - c + 1)$

$\therefore$ নির্ণেয় উৎপাদকে বিশ্লেষণ : $(b + c - 1)(b - c + 1)$. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$U = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x \leq 7\}$

$= \{2, 3, 5, 7\}$

এবং $A = \{x \in N : x^2 - 3x + 2 = 0\}$

A সেটের বর্ণনাকারী সমীকরণ,

$x^2 - 3x + 2 = 0$

বা, $x^2 - 2x - x + 2 = 0$

বা, $x(x-2) - 1(x-2) = 0$

বা, $(x-1)(x-2) = 0$

$\therefore x = 1, 2$

$\therefore A = \{1, 2\}$

$\therefore A' = U - A$

$= \{2, 3, 5, 7\} - \{1, 2\}$

$= \{3, 5, 7\}$

$\therefore P(A') = \{\{3\}, \{5\}, \{7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \varnothing\}$. **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

$f(y) = \frac{7y-1}{y^2}$

$\therefore f(a) = \frac{7a-1}{a^2}$

প্রশ্নমতে,

$f(a) = 1$

বা, $\frac{7a-1}{a^2} = 1$

বা, $7a - 1 = a^2$

বা, $a^2 + 1 = 7a$

বা, $\frac{a^2}{a} + \frac{1}{a} = \frac{7a}{a}$

$\therefore a + \frac{1}{a} = 7$

$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a}$

$= (7)^2 - 2$

$= 49 - 2$

$= 47$

তাহলে,

$\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = (47)^2$

বা, $(a^2)^2 + 2.a^2.\frac{1}{a^2} + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 = 2209$

বা, $a^4 + 2 + \frac{1}{a^4} = 2209$

বা, $a^4 = 2209 - 2 - \frac{1}{a^4}$

$\therefore a^4 = 2207 - \frac{1}{a^4}$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০২ $P = \frac{(49)^{x+1}}{7^{(x+2)(x-1)}}, x \in N;$

$Q = \log_{10}x + \log_{10}(x - 9)$

ক. $5^{2x+1} = (125)^{x-3}$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $P = 1$ হলে, দেখাও যে, $x = \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ ৪

গ. $Q = 1$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$5^{2x+1} = (125)^{x-3}$

বা, $5^{2x+1} = (5^3)^{x-3}$

বা, $5^{2x+1} = 5^{3x-9}$

বা, $2x + 1 = 3x - 9$

বা, $2x - 3x = -9 - 1$

বা, $-x = -10$

$\therefore x = 10$

$\therefore$ নির্ণেয় : $x = 10$. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$p = \frac{(49)^{x+1}}{7^{(x+2)(x-1)}}$

$p = 1$ হলে,

$\frac{(49)^{x+1}}{7^{(x+2)(x-1)}} = 1$

বা, $\frac{(7^2)^{x+1}}{7^{x^2-x+2x-2}} = 1$

বা, $\frac{7^{2x+2}}{7^{x^2+x-2}} = 1$

বা, $7^{x2+2-x^2-x+2} = 1$

বা, $7^{-x^2+x+4} = 7^0$ [$\because a^0 = 1, a \neq 0$]

বা, $-x^2 + x + 4 = 0$

বা, $x^2 - x - 4 = 0$

বা, $x^2 - 2.x.\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0$

বা, $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 4 + \frac{1}{4}$

বা, $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}$

বা, $x - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{17}}{2}$ [ধনাত্মক মান নিয়ে]

বা, $x = \frac{\sqrt{17}}{2} + \frac{1}{2}$

$\therefore x = \frac{1+\sqrt{17}}{2}$. **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $Q = \log_{10}x + \log_{10}(x-9)$

$Q = 1$ হলে,

$\log_{10}x + \log_{10}(x-9) = 1$

বা, $\log_{10}\{x(x-9)\} = \log_{10}10$ [$\because \log_a a = 1$]

বা, $x(x-9) = 10$

বা, $x^2 - 9x - 10 = 0$

বা, $x^2 - 10x + x - 10 = 0$

বা, $x(x-10) + 1(x-10) = 0$

বা, $(x+1)(x-10) = 0$

তাহলে, $x + 1 = 0$ বা, $x = -1$

অথবা, $x - 10 = 0$ $\therefore x = 10$

এটি গ্রহণযোগ্য নয়।

কারণ, $x > 0$.

$\therefore$ নির্ণেয় : $x = 10$. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৩ (i) কোনো সমান্তর ধারার x তম পদ y এবং y তম পদ x;
(ii) একটি গুণোত্তর ধারার ২য় পদ -1, ৪র্থ পদ -1; $(r < 1)$

ক. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + 10^3$ এর মান সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর। ২

খ. (i) এ $x = 10, y = 16$ হলে ১ম 26টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) বর্ণিত ধারাটি নির্ণয় করে $(2n-1)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি $= \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

$\therefore 1^3 + 2^3 + 3^3 + \text{- - - - - -} + 10^3 = \left\{\frac{10(10+1)}{2}\right\}^2$

$= (5 \times 11)^2$

$= (55)^2 = 3025$. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

কোনো সমান্তর ধারার x তম পদ y এবং y তম পদ x

এখন, $x = 10, y = 16$ হলে,

ধারাটির 10ম পদ 16 এবং 16তম পদ 10 হবে।

ধরি, ধারাটির প্রথম পদ $= a$ এবং সাধারণ অন্তর $= d$

$\therefore$ nতম পদ $= a + (n-1)d$

$\therefore$ 10তম পদ $= a + (10-1)d = a + 9d$

এবং 16তম পদ $= a + (16-1)d = a + 15d$

শর্তমতে,

$a + 9d = 16$ .... (i)

এবং $a + 15d = 10$ .... (ii)

(i)নং থেকে (ii)নং বিয়োগ করে পাই,

$a + 9d - a - 15d = 16 - 10$

বা, $-6d = 6$

$\therefore d = -1$

(i)নং সমীকরণে $d = -1$ বসিয়ে পাই,

$a + 9(-1) = 16$

বা, $a - 9 = 16$

$\therefore a = 25$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 26টি পদের সমষ্টি $= \frac{26}{2}\{2 \times 25 + (26-1)(-1)\}$

$= 13\{50 + 25(-1)\}$

$= 13(50 - 25)$

$= 13 \times 25$

$= 325$

$\therefore$ নির্ণেয় 26টি পদের সমষ্টি 325. **(Ans.)**

গ ধরি, ধারাটির প্রথম পদ $= a$

এবং সাধারণ অনুপাত $= r$

আমরা জানি,

nতম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ ২য় পদ $= ar^{2-1} = ar$

এবং ৪র্থ পদ $= ar^{4-1} = ar^3$

শর্তমতে,

$ar = -1$ .... (i)

এবং $ar^3 = -1$ .... (ii)

(ii)নং কে (i)নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{ar^3}{ar} = \frac{-1}{-1}$

বা, $r^2 = 1$

$\therefore r = -1$ [$\because r < 1$]

(i)নং এ $r = -1$ বসিয়ে পাই,

$a.(-1) = -1$

$\therefore a = 1$

$\therefore$ ধারাটির $(2n-1)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{a(1-r^{2n-1})}{1-r}$ [$\because r < 1$]

$= \frac{1\{1-(-1)^{2n-1}\}}{1-(-1)}$

$= \frac{1-(-1)}{1+1}$ [$(2n-1)$ বিজোড়]

$= \frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = 1$.

$\therefore$ নির্ণেয় $(2n-1)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি 1. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ০৪ দুইটি রেখাংশ যথাক্রমে $a = 4$ সে.মি., $b = 6$ সে.মি. এবং $\angle x = 30°$

ক. একটি বৃত্তের পরিধি 60 সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. ত্রিভুজের ভূমি a, অপর দুই বাহুর অন্তর $\frac{b}{2}$ এবং ভূমি সংলগ্ন কোণ x; ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় a, b এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x$; সামান্তরিকটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ = r সে.মি.

$\therefore$ এর পরিধি $2\pi r$ সে.মি.

প্রশ্নমতে,

$2\pi r = 60$

$\therefore r = \frac{60}{2\pi}$

$\therefore$ বৃত্তটির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ সে.মি.

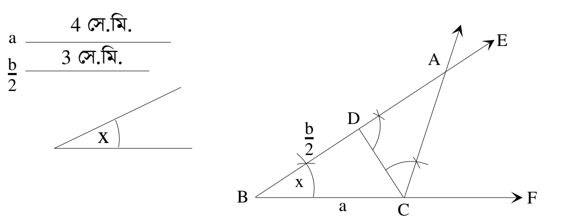
$= \pi \times \left(\frac{60}{2\pi}\right)^2$ বর্গ সে.মি.

$= \frac{(60)^2}{4\pi}$ বর্গ সে.মি.

$= \frac{3600}{4 \times 3.1416}$ বর্গ সে.মি.

$= 286.478$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ



মনে করি, ত্রিভুজের ভূমি a, ভূমি সংলগ্ন কোণ $\angle x$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $\frac{b}{2}$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যেকোনো একটি রশ্মি BF থেকে ভূমি a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই।

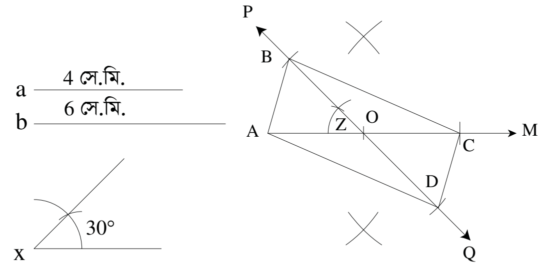
২. BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle$ CBE আঁকি।

৩. BE রশ্মি থেকে $\frac{b}{2}$ এর সমান BD অংশ কেটে নিই।

৪. C, D যোগ করি। DC রেখাংশের যে পাশে E বিন্দু আছে সেই পাশে C বিন্দুতে $\angle$EDC এর সমান $\angle$DCA আঁকি। CA রশ্মি BE রশ্মিকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



মনে করি, সামান্তরিকের কর্ণ দুইটি $a = 4$ সে.মি. ও $b = 6$ সে.মি. এবং কর্ণদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত একটি কোণ $\angle x = 30°$ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি AM থেকে a এর সমান AC রেখাংশ নিই।

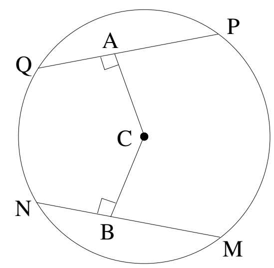
২. AC এর মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করি। O বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle$AOP আঁকি।

৩. OP এর বিপরীত রশ্মি OQ অঙ্কন করি।

৪. OP ও OQ রশ্মিদ্বয় থেকে $\frac{1}{2}$ b এর সমান যথাক্রমে OB ও OD রেখাংশদ্বয় নিই। A, B; A, D; C, B ও C, D যোগ করি।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রশ্ন ▸ ০৫



চিত্রে C বৃত্তের কেন্দ্র।

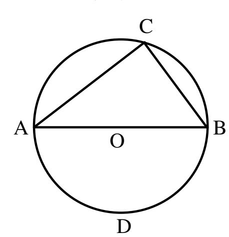
ক. প্রমাণ কর যে, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ। ২

খ. PQ = MN হলে প্রমাণ কর যে, AC = BC। ৪

গ. বৃত্তের বহিস্থ বিন্দু E হতে দু'টি স্পর্শক PE ও ME; প্রমাণ কর যে, PE = ME। ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB একটি ব্যাস এবং $\angle$ACB একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle$ACB এক সমকোণ।

অঙ্কন : AB এর যে পাশে C বিন্দু অবস্থিত, তার বিপরীত পাশে বৃত্তের উপর একটি বিন্দু D নিই।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ADB চাপের উপর দণ্ডায়মান

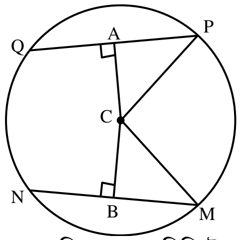
বৃত্তস্থ $\angle ACB = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ সরল কোণ $\angle AOB$)

[$\because$ একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

ধাপ-২ : কিন্তু সরলকোণ $\angle AOB$ = দুই সমকোণ।

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2}$ (দুই সমকোণ) = এক সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, C কেন্দ্রবিশিষ্ট PQMN বৃত্তের PQ ও MN দুইটি সমান জ্যা। C থেকে PQ এবং MN জ্যা এর উপর যথাক্রমে AC এবং BC লম্ব। C, P এবং C, M যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে AC = BC.

প্রমাণ :

ধাপ-১. $AC \perp PQ$ ও $BC \perp MN$.

সুতরাং, PA = QA এবং MB = NB. [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।]

$\therefore PA = \frac{1}{2}PQ$ এবং $MB = \frac{1}{2}MN$.

ধাপ-২. কিন্তু PQ = MN

$\therefore$ PA = MB

ধাপ-৩. এখন ΔCPA এবং ΔCMB সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে [কল্পনা]

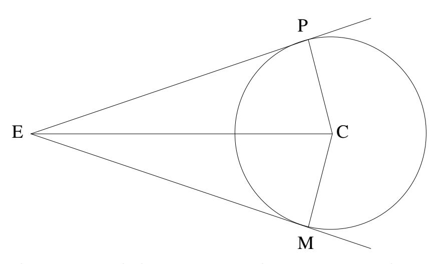
অতিভুজ CP = অতিভুজ CM [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং PA = MB [ধাপ ২]

$\therefore \Delta CPA \cong \Delta CMB$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

$\therefore$ AC = BC. **(প্রমাণিত)**

গ



মনে করি, C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু E থেকে ঐ বৃত্তের উপর PE ও ME দুইটি স্পর্শক টানা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, PE = ME.

অঙ্কন : C, M; C, P এবং C, E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : বৃত্তের P বিন্দুতে PE একটি স্পর্শক এবং CP স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

সুতরাং $CP \perp PE$ অর্থাৎ $\angle EPC$ = এক সমকোণ।

ধাপ-২ : আবার, বৃত্তের M বিন্দুতে ME একটি স্পর্শক এবং CM স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

সুতরাং $CM \perp ME$ অর্থাৎ $\angle EMC$ = এক সমকোণ।

ধাপ-৩ : এখন, ΔEPC এবং ΔEMC সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে CP = CM [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

এবং অতিভুজ CE উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু।

$\therefore \Delta EPC \cong \Delta EMC$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা]

সুতরাং PE = ME. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৬ সমকোণী ত্রিভুজ BCD এর BC = 5 সে.মি. এবং BC ও CD বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ 45°।

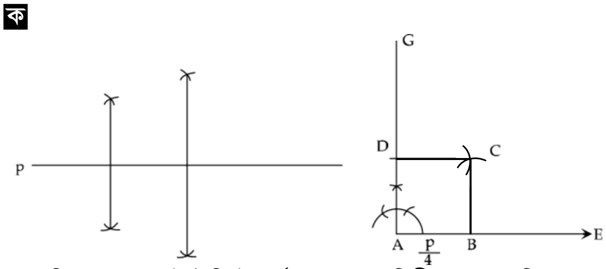
ক. 16 সে.মি. পরিসীমাবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। ২

খ. BC ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র হতে 7 সে.মি. দূরে বহিস্থ বিন্দু F হতে দুটি স্পর্শক অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. ΔBCD এর অন্তবৃত্ত অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

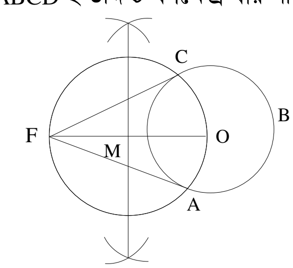
৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে ABCD-ই উদ্দিষ্ট বর্গক্ষেত্র যার পরিসীমা 16 সে.মি.।

খ



BC = 5 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র O হতে 7 সে.মি. দূরে বহিঃস্থ একটি বিন্দু F হতে দুটি স্পর্শক অঙ্কন করতে হবে।

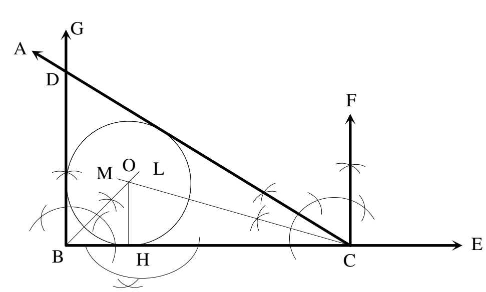
অঙ্কনের ধাপসমূহ :

ধাপ-১ : O, F যোগ করে OF রেখাকে M বিন্দুতে দ্বিখণ্ডিত করি।

ধাপ-২ : M কে কেন্দ্র করে OM ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি যা O কেন্দ্রিক বৃত্তের A এবং C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ-৩ : F, A এবং F, C যোগ করি। তাহলে FA এবং FC-ই নির্ণেয় দুটি স্পর্শক।

গ



দেওয়া আছে, ΔBCD এর BC = 5 সে.মি. এবং BC ও CD বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ 45°। ΔBCD এর অন্তর্বৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে BL ও CM আঁকি। মনে করি, তারা O বিন্দুতে ছেদ করে।

২. O থেকে BC এর উপর OH লম্ব আঁকি এবং মনে করি, তা BC কে H বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. O কে কেন্দ্র করে OH এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে, এ বৃত্তটিই নির্ণেয় অন্তর্বৃত্ত।

প্রশ্ন ▸ ০৭ $\tan(p + q) = \sqrt{3}$, $\sin(p - q) = 0$; p, q সূক্ষ্মকোণ। $x = \cot\theta$, $y = \cos\theta$

ক. $\cos(90° - \theta) = \frac{5}{3}$ হলে, $\mathrm{cosec}\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

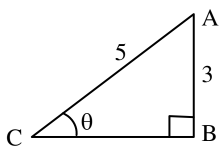
খ. $\cot^2 p - \cos^2 q$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $x^4 - x^2 = 1$ হলে প্রমাণ কর যে, $y^4 + y^2 = 1$. ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\cos(90° - \theta) = \frac{3}{5}$

বা, $\sin\theta = \frac{3}{5}$



$\therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$
$= \sqrt{(5)^2 - (3)^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$

$\therefore \mathrm{cosec}\theta = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{3}$

[**বি.দ্র. :** $\cos(90° - \theta) = \frac{5}{3}$ দেওয়া আছে; যা সম্ভব নয়। কেননা, $-1 \leq \cos\theta \leq 1$। তাই প্রশ্নে $\frac{5}{3}$ এর স্থলে $\frac{3}{5}$ দেওয়া হয়েছে।]

খ দেওয়া আছে,

$\tan(p + q) = \sqrt{3}$

বা, $\tan(p + q) = \tan 60°$

$\therefore p + q = 60°$ ... ... (i)

আবার,

$\sin(p - q) = 0$

বা, $\sin(p - q) = \sin 0°$

$\therefore p - q = 0°$ ... ... (ii)

(i)নং ও (ii)নং যোগ করে পাই,

$p + q + p - q = 60° + 0°$

বা, $2p = 60°$

$\therefore p = 30°$

(i)নং এ $p = 30°$ বসিয়ে পাই,

$30° + q = 60°$

বা, $q = 60° - 30°$

$\therefore q = 30°$

প্রদত্ত রাশি $= \cot^2 p - \cos^2 q$
$= \cot^2 30° - \cos^2 30°$
$= (\sqrt{3})^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3 - \frac{3}{4}$
$= \frac{12 - 3}{4} = \frac{9}{4}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \frac{9}{4}$. **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

$x^4 - x^2 = 1$

বা, $\cot^4\theta - \cot^2\theta = 1$ $[\because x = \cot\theta]$

বা, $\cot^4\theta = 1 + \cot^2\theta$

বা, $\cot^4\theta = \mathrm{cosec}^2\theta$ $[\because 1 + \cot^2\theta = \mathrm{cosec}^2\theta]$

বা, $\frac{\cos^4\theta}{\sin^4\theta} = \frac{1}{\sin^2\theta}$ $\left[\because \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}, \mathrm{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}\right]$

বা, $\cos^4\theta = \frac{\sin^4\theta}{\sin^2\theta}$ [উভয়পক্ষে $\sin^4\theta$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\cos^4\theta = \sin^2\theta$

বা, $\cos^4\theta = 1 - \cos^2\theta$

বা, $\cos^4\theta + \cos^2\theta = 1$

$\therefore y^4 + y^2 = 1$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৮ $\mathrm{cosec}\theta = M$, $\cot\theta = N$, $\sec\alpha = y$; θ, α সূক্ষ্মকোণ।

ক. $y = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}}$ হলে α এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $M + N = a$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\cos\theta = \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$ ৪

গ. $3M^2 - 2\sqrt{3}N = 2$ হলে, $\left(\sin^2\theta + \frac{1}{4}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$y = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}}$

বা, $\sec\alpha = \sqrt{\frac{4}{3}}$ $[\because y = \sec\alpha]$

বা, $\sec\alpha = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\cos\alpha} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\cos\alpha = \cos 30°$

$\therefore \alpha = 30°$

$\therefore$ নির্ণেয় : $\alpha = 30°$. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$M + N = a$

বা, $\mathrm{cosec}\theta + \cot\theta = a$ $[\because M = \mathrm{cosec}\theta, N = \cot\theta]$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = a$

বা, $\frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta} = a$

বা, $\frac{(1 + \cos\theta)^2}{\sin^2\theta} = a^2$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{(1 + \cos\theta)^2}{1 - \cos^2\theta} = a^2$

বা, $\frac{1 + \cos\theta}{1 - \cos\theta} = a^2$

বা, $\frac{1 + \cos\theta + 1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta - 1 + \cos\theta} = \frac{a^2 + 1}{a^2 - 1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2\cos\theta} = \frac{a^2+1}{a^2-1}$

বা, $\frac{1}{\cos\theta} = \frac{a^2+1}{a^2-1}$

$\therefore \cos\theta = \frac{a^2-1}{a^2+1}$. **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$3M^2 - 2\sqrt{3}N = 2$

বা, $3\,\text{cosec}^2\theta - 2\sqrt{3}\cot\theta - 2 = 0$ $[\because M = \text{cosec}\theta, N = \cot\theta]$

বা, $3(1 + \cot^2\theta) - 2\sqrt{3}\cot\theta - 2 = 0$

বা, $3 + 3\cot^2\theta - 2\sqrt{3}\cot\theta - 2 = 0$

বা, $3\cot^2\theta - 2\sqrt{3}\cot\theta + 1 = 0$

বা, $(\sqrt{3}\cot\theta)^2 - 2.\sqrt{3}\cot\theta\,.\,1 + (1)^2 = 0$

বা, $(\sqrt{3}\cot\theta - 1)^2 = 0$

বা, $\sqrt{3}\cot\theta = 1$

বা, $\cot\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\cot\theta = \cot 60°$

$\therefore \theta = 60°$

প্রদত্ত রাশি $= \sin^2\theta + \frac{1}{4}$

$= \sin^2 60° + \frac{1}{4}$

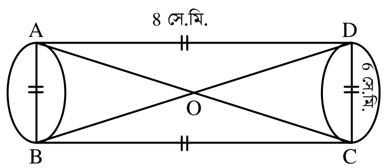
$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$

$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$

$= \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় মান = 1. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৯



ক. একটি ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 1014 বর্গমিটার হলে, এর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. ABCD বেলনের সমগ্রতলের ক্ষেত্র নির্ণয় কর। ৪

গ. ΔAOB এর সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, ঘনকের এক ধারের দৈর্ঘ্য = a মিটার

$\therefore$ ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $6a^2$ বর্গ মিটার

প্রশ্নমতে,

$6a^2 = 1014$

বা, $a^2 = 169$

$\therefore a = \sqrt{169} = 13$ মিটার

$\therefore$ এর কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{3} \times a$ মিটার

$= \sqrt{3} \times 13$ মিটার

$= 13\sqrt{3}$ মিটার। **(Ans.)**

খ চিত্রানুসারে,

ABCD বেলনের, ভূমির ব্যাসার্ধ $r = \frac{6}{2} = 3$ সে.মি.

এবং উচ্চতা h = 8 সে.মি.

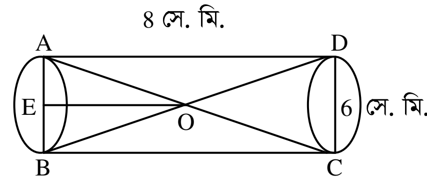
$\therefore$ এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(r + h)$ বর্গ সে.মি.

$= 2 \times 3.1416 \times 3(3 + 8)$ বর্গ সে.মি.

$= 207.346$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ নির্ণেয় সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 207.346 বর্গ সে.মি.। **(Ans.)**

গ



চিত্রানুসারে,

ΔAOB এর ভূমি AB = 6 সে.মি.

এবং উচ্চতা $OE = \frac{8}{2} = 4$ সে.মি.

$\therefore \Delta AOB$ এর ক্ষেত্রফল$= \frac{1}{2} AB \times OE$ বর্গ সে.মি.

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 4$ বর্গ সে.মি.

$= 12$ বর্গ সে.মি.

ধরি, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ = r

$\therefore$ এর ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

শর্তমতে,

$\pi r^2 = 12$

বা, $r^2 = \frac{12}{\pi}$

বা, $r^2 = \frac{12}{3.1416}$

বা, $r^2 = 3.82$

$\therefore r = \sqrt{3.82} = 1.954$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তটির পরিধি $= 2\pi r$ সে.মি.

$= 2 \times 3.1416 \times 1.954$ সে.মি.

$= 12.277$ সে.মি.। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ 30 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষার প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো :
60, 51, 61, 58, 53, 48, 52, 73, 51, 57, 64, 52, 49, 56, 48, 67, 70, 59, 68, 54, 46, 67, 56, 54, 45, 50, 72, 69, 63, 55

ক. শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. সারণি হতে বিবরণসহ অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক উপাত্তের সর্বোচ্চ মান 73 এর সর্বনিম্ন মান 45

$\therefore$ পরিসর $= (73 - 45) + 1$

$= 28 + 1$

$= 29$

$\therefore$ শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা $= \frac{29}{5} = 5.8 \approx 6$টি। **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

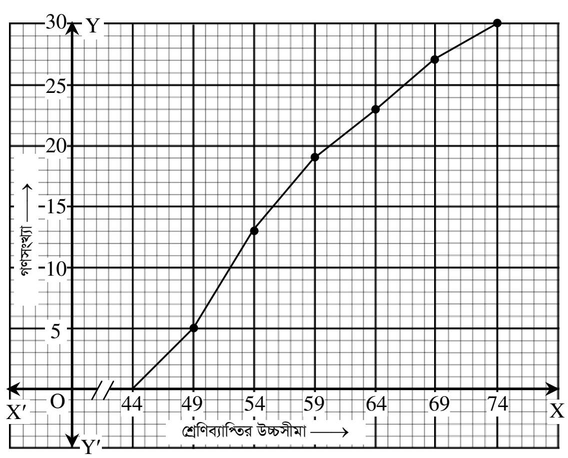
শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপবিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
45–49	47	5	– 2	– 10
50–54	52	8	– 1	– 8
55–59	57←a	6	0	0
60–64	62	4	1	4
65–69	67	4	2	8
70–74	72	3	3	9
		n = 30		$\Sigma f_i u_i = 3$

$\therefore$ গড় $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h = 57 + \frac{3}{30} \times 5 = 57 + 0.5 = 57.5$ **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গঠনসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45–49	5	5
50–54	8	13
55–59	6	19
60–64	4	23
65–69	4	27
70–74	3	30
	n = 30	

ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে শ্রেণিব্যাপ্তির উচ্চসীমার একক ধরে এবং y-তম বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু হতে 44 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▶ ১১ ৯ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর ওজনের সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	31–40	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	6	8	13	10	8	5

ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২

খ. সারণি হতে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ সারণি হতে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক উদ্দীপকের সারণি হতে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলো :

ওজন (কেজি)	শিক্ষার্থীর সংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31–40	6	6
41–50	8	14
51–60	13	27
61–70	10	37
71–80	8	45
81–90	5	50

খ উদ্দীপকের সারণি হতে পাই,

সর্বাধিক শিক্ষার্থী সংখ্যা 13। যা (51–50) শ্রেণিতে অবস্থিত।

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণি (51–60)।

$\therefore$ প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

$= 51 + \frac{5}{5+3} \times 10$

$= 51 + \frac{5}{8} \times 10$

$= 51 + 6.25$

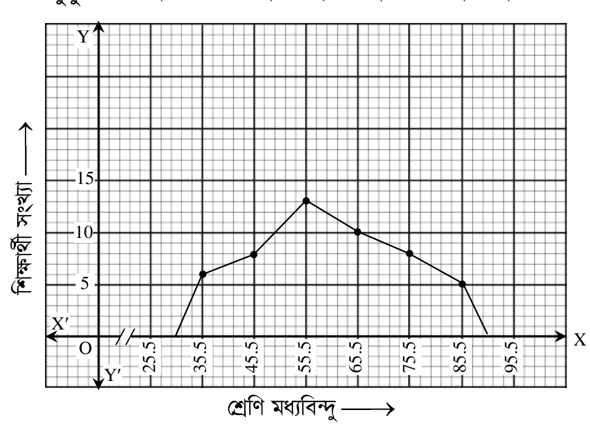
$= 57.25$ **(Ans.)**

এখানে,
$L = 51$
$f_1 = 13 - 8 = 5$
$f_2 = 13 - 10 = 3$
$h = 10$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের সারণি :

ওজন (কেজি)	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	শিক্ষার্থী সংখ্যা
31–40	35.5	6
41–50	45.5	8
51–60	55.5	13
61–70	65.5	10
71–80	75.5	8
81–90	85.5	5

ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর দুই একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি বাহু দৈর্ঘ্যকে শিক্ষার্থী সংখ্যার এক একক ধরে গণসংখ্যার এক একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু হতে 25.5 বিন্দুগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



বরিশাল বোর্ড-২০২৩

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৩ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ৩০ মিনিট | পূর্ণমান : ৩০

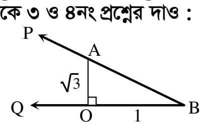
[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১. **$2\cos(\theta - 30°) = \sqrt{3}$ হলে θ এর মান কত?**
ক) 90° খ) 60° গ) 30° ঘ) 0°

২. **$\sin\theta\sqrt{\operatorname{cosec}^2\theta - 1}$ = কত?**
ক) cosθ খ) cotθ গ) tanθ ঘ) sinθ

☐ **নিচের চিত্রের আলোকে ৩ ও ৪নং প্রশ্নের দাও :**



৩. **cos (90° – B) = কত?**
ক) $\frac{1}{2}$ খ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

৪. **চিত্রে–**
i. cosec (A + B) = 1 ii. sinA + cosB = 1 iii. tan ∠AOQ অসংজ্ঞায়িত
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৫. **1 + 2 + 4 + 8 + ... ধারাটির ১ম আট পদের সমষ্টি কত?**
ক) 64 খ) 128 গ) 255 ঘ) 257

☐ **নিচের তথ্যের আলোকে ৬ ও ৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**
– 2 + 1 + 4 + 7 + ... একটি ধারা।

৬. **ধারাটির সাধারণ পদ কত?**
ক) 3n – 1 খ) 3n + 1 গ) 3n – 5 ঘ) 3n + 5

৭. **ধারাটির ১ম দশ পদের সমষ্টি কত?**
ক) 115 খ) 125 গ) 145 ঘ) 155

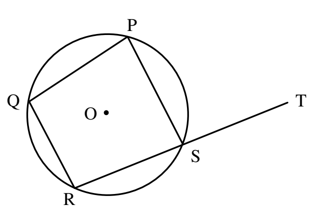
৮. **0.00076 এর বৈজ্ঞানিক রূপ কোনটি?**
ক) 0.76×10^{-3} খ) 0.76×10^{3} গ) 7.6×10^{-4} ঘ) 7.6×10^{4}

৯. **$\log_x a = 3$ এবং $\log_a y = 2$ হলে $\log_x y$ এর মান কত?**
ক) 1 খ) 5 গ) 6 ঘ) 9

১০. **$2^{3x+1} = 8$ হলে x এর মান কত?**
ক) $\frac{3}{2}$ খ) $\frac{4}{3}$ গ) $\frac{3}{4}$ ঘ) $\frac{2}{3}$

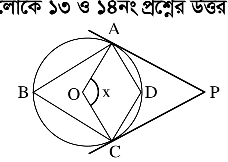
১১. **দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে ছেদ করলে তাদের মধ্যে সর্বোচ্চ কয়টি সাধারণ স্পর্শক অঙ্কন করা সম্ভব?**
ক) ১টি খ) ২টি গ) ৩টি ঘ) ৪টি

১২.



চিত্রে ∠PST এর সমান কোণ কোনটি?
ক) ∠QPS খ) ∠QRS গ) ∠PSR ঘ) ∠PQR

☐ **নিচের তথ্যের আলোকে ১৩ ও ১৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PA ও PC দুইটি স্পর্শক।

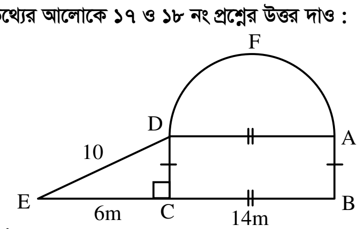
১৩. **∠ADC = 130° হলে $\frac{1}{2}$ ∠x = কত?**
ক) 50° খ) 65° গ) 90° ঘ) 100°

১৪. **চিত্রে–**
i. PA = PC ii. ∠OAP = ∠OCP iii. প্রবৃদ্ধ ∠AOC = 2∠ADC
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

১৫. **কোনো বৃত্তের অধিচাপে অন্তর্লিখিত কোণ–**
ক) সমকোণ খ) স্থূলকোণ গ) সূক্ষ্মকোণ ঘ) প্রবৃদ্ধ কোণ

১৬. **একটি রম্বসের দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 8 একক ও 12 একক হলে এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?**
ক) 40 বর্গ একক খ) 48 বর্গ একক
গ) 96 বর্গ একক ঘ) 192 বর্গ একক

☐ **নিচের তথ্যের আলোকে ১৭ ও ১৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



১৭. **AFD অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল কত?**
ক) $21.99m^2$ খ) $76.97m^2$ গ) $153.94m^2$ ঘ) $307.88m^2$

১৮. **ABED ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?**
ক) $112m^2$ খ) $136m^2$ গ) $160m^2$ ঘ) $172m^2$

১৯. **সমবৃত্তভূমিক বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ 5 সে.মি. এবং উচ্চতা 7 সে.মি. হলে এর–**
i. ভূমির ক্ষেত্রফল = 25π বর্গ সে.মি. ii. বক্রতলের ক্ষেত্রফল = 70π বর্গ সে.মি.
iii. আয়তন = 350π ঘন সে.মি.
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

২০. **x sin θ = y হলে cotθ এর মান কোনটি?**
ক) $\frac{\sqrt{x^2 - y^2}}{x}$ খ) $\frac{\sqrt{x^2 - y^2}}{y}$ গ) $\frac{x}{\sqrt{x^2 - y^2}}$ ঘ) $\frac{y}{\sqrt{x^2 - y^2}}$

২১. **অজিভ রেখা অঙ্কনের ক্ষেত্রে x- অক্ষ বরাবর স্থাপন করা হয়–**
ক) শ্রেণির উচ্চমান খ) শ্রেণি নিম্নমান
গ) শ্রেণি মধ্যমান ঘ) অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি ব্যপ্তি

☐ **নিচের তথ্যের আলোকে ২২ ও ২৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

শ্রেণিব্যাপ্তি	21 – 25	26 – 30	31 – 35	36–40	41–45
গণসংখ্যা	3	6	6	7	4

২২. **প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান কত?**
ক) 28 খ) 33 গ) 38 ঘ) 43

২৩. **মধ্যক নির্ণয়ের জন্য F_C এর মান নিচের কোনটি?**
ক) 6 খ) 7 গ) 9 ঘ) 15

২৪. **যদি $f(x) = x^3 - 5x + 2$ হলে $f(-2)$ = কত?**
ক) – 16 খ) – 14 গ) 6 ঘ) 4

২৫. **P = {a, b, c}, Q = {b, d} হলে (P \ Q) এর প্রকৃত উপসেট কয়টি?**
ক) 2 খ) 3 গ) 4 ঘ) 7

২৬. **8 সে.মি. ও 6 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নিচের কোনটি?**
ক) 1 সে.মি. খ) 2 সে.মি. গ) 7 সে.মি. ঘ) 14 সে.মি.

☐ **নিচের তথ্যের আলোকে ২৭ ও ২৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**
$y + \frac{2}{y} = 3$

২৭. **$y^2 + \frac{4}{y^2}$ = কত?**
ক) 5 খ) 7 গ) 11 ঘ) 13

২৮. **$y^3 + \left(\frac{2}{y}\right)^3$ এর মান কোনটি?**
ক) 45 খ) 18 গ) 15 ঘ) 9

২৯. **ΔABC এর পরিকেন্দ্র O, AB = AC এবং ∠ABC = 55° হলে ∠BOC = কত?**
ক) 140° খ) 125° গ) 110° ঘ) 70°

৩০. **$y + \frac{1}{y} = 5$ হলে $\frac{y}{y^2 - 3y + 1}$ = কত?**
ক) $\frac{1}{8}$ খ) $\frac{1}{2}$ গ) 2 ঘ) 8

■ **খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।**

উত্তর																														
	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

বরিশাল বোর্ড-২০২৩

গণিত (সৃজনশীল)

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৩ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

১। $A = \{x \in Z : x^2 < 9\}$

$B = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $1 < x \leq 5\}$

$S = \{(x, y) : x \in A, y \in B$ এবং $y - x = 1\}$

$f(x) = \dfrac{4x + 1}{4x - 1}$

ক. $M = \{12, 15\}, N = \{15, a\}$ হলে $P(M \cap N)$ নির্ণয় কর। ২

খ. S অন্বয়কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে এর রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

গ. $\dfrac{f(x+2) - 1}{f(x-2) - 1} = -1$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

২। $x^8 - 2x^4 + 1 = 0, x > 0$

$A = p + q$ এবং $B = p^2 - q^2$

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $y^4 - 79y^2 + 1$. ২

খ. $\dfrac{3}{2}\left(x^3 + \dfrac{1}{x^3}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $A = \sqrt{7}, B = \sqrt{35}$ হলে প্রমাণ কর যে, $\dfrac{1}{3}(p^3q + pq^3) = 1$ ৪

৩। (i) $3 + 6 + 12 + ...$ ধারাটির প্রথম t সংখ্যক পদের সমষ্টি 1533.

(ii) একটি সমান্তর ধারার p তম পদ q^2 এবং q তম পদ p^2.

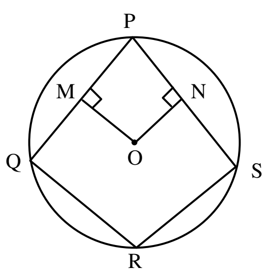
ক. $7 + 10 + 13 + 16 + ...$ ধারাটির কোন পদ 160 তা নির্ণয় কর। ২

খ. t এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারাটির $(p - 1 + q)$ তম পদ নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি

৪।



চিত্রে PQRS বৃত্তের কেন্দ্র O এবং OM = ON.

ক. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। ২

খ. প্রমাণ কর যে, PQ = PS. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle QPS + \angle QRS = 180°$. ৪

৫। (i) O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু R থেকে ঐ বৃত্তে RL ও RK দুইটি স্পর্শক।

(ii) O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে MNTS একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। MT ও NS কর্ণদ্বয় পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করে।

ক. প্রমাণ কর যে, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, RL = RK. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle MON + \angle TOS = 2\angle MPN$. ৪

৬। (i) একটি ত্রিভুজের ভূমি a = 6 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 30°$ অপর দুই বাহুর অন্তর d = 2 সে.মি.।

(ii) ΔABC এর AB = 5 সে.মি., BC = 6 সে.মি. এবং AC = 4 সে.মি.।

ক. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 3.5 সে.মি., বৃত্তটির কোনো বিন্দুতে একটি স্পর্শক আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক) ২

খ. (i) নং তথ্যের আলোকে ত্রিভুজটি আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।] ৪

গ. (ii) নং তথ্যের আলোকে ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।] ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭। p = cosA, q = sinA.

ক. $\tan x = \cot y = \sqrt{3}$ হলে $\cos(x + y)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $p^2 + p^4 = 1$ হলে প্রমাণ কর যে, $\left(\dfrac{p}{q}\right)^4 - \left(\dfrac{p}{q}\right)^2 = 1$ ৪

গ. $p - q = \sqrt{5}\,q$ হলে প্রমাণ কর যে, $4q + p = \sqrt{5}p$ ৪

৮। $M = \cot\theta, N = \cos\theta;$ যেখানে θ সুক্ষ্মকোণ, A > 0

ক. $\cos A = \dfrac{1}{3}$ হলে cotA এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $4N^2 - (2 + 2\sqrt{3})N + \sqrt{3} = 0$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $(M + N)(2 - \sqrt{3}) = (M - N)(2 + \sqrt{3})$ হলে $2\sin\dfrac{\theta}{2}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৯। (i) একটি রম্বসের পরিসীমা 180 সে.মি.। এর বৃহত্তম কর্ণের দৈর্ঘ্য 72 সে.মি.।

(ii) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 1 মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $4\sqrt{3}$ বর্গ মিটার বেড়ে যায়।

ক. একটি চাকা 100π সে.মি. পথ যেথে 10 বার ঘুরলে চাকাটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ২

খ. রম্বসটির ক্ষুদ্রতম কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. সমবাহু ত্রিভুজটির পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

ঘ বিভাগ : পরিসংখ্যান

১০। দশম শ্রেণির 40 জন শিক্ষার্থীর জীববিজ্ঞান বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	34-43	44-53	54-63	64-73	74-83	84-93
গণসংখ্যা	6	8	5	9	5	7

ক. প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১১। দশম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর রসায়ন বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	26-35	36-45	46-55	56-65	66-75	76-85	86-95
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	5	10	12	16	8	5	4

ক. 19, 21, 26, 13, 11, 27, x, 29 সংখ্যাগুলোর গড় 165 হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত উপাত্ত হতে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর																														
	১	খ	২	ক	৩	ঘ	৪	ঘ	৫	গ	৬	গ	৭	ক	৮	গ	৯	গ	১০	ঘ	১১	খ	১২	ঘ	১৩	ক	১৪	ঘ	১৫	গ
	১৬	খ	১৭	খ	১৮	খ	১৯	ক	২০	খ	২১	ঘ	২২	গ	২৩	গ	২৪	ঘ	২৫	খ	২৬	গ	২৭	ক	২৮	ঘ	২৯	ক	৩০	খ

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▸ ০১ $A = \{x \in Z : x^2 < 9\}$

$B = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $1 < x \leq 5\}$

$S = \{(x, y) : x \in A, y \in B$ এবং $y - x = 1\}$

$f(x) = \dfrac{4x+1}{4x-1}$

ক. $M = \{12, 15\}, N = \{15, a\}$ হলে $P(M \cap N)$ নির্ণয় কর। ২

খ. S অন্বয়কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে এর রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

গ. $\dfrac{f(x+2)-1}{f(x-2)-1} = -1$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$M = \{12, 15\}$

$N = \{15, a\}$

$\therefore M \cap N = \{12, 15\} \cap \{15, a\}$

$= \{15\}$

$\therefore P(M \cap N) = \{\{15\}, \varnothing\}$. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$A = \{x \in Z : x^2 < 9\}$

$x = 0$ হলে, $x^2 = 0 < 9$

$x = \pm 1$ হলে, $x^2 = 1 < 9$

$x = \pm 2$ হলে, $x^2 = 4 < 9$

$x = \pm 3$ হলে, $x^2 = 9 \not< 9$

$\therefore A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

এবং $B = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $1 < x \leq 5\}$

$= \{2, 3, 5\}$

এবং $S = \{(x, y) : x \in A, y \in B$ এবং $y - x = 1\}$

S এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,

$y - x = 1$

বা, $y = 1 + x$

প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = 1 + x$ নির্ণয় করি,

x	−2	−1	0	1	2
y	−1	0	1	2	3

কিন্তু, $-1, 0, 1 \notin B$

$\therefore (-2, -1), (-1, 0), (0, 1) \notin S$

$\therefore S = \{(1, 2), (2, 3)\}$

$\therefore$ রেঞ্জ $S = \{2, 3\}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

$f(x) = \dfrac{4x+1}{4x-1}$

$\therefore f(x+2) = \dfrac{4(x+2)+1}{4(x+2)-1}$

$= \dfrac{4x+8+1}{4x+8-1}$

$= \dfrac{4x+9}{4x+7}$

এবং $f(x-2) = \dfrac{4(x-2)+1}{4(x-2)-1}$

$= \dfrac{4x-8+1}{4x-8-1}$

$= \dfrac{4x-7}{4x-9}$

প্রশ্নানুসারে,

$\dfrac{f(x+2)-1}{f(x-2)-1} = -1$

বা, $\dfrac{\dfrac{4x+9}{4x+7} - 1}{\dfrac{4x-7}{4x-9} - 1} = -1$

বা, $\dfrac{\dfrac{4x+9-4x-7}{4x+7}}{\dfrac{4x-7-4x+9}{4x-9}} = -1$

বা, $\dfrac{2}{4x+7} \times \dfrac{4x-9}{2} = -1$

বা, $\dfrac{4x-9}{4x+7} = -1$

বা, $4x - 9 = -4x - 7$

বা, $4x + 4x = -7 + 9$

বা, $8x = 2$

$\therefore x = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $x = \dfrac{1}{4}$. **(Ans.)**

[**বি.দ্র.:** $x = \dfrac{1}{4}$ এর জন্য প্রদত্ত ফাংশন $f(x)$ অসংজ্ঞায়িত]

প্রশ্ন ▸ ০২ $x^8 - 2x^4 + 1 = 0, x > 0$

$A = p + q$ এবং $B = p^2 - q^2$

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $y^4 - 79y^2 + 1$. ২

খ. $\dfrac{3}{2}\left(x^3 + \dfrac{1}{x^3}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $A = \sqrt{7}, B = \sqrt{35}$ হলে প্রমাণ কর যে, $\dfrac{1}{3}(p^3q + pq^3) = 1$ ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= y^4 - 79y^2 + 1$
$= (y^2)^2 + 2.y^2.1 + (1)^2 - 81y^2$
$= (y^2 + 1)^2 - (9y)^2$
$= (y^2 + 1 + 9y)(y^2 + 1 - 9y)$
$= (y^2 + 9y + 1)(y^2 - 9y + 1)$
$\therefore$ নির্ণেয় উৎপাদকে বিশ্লেষণ $(y^2 + 9y + 1)(y^2 - 9y + 1)$. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,
$x^8 - 2x^4 + 1 = 0$
বা, $x^8 + 1 = 2x^4$
বা, $\frac{x^8}{x^4} + \frac{1}{x^4} = \frac{2x^4}{x^4}$
বা, $x^4 + \frac{1}{x^4} = 2$
বা, $(x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 2$
বা, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2.x^2.\frac{1}{x^2} = 2$
বা, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 4$
বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$
বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x} = 2$
বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 4$
$\therefore\ x + \frac{1}{x} = 2 \quad [\because x > 0]$
প্রদত্ত রাশি $= \frac{3}{2}\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)$
$= \frac{3}{2}\left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)\right\}$
$= \frac{3}{2}\{(2)^3 - 3(2)\}$
$= \frac{3}{2}(8 - 6)$
$= \frac{3}{2} \times 2$
$= 3$
$\therefore$ নির্ণেয় মান $= 3$. **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $A = p + q$ এবং $B = p^2 - q^2$
এখন, $A = \sqrt{7}$ এবং $B = \sqrt{35}$ হলে,
$p + q = \sqrt{7}$
এবং $p^2 - q^2 = \sqrt{35} = \sqrt{5 \times 7}$
বা, $(p + q)(p - q) = \sqrt{5}.\sqrt{7}$
বা, $\sqrt{7}(p - q) = \sqrt{5}.\sqrt{7} \quad [\because p + q = \sqrt{7}]$
$\therefore\ p - q = \sqrt{5}$
বামপক্ষ $= \frac{1}{3}(p^3q + pq^3)$
$= \frac{1}{3}pq(p^2 + q^2)$
$= \frac{1}{24} \times 4pq \times 2(p^2 + q^2)$
$= \frac{1}{24}\{(p + q)^2 - (p - q)^2\}.\{(p + q)^2 + (p - q)^2\}$
$= \frac{1}{24}\{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2\}\{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{5})^2\}$
$= \frac{1}{24}(7 - 5)(7 + 5)$
$= \frac{1}{24} \times 2 \times 12$
$= 1$
= ডানপক্ষ
$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৩ (i) $3 + 6 + 12 + \dots\dots$ ধারাটির প্রথম t সংখ্যক পদের সমষ্টি 1533.
(ii) একটি সমান্তর ধারার p তম পদ q^2 এবং q তম পদ p^2.

ক. $7 + 10 + 13 + 16 + \dots\dots$ ধারাটির কোন পদ 160 তা নির্ণয় কর। ২
খ. t এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. সমান্তর ধারাটির $(p - 1 + q)$ তম পদ নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক $7 + 10 + 13 + 16 + \text{- - - - - - -}$
ধারাটির, প্রথম পদ $a = 7$
এবং সাধারণ অন্তর $d = 10 - 7 = 3$
ধরি,
ধারাটির n তম পদ 160
তাহলে, $a + (n - 1)d = 160$
বা, $7 + (n - 1) \times 3 = 160$
বা, $7 + 3n - 3 = 160$
বা, $3n = 160 - 7 + 3$
বা, $3n = 156$
বা, $n = \frac{156}{3}$
$\therefore\ n = 52$
$\therefore$ ধারাটির 52 তম পদ 160. **(Ans.)**

খ ধারাটির,
প্রথম পদ $a = 3$
এবং সাধারণ অনুপাত $r = \frac{6}{3} = 2 > 1$
$\therefore$ ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$
$= \frac{3(2^n - 1)}{2 - 1}$
$= 3(2^n - 1)$
$\therefore$ t সংখ্যক পদের সমষ্টি $S_t = 3(3^t - 1)$
প্রশ্নমতে,
$3(2^t - 1) = 1533$
বা, $2^t - 1 = 511$
বা, $2^t = 512$
বা, $2^t = 2^9$
$\therefore\ t = 9$
$\therefore$ নির্ণেয় $t = 9$ **(Ans.)**

গ ধরি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ $= a$

এবং সাধারণ অন্তর $= d$

$\therefore$ ধারাটির p তম পদ $= a + (p - 1)d = a + pd - d$

এবং q তম পদ $= a + (q - 1) d = a + qd - d$

প্রশ্নমতে,

$a + pd - d = q^2$ .... (i)

এবং $a + qd - d = p^2$ .... (ii)

(i) নং থেকে (ii)নং বিয়োগ করে পাই,

$a + pd - d - a - qd + d = q^2 - p^2$

বা, $pd - qd = q^2 - p^2$

বা, $d(p - q) = -(p^2 - q^2)$

বা, $d = \frac{-(p + q)(p - q)}{(p - q)}$

$\therefore\ d = -(p + q)$

(i) নং সমীকরণে $d = -(p + q)$ বসিয়ে পাই,

$a + p\{-(p + q)\} - \{-(p + q)\} = q^2$

বা, $a - p^2 - pq + p + q = q^2$

$\therefore\ a = p^2 + q^2 + pq - p - q$

$\therefore$ ধারাটির $(p - 1 + q)$ তম পদ

$= a + (p - 1 + q - 1) d$

$= p^2 + q^2 + pq - p - q + (p + q - 2)\{-(p + q)\}$

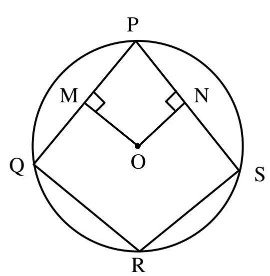
$= p^2 + q^2 + pq - p - q - (p + q)(p + q - 2)$

$= p^2 + q^2 + pq - p - q - p^2 - pq + 2p - pq - q^2 + 2q$

$= p + q - pq$

$\therefore$ নির্ণেয় $(p - 1 + q)$ তম পদ $= p + q - pq$. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৪



চিত্রে PQRS বৃত্তের কেন্দ্র O এবং OM = ON.

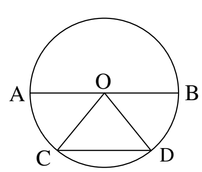
ক. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। ২

খ. প্রমাণ কর যে, PQ = PS. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle QPS + \angle QRS = 180°$. ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে AB ব্যাস এবং CD ব্যাস ভিন্ন যে কোনো একটি জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, AB > CD.

অঙ্কন : O, C এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. OA = OB = OC = OD [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

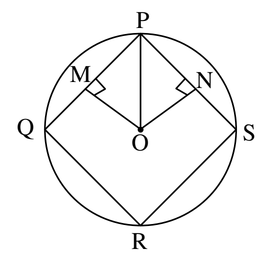
এখন, ΔOCD-এ,

OC + OD > CD [ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, OA + OB > CD

অর্থাৎ, AB > CD. **(প্রমাণিত)**

খ



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQRS বৃত্তের দুইটি জ্যা PQ ও PS। O থেকে এদের উপর লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে OM এবং ON এবং OM = ON। প্রমাণ করতে হবে যে, PQ = PS

অঙ্কন : O, P যোগ করি।

ধাপ-১ : যেহেতু, $OM \perp PQ$ এবং $ON \perp PS$

$\therefore \angle OMP = \angle ONP =$ এক সমকোণ

ধাপ-২ : এখন ΔOMP ও ΔONP সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মাঝে,

OP = OP [সাধারণ বাহু]

এবং OM = ON [দেওয়া আছে]

$\therefore \Delta OMP \cong \Delta ONP$

$\therefore$ PM = PN

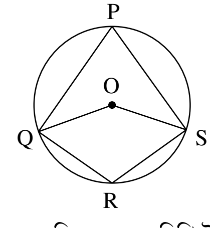
ধাপ-৩ : $PM = \frac{1}{2} PQ$ এবং $PN = \frac{1}{2} PS$

[$\because$ কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

$\therefore \frac{1}{2} PQ = \frac{1}{2} PS$

$\therefore$ PQ = PS. **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle QPS + \angle QRS = 180°$

অঙ্কন : O, S এবং O, Q যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : একই চাপ QPS এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle QOS = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle QRS$)

[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

অর্থাৎ, প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle QOS = 2\angle QRS$

ধাপ-২ : আবার, একই চাপ QRS এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle QOS = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle QPS$) [একই কারণে]

অর্থাৎ $\angle QOS = 2\angle QPS$

$\therefore \angle QOS +$ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle QOS = 2(\angle QRS + \angle QPS)$

কিন্তু $\angle QOS +$ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle QOS =$ চার সমকোণ

$\therefore 2(\angle QPS + \angle QRS) =$ চার সমকোণ $= 360°$

$\therefore \angle QPS + \angle QRS = 180°$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৫ (i) O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু R থেকে ঐ বৃত্তে RL ও RK দুইটি স্পর্শক।

(ii) O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে MNTS একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। MT ও NS কর্ণদ্বয় পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করে।

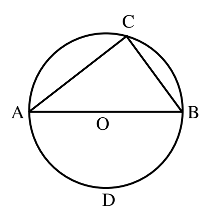
ক. প্রমাণ কর যে, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, RL = RK. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle MON + \angle TOS = 2\angle MPN$. ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB একটি ব্যাস এবং $\angle ACB$ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACB$ এক সমকোণ।

অঙ্কন : AB এর যে পাশে C বিন্দু অবস্থিত, তার বিপরীত পাশে বৃত্তের উপর একটি বিন্দু D নিই।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ADB চাপের উপর দণ্ডায়মান

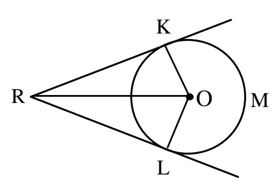
বৃত্তস্থ $\angle ACB = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ সরল কোণ $\angle AOB$)

[$\because$ একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

ধাপ-২ : কিন্তু সরলকোণ $\angle AOB =$ দুই সমকোণ।

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2}$ (দুই সমকোণ) = এক সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

খ



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট LKM বৃত্তের R একটি বহিঃস্থ বিন্দু এবং RL ও RK রশ্মিদ্বয় বৃত্তের L ও K বিন্দুতে দুইটি স্পর্শক।

প্রমাণ করতে হবে যে, RL = RK.

অঙ্কন : O, L; O, K এবং O, R যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১: যেহেতু RL স্পর্শক এবং OL স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

সেহেতু $RL \perp OL$ [$\because$ স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব]

$\therefore \angle RLO =$ এক সমকোণ।

অনুরূপভাবে, $\angle RKO =$ এক সমকোণ।

$\therefore \Delta RLO$ এবং ΔRKO উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।

ধাপ-২ : এখন, RLO ও RKO সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে

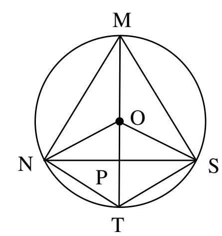
অতিভুজ RO = অতিভুজ RO

এবং OL = OK [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \Delta RLO \cong \Delta RKO$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা]

$\therefore$ RL = RK **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তে MNTS একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। এর MT ও NS কর্ণদ্বয় পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle MON + \angle TOS = 2\angle MPN$

প্রমাণ :

ধাপ-১. MN চাপের উপর অবস্থিত $\angle MON = 2\angle MSN$

[বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ-২. TS চাপের উপর অবস্থিত

$\angle TOS = 2\angle TMS$ [একই কারণে]

ধাপ-৩. $\angle MON + \angle TOS$

$= 2(\angle MSN + \angle TMS)$ [ধাপ (১) ও (২) হতে]

$= 2(\angle MSP + \angle SMP)$

ধাপ-৪. ΔSMP এর বহিঃস্থ $\angle MPN =$ অন্তঃস্থ $(\angle MSP + \angle SMP)$ [ধাপ (৩) হতে]

$\therefore \angle MON + \angle TOS = 2\angle MPN$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৬ (i) একটি ত্রিভুজের ভূমি a = 6 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 30°$ অপর দুই বাহুর অন্তর d = 2 সে.মি.।

(ii) ΔABC এর AB = 5 সে.মি., BC = 6 সে.মি. এবং AC = 4 সে.মি.।

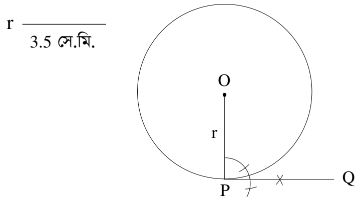
ক. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 3.5 সে.মি., বৃত্তটির কোনো বিন্দুতে একটি স্পর্শক আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক) ২

খ. (i) নং তথ্যের আলোকে ত্রিভুজটি আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।] ৪

গ. (ii) নং তথ্যের আলোকে ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।] ৪

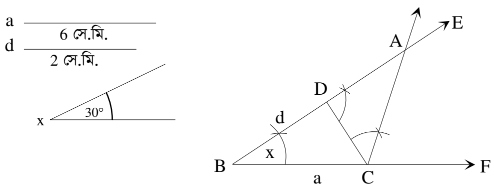
৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, PQ উদ্দিষ্ট স্পর্শক।

খ মনে করি, ত্রিভুজের ভূমি $a = 6$ সে.মি., ভূমি সংলগ্ন সূক্ষ্মকোণ $\angle x = 30°$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $d = 2$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

১. যেকোনো একটি রশ্মি BF থেকে ভূমি a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই।

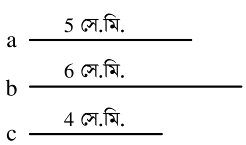
২. BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle CBE$ আঁকি।

৩. BE রশ্মি থেকে d এর সমান BD অংশ কেটে নিই।

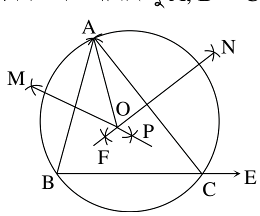
৪. C, D যোগ করি। DC রেখাংশের যে পাশে E বিন্দু আছে সেই পাশে C বিন্দুতে $\angle EDC$ এর সমান $\angle DCA$ আঁকি। CA রশ্মি BE রশ্মিকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, $\triangle ABC$-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



মনে করি, ABC ত্রিভুজের তিনটি বাহু $AB = a = 5$ সে.মি., $BC = b = 6$ সে.মি. এবং $AC = c = 4$ সে.মি. দেওয়া আছে, ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে যা, ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু A, B ও C বিন্দু দিয়ে যায়।



অঙ্কনের বিবরণ :

১. যেকোনো রশ্মি BE হতে $BC = b = 6$ সে.মি. অংশ কেটে নেই।

২. B কে কেন্দ্র করে $a = 5$ সে.মি. ব্যাসার্ধের এবং C কে কেন্দ্র করে $c = 4$ সে.মি. ব্যাসার্ধের সমান করে বৃত্তচাপ আঁকি যা A বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. A, B; A, C যোগ করি।

৪. AB ও AC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে PM ও FN রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. A, O যোগ করি।

৬. O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে, বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এই বৃত্তটিই $\triangle ABC$ এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

প্রশ্ন ▸ ০৭ $p = \cos A,\ q = \sin A$.

ক. $\tan x = \cot y = \sqrt{3}$ হলে $\cos(x + y)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $p^2 + p^4 = 1$ হলে প্রমাণ কর যে, $\left(\frac{p}{q}\right)^4 - \left(\frac{p}{q}\right)^2 = 1$ ৪

গ. $p - q = \sqrt{5}\,q$ হলে প্রমাণ কর যে, $4q + p = \sqrt{5}p$ ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\tan x = \cot y = \sqrt{3}$

অর্থাৎ, $\tan x = \sqrt{3}$ এবং $\cot y = \sqrt{3}$

বা, $\tan x = \tan 60°$ বা, $\cot y = \cot 30°$

$\therefore x = 60°$ $\therefore y = 30°$

$\therefore \cos(x + y) = \cos(60° + 30°)$

$= \cos 90°$

$= 0$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= 0$. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$p^2 + p^4 = 1$

বা, $\cos^2A + \cos^4A = 1$ [$\because p = \cos A$]

বা, $\cos^4A = 1 - \cos^2A$

বা, $\cos^4A = \sin^2A$

বা, $\frac{\cos^4A}{\sin^4A} = \frac{\sin^2A}{\sin^4A}$

বা, $\left(\frac{\cos A}{\sin A}\right)^4 = \frac{1}{\sin^2A}$

বা, $\left(\frac{\cos A}{\sin A}\right)^4 = \operatorname{cosec}^2A$

বা, $\left(\frac{\cos A}{\sin A}\right)^4 = 1 + \cot^2A$

বা, $\left(\frac{\cos A}{\sin A}\right)^4 - \cot^2A = 1$

বা, $\left(\frac{\cos A}{\sin A}\right)^4 - \left(\frac{\cos A}{\sin A}\right)^2 = 1$

$\therefore \left(\frac{p}{q}\right)^4 - \left(\frac{p}{q}\right)^2 = 1$ [$\because p = \cos A, q = \sin A$] **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$p - q = \sqrt{5}q$

বা, $\cos A - \sin A = \sqrt{5}\sin A$ [$\because p = \cos A, q = \sin A$]

বা, $\cos A = \sqrt{5}\sin A + \sin A$

বা, $\cos A = (\sqrt{5} + 1)\sin A$

বা, $(\sqrt{5} - 1) \cos A = (\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1) \sin A$

[উভয়পক্ষকে $(\sqrt{5} - 1)$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\sqrt{5} \cos A - \cos A = \{(\sqrt{5})^2 - (1)^2\} \sin A$

বা, $\sqrt{5} \cos A - \cos A = (5 - 1) \sin A$

বা, $\sqrt{5} \cos A - \cos A = 4 \sin A$

বা, $\sqrt{5}\, p - p = 4q$

$\therefore\ 4q + p = \sqrt{5}\, p$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৮ $M = \cot\theta, N = \cos\theta$; যেখানে θ সুক্ষ্মকোণ, $A > 0$

ক. $\cos A = \frac{1}{3}$ হলে $\cot A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

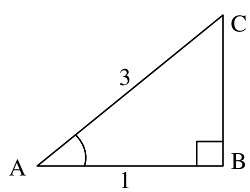
খ. $4N^2 - (2 + 2\sqrt{3}) N + \sqrt{3} = 0$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $(M + N)(2 - \sqrt{3}) = (M - N)(2 + \sqrt{3})$ হলে $2 \sin\frac{\theta}{2}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\cos A = \frac{1}{3}$



$\therefore\ BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$

$= \sqrt{(3)^2 - 1^2}$

$= \sqrt{9 - 1}$

$= \sqrt{8}$

$= 2\sqrt{2}$

$\therefore \cot A = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$4N^2 - (2 + 2\sqrt{3}) N + \sqrt{3} = 0$

বা, $4 \cos^2\theta - (2 + 2\sqrt{3}) \cos\theta + \sqrt{3} = 0$ $[\because N = \cos\theta)$

বা, $4 \cos^2\theta - 2 \cos\theta - 2\sqrt{3} \cos\theta + \sqrt{3} = 0$

বা, $2 \cos\theta (2 \cos\theta - 1) - \sqrt{3} (2 \cos\theta - 1) = 0$

বা, $(2 \cos\theta - 1)(2 \cos\theta - \sqrt{3}) = 0$

হয়,

$2 \cos\theta - 1 = 0$

বা, $2 \cos\theta = 1$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos 60°$

$\therefore\ \theta = 60°$

অথবা,

$2 \cos\theta - \sqrt{3} = 0$

বা, $2 \cos\theta = \sqrt{3}$

বা, $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos 30°$

$\therefore\ \theta = 30°$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $\theta = 30°$ অথবা $60°$. **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

$(M + N)(2 - \sqrt{3}) = (M - N)(2 + \sqrt{3})$

বা, $(\cot\theta + \cos\theta)(2 - \sqrt{3}) = (\cot\theta - \cos\theta)(2 + \sqrt{3})$

$[\because M = \cot\theta, N = \cos\theta]$

বা, $\frac{\cot\theta + \cos\theta}{\cot\theta - \cos\theta} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$

বা, $\frac{\cot\theta + \cos\theta + \cot\theta - \cos\theta}{\cot\theta + \cos\theta - \cot\theta + \cos\theta} = \frac{2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3}}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2 \cot\theta}{2 \cos\theta} = \frac{4}{2\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}}{\cos\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\cos\theta}{\sin\theta} \times \frac{1}{\cos\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin 60°$

$\therefore\ \theta = 60°$

$\therefore\ 2 \sin\frac{\theta}{2} = 2 \sin\frac{60°}{2}$

$= 2 \sin 30°$

$= 2 \times \frac{1}{2} = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় মান = 1. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৯ (i) একটি রম্বসের পরিসীমা 180 সে.মি.। এর বৃহত্তম কর্ণের দৈর্ঘ্য 72 সে.মি.।

(ii) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 1 মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $4\sqrt{3}$ বর্গ মিটার বেড়ে যায়।

ক. একটি চাকা 100π সে.মি. পথ যেথে 10 বার ঘুরলে চাকাটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ২

খ. রম্বসটির ক্ষুদ্রতম কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. সমবাহু ত্রিভুজটির পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, চাকার ব্যাসার্ধ = r সে.মি.

চাকাটি 1 বার ঘুরলে তার পরিধি $2\pi r$ দূরত্ব যেতে পারে

$\therefore$ " 10 " " " " $(2\pi r \times 1)$ " " "

$= 20\pi r$ সে. মি.

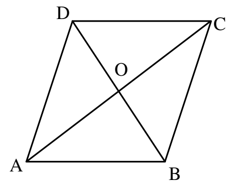
প্রশ্নমতে,

$20\pi r = 100\pi$

বা, $r = \frac{100\pi}{20\pi} = 5$ সে.মি.

$\therefore$ চাকাটির ব্যাসার্ধ 5 সে.মি.। **(Ans.)**

খ



মনে করি, ABCD একটি রম্বস এবং এর কর্ণ দুটি AC ও BD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ কের।

রম্বসের পরিসীমা = 180 সে.মি.

$\therefore 4 \times AB = 180$

বা, $AB = \frac{180}{4}$

$\therefore AB = 45$ সে.মি.

বৃহত্তম কর্ণ = AC = 72 সে.মি.

ABO সমকোণী ত্রিভুজে,

$AB^2 = AO^2 + BO^2$

বা, $(45)^2 = (36)^2 + BO^2 \quad [AO = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 72 = 36]$

বা, $BO = \sqrt{(45)^2 - (36)^2}$

$= \sqrt{2025 - 1296}$

$= \sqrt{729}$

= 27 সে.মি.

$\therefore$ অপর কর্ণটি $BD = 2 \times BO$

$= 2 \times 27$ সে.মি.

= 54 সে.মি.। **(Ans.)**

গ মনে করি,

সমবাহু ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য = a মি.

$\therefore$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ বর্গ মি.

ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 1 মিটার বাড়ালে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $\frac{\sqrt{3}}{4}(a+1)^2$ বর্গ মি.।

প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}}{4}(a+1)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 4\sqrt{3}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{4}[(a+1)^2 - a^2] = 4\sqrt{3}$

বা, $a^2 + 2a + 1 - a^2 = 16$

বা, $2a + 1 = 16$

বা, $2a = 15$

বা, $a = \frac{15}{2} = 7.5$ মিটার

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজটির পরিসীমা = 3a মিটার

$= 3 \times 7.5$ মিটার

= 22.5 মিটার। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ দশম শ্রেণির 40 জন শিক্ষার্থীর জীববিজ্ঞান বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	34-43	44-53	54-63	64-73	74-83	84-93
গণসংখ্যা	6	8	5	9	5	7

ক. প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক উদ্দীপকের সারণিতে, সর্বোচ্চ গণসংখ্যা 9; যা (64 – 73) শ্রেণিতে অবস্থিত।

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণি (63 – 73)

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণি (54 – 63)

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যবিন্দু $= \frac{54 + 63}{2} = \frac{117}{2} = 58.5$ **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
34–43	38.5	6	– 3	– 18
44–53	48.5	8	– 2	– 16
54–63	58.5	5	– 1	– 5
64–73	68.5←a	9	0	0
74–83	78.5	5	1	5
84–93	88.5	7	2	14
		n = 40		$\Sigma f_iu_i = -20$

$\therefore$ গড় $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

$= 68.5 + \frac{-20}{40} \times 10$

$= 68.5 - 5$

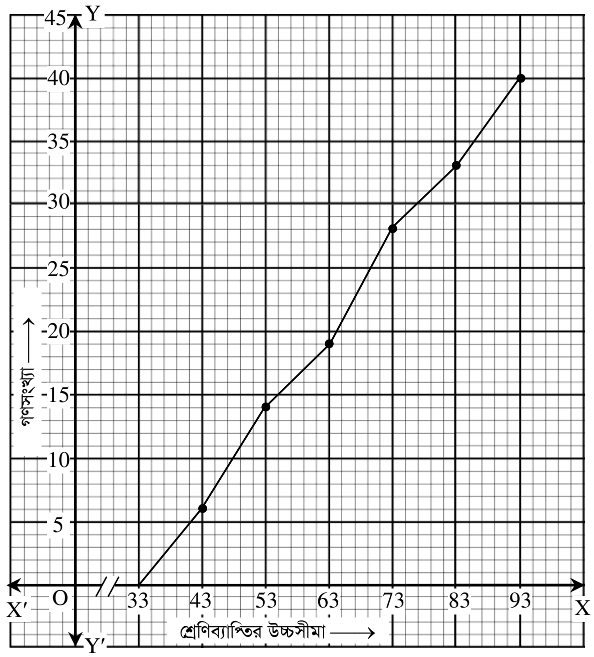
= 63.5 **(Ans.)**

এখানে,
a = 68.5
n = 40
$\Sigma f_iu_i - 20$
h = 10

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
34–43	6	6
44–53	8	14
54–63	5	19
64–73	9	28
74–83	5	33
84–93	7	40

এখন, x অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 2 একক এবং y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 33 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▶ ১১ দশম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর রসায়ন বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	26-35	36-45	46-55	56-65	66-75	76-85	86-95
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	5	10	12	16	8	5	4

ক. 19, 21, 26, 13, 11, 27, x, 29 সংখ্যাগুলোর গড় 16.5 হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত উপাত্ত হতে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক 19, 21, 26, 13, 11, 27, x, 29 সংখ্যাগুলোর গড়,

$$\frac{19 + 21 + 26 + 13 + 11 + 27 + x + 29}{8} = 16.5$$

বা, $\frac{146 + x}{8} = 16.5$

বা, $146 + x = 132$

বা, $x = 132 - 146$

$\therefore$ $x = -14$

$\therefore$ নির্ণেয় $x = -14$. **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের জন্য সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
26–35	5	5
36–45	10	15
46–55	12	27
56–65	16	43
66–75	8	51
76–85	5	56
86–95	4	60
	n = 60	

এখানে, $\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$; যা (56 – 65) শ্রেণিতে অবস্থিত।

$\therefore$ $L = 56, F_c = 27, f_m = 16, h = 10$

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 56 + \left(\frac{60}{2} - 27\right) \times \frac{10}{16}$

$= 56 + (30 - 27) \times \frac{10}{16}$

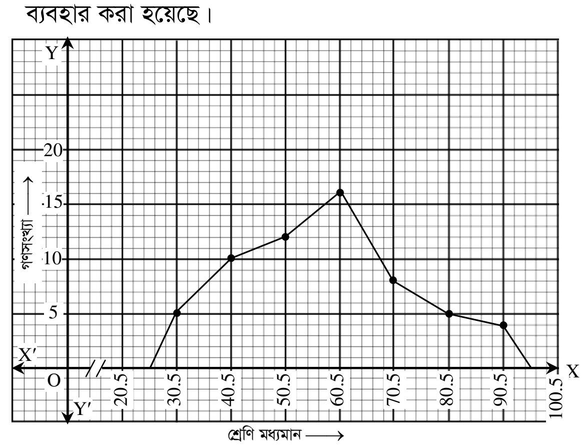
$= 56 + 3 \times \frac{10}{16} = 56 + 1.875$

$= 57.875$ **(Ans.)**

গ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের সারণি–

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা
26–35	30.5	5
36–45	40.5	10
46–55	50.5	12
56–65	60.5	16
66–75	70.5	8
76–85	80.5	5
86–95	90.5	4

ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে দুই একক ধরে শ্রেণি মধ্যমান এবং y-অক্ষ রেখা বরাবর প্রতি ঘরকে এক একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 20.5 পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বিদ্যমান বোঝাতে x অক্ষে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



দিনাজপুর বোর্ড-২০২৩

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৩ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

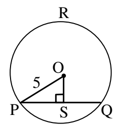
সময় : ৩০ মিনিট — পূর্ণমান : ৩০

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১. **কোনো বৃত্তের উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ নিচের কোনটি?**
ⓚ স্থূলকোণ ⓛ সূক্ষ্মকোণ ⓜ সমকোণ ⓝ প্রবৃদ্ধ কোণ

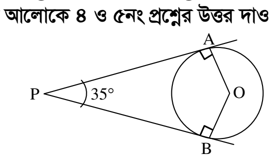
২.



চিত্রে OS = 3 সে.মি. হলে PQ = কত?
ⓚ 4 সে.মি. ⓛ 8 সে.মি. ⓜ $2\sqrt{17}$ সে.মি. ⓝ $4\sqrt{17}$ সে.মি.

৩. **সমবাহু ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণের বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি কত ডিগ্রি?**
ⓚ 60° ⓛ 90° ⓜ 120° ⓝ 180°

☐ **নিচের তথ্যের আলোকে ৪ ও ৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



চিত্রে O বৃত্তটির কেন্দ্র।

৪. **∠AOB = কত?**
ⓚ 180° ⓛ 145° ⓜ 135° ⓝ 90°

৫. **PO = 13 সে.মি., OB = 5 সে.মি. হলে PA = কত?**
ⓚ $\sqrt{119}$ সে.মি. ⓛ 12 সে.মি. ⓜ 13 সে.মি. ⓝ $\sqrt{194}$ সে.মি.

৬. **একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ অঙ্কনের জন্য কয়টি স্বতন্ত্র উপাত্তের প্রয়োজন?**
ⓚ 2 ⓛ 3 ⓜ 4 ⓝ 5

৭. **সুষম পঞ্চভুজের একটি শীর্ষকোণ কত?**
ⓚ 106° ⓛ 108° ⓜ 110° ⓝ 120°

৮. **3 সে.মি., 4 সে.মি. ও 5 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত পরস্পর বহিঃস্পর্শক করলে কেন্দ্রত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের পরিসীমা কত সে.মি.?**
ⓚ 4 ⓛ 6 ⓜ 12 ⓝ 24

৯. **A = {a, b, c, d, e} এর প্রকৃত উপসেটের সংখ্যা কত?**
ⓚ 25 ⓛ 31 ⓜ 32 ⓝ 33

১০. **একটি বইয়ের মূল্য 30 টাকা যা বইটি তৈরির ব্যয়ের 60%। বইটির প্রকৃত মূল্য কত টাকা?**
ⓚ 50 ⓛ 48 ⓜ 20 ⓝ 18

১১. **$f(x) = m^3 + km^2 - 4m - 8$ হলে k এর কোন মানের জন্য $f(-2) = 0$ হবে?**
ⓚ −6 ⓛ −2 ⓜ 2 ⓝ 6

১২. **$2p^3 - 3p^2 + 3p - 1$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি?**
ⓚ 2p − 1 ⓛ 2p + 1 ⓜ $p^2 - p - 1$ ⓝ $p^2 + p + 1$

১৩. **$p + \frac{1}{p} = 2$ হলে $p^5 + \frac{1}{p^5}$ = কত?**
ⓚ 14 ⓛ 10 ⓜ 6 ⓝ 2

১৪. **3 + 5 + 7 + 9 + ... ধারাটি 62 তম পদ কত?**
ⓚ 125 ⓛ 122 ⓜ 65 ⓝ 59

১৫. **5 − 5 + 5 − 5 + ... ধারাটির 20 পদের সমষ্টি কত?**
ⓚ −5 ⓛ −1 ⓜ 0 ⓝ 5

১৬. **2 + p + 6 + q + 10 + r + ... সমান্তর ধারাভুক্ত হলে–**
i. p এর মান 4 ii. r এর মান 12 iii. প্রথম 6টি পদের সমষ্টি 42
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

১৭. **ΔABC-এ AB = BC = CA = 6 সে.মি. হলে মধ্যমা AD = কত সে.মি.?**
ⓚ $2\sqrt{3}$ ⓛ $3\sqrt{3}$ ⓜ $3\sqrt{5}$ ⓝ $6\sqrt{2}$

১৮. **একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 6 সে.মি. হলে তার পরিসীমা কত সে.মি.?**
ⓚ $12\sqrt{2}$ ⓛ $4\sqrt{3}$ ⓜ $3\sqrt{2}$ ⓝ $2\sqrt{3}$

১৯. **বৃত্তের কেন্দ্রস্থ কোণ 144° এবং ব্যাসার্ধ 10 সে.মি. হলে বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?**
ⓚ 16π ⓛ 12π ⓜ 8π ⓝ 4π

২০. 13 সে.মি. উচ্চতাবিশিষ্ট বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ 6 সে.মি. হলে–
i. ভূমির ক্ষেত্রফল 113.10 বর্গ সে.মি. (প্রায়)
ii. বক্রতলের ক্ষেত্রফল 490.09 বর্গ সে.মি. (প্রায়)
iii. আয়তন 1470.27 ঘন সে.মি. (প্রায়)
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

২১. **− 5 থেকে 5 পর্যন্ত পূর্ণ সংখ্যাগুলোর মধ্যক কত?**
ⓚ −5 ⓛ −1 ⓜ 0 ⓝ 5

☐ **নিচের তথ্যের আলোকে ২২ ও ২৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-35	36-40	41-45	46-50	51-55	56-60
গণসংখ্যা	5	8	18	15	12	10

২২. **মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা কত?**
ⓚ 31 ⓛ 36 ⓜ 41 ⓝ 46

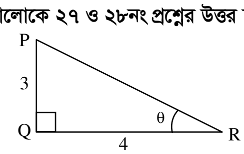
২৩. **প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা কত?**
ⓚ 31 ⓛ 18 ⓜ 13 ⓝ 8

২৪. **0.0000235 সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক কত?**
ⓚ 5 ⓛ 4 ⓜ $\bar{4}$ ⓝ $\bar{5}$

২৫. **$(\sqrt{5})^{x+3} = (\sqrt{5^4})^{2x-1}$ হলে x এর মান কত?**
ⓚ $\frac{1}{7}$ ⓛ 1 ⓜ $\frac{5}{3}$ ⓝ 4

২৬. **$\log_{49} 7 + \log_{\sqrt{7}} 7$ এর মান কত?**
ⓚ $\frac{1}{2}$ ⓛ 1 ⓜ 2 ⓝ $\frac{5}{2}$

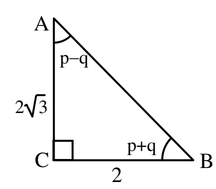
☐ **নিচের তথ্যের আলোকে ২৭ ও ২৮নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



২৭. **tanθ + sinθ এর মান কত?**
ⓚ $\frac{27}{20}$ ⓛ $\frac{7}{5}$ ⓜ $\frac{29}{15}$ ⓝ $\frac{29}{12}$

২৮. **$\frac{1 - \sec\theta}{1 + \sec\theta}$ = কত?**
ⓚ $\frac{-1}{9}$ ⓛ $\frac{-1}{8}$ ⓜ $\frac{-1}{7}$ ⓝ $\frac{-1}{4}$

২৯.



চিত্রে–
i. p = 45° ii. $\sin A = \frac{1}{2}$ iii. $\tan B = \sqrt{3}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

৩০. **tan6A = sec6A হলে, A এর মান কত?**
ⓚ 0° ⓛ 15° ⓜ 30° ⓝ 60°

■ খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

দিনাজপুর বোর্ড-২০২৩

গণিত (সৃজনশীল) বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৩ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

১। $A = \{x : x, 3$ এর গুণিতক এবং $x \leq 6\}$
$B = \{1, 2, 3\}$ এবং
$C = \{4, 5, 7\}$ হলো সার্বিক সেট $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ এর তিনটি উপসেট এবং
$S = \{(a, b) : a \in A, b \in B$ এবং $b = a - 1\}$ একটি অন্বয়।

ক. $f(y) = 3ky - 6$ হলে, k এর কোন মানের জন্য $f(1) = 0$ হবে তা নির্ণয় কর। ২
খ. দেখাও যে, $(B \cup C)' = B' \cap C'$. ৪
গ. S অন্বয়কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ৪

২। $y = \sqrt{5} - 2$ এবং $x + y = 2\sqrt{5}$.

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $2 - 5x - 12x^2$. ২
খ. $\frac{1}{y^3} - y^3$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $xy (x^2 + y^2) = 18$ ৪

৩। কোনো সমান্তর ধারার সাধারণ অন্তর 2 এবং ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি 120 এবং একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ 5 ও চতুর্থ পদ 625।

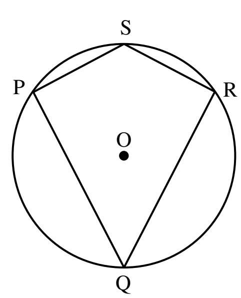
ক. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 10^3$ ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ২
খ. সমান্তর ধারাটির 15 তম পদ নির্ণয় কর। ৪
গ. গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি

৪। $p = 4$ সে.মি., $q = 6$ সে.মি. এবং $\angle x = 45°$

ক. 2.5 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট ABC বৃত্তের B বিন্দুতে একটি স্পর্শক অঙ্কন কর। ২
খ. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণসহ একটি ত্রিভুজ অঙ্কন কর, যার ভূমি p, অপর দুই বাহুর অন্তর $(q - p)$ এবং ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x$। ৪
গ. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণসহ এমন একটি সামান্তরিক অঙ্কন কর, যার দুটি কর্ণ p ও q এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x$ এর সমান। ৪

৫।



চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ যার PQ = QR.

ক. 5 সে.মি. ও 6 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট দুটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করলে, তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, PQ ও QR জ্যাদ্বয় বৃত্তটির কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী? ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $\angle PQR$ ও এর বিপরীত কোণ $\angle PSR$-এর সমষ্টি দুই সমকোণ। ৪

৬। একটি রেখাংশের দৈর্ঘ্য $a = 3.5$ সে.মি.। a এর সমান ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তের কেন্দ্র C এবং বৃত্তটির বহিঃস্থ A বিন্দু হতে এর P এবং Q বিন্দুতে যথাক্রমে AP ও AQ দুটি স্পর্শক।

ক. যেকোনো বৃত্তচাপ DEF এর কেন্দ্র নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, AP = AQ. ৪
গ. a এর সমান বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭। $p = \frac{\cos\theta}{1 - \sin\theta}$, $q = \frac{1 - \sin\theta}{\cos\theta}$ এবং $r = \sec\theta$.

ক. $\tan A = x$ হলে, $\sec^2 A$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. দেখাও যে, $p + q = 2r$ ৪
গ. $q = 1$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর, যখন $0° \leq \theta \leq 90°$ ৪

৮। $m \sin A = n \cos A$ এবং $\operatorname{cosec}(A - B) = 2$, যেখানে, A এবং B সূক্ষ্মকোণ।

ক. দেখাও যে, $\sin 2\theta = 2\sin\theta \cos\theta$, যখন $\theta = 30°$ ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\sec^2 A + \operatorname{cosec}^2 A}{\sec^2 A - \operatorname{cosec}^2 A} = \frac{n^2 + m^2}{n^2 - m^2}$. $(m \neq n)$ ৪
গ. $m = n = 1$ হলে, B-এর মান নির্ণয় কর। ৪

৯। লোহার তৈরি একটি নিরেট ঘনকাকৃতির বস্তুর আয়তন 343 ঘন সে.মি.। বস্তুটিকে গলিয়ে একটি বেলনাকার ফাঁপা পাইপে পরিণত করা হলো। ফাঁপা পাইপটির ভিতরের ও বাইরের ব্যাস যথাক্রমে 6 সে.মি. ও 9 সে.মি.।

ক. সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $4\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. হলে, এর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২
খ. ঘনকাকৃতির বস্তুটির একটি পৃষ্ঠতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪
গ. ফাঁপা পাইপটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

ঘ বিভাগ : পরিসংখ্যান

১০। দশম শ্রেণির 52 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	33-37	38-42	43-47	48-52	53-57	58-62
গণসংখ্যা	6	8	15	11	7	5

ক. মধ্যক শ্রেণি নির্ণয় কর। ২
খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে উপাত্তের গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. বিবরণসহ উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১। নবম শ্রেণির 40 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	5	7	10	8	6	4

ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
খ. উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
গ. বিবরণসহ উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর																														
	১	ক	২	খ	৩	গ	৪	খ	৫	খ	৬	ঘ	৭	খ	৮	ঘ	৯	খ	১০	ক	১১	গ	১২	ক	১৩	ঘ	১৪	ক	১৫	গ
	১৬	ঘ	১৭	খ	১৮	ক	১৯	গ	২০	ঘ	২১	গ	২২	ঘ	২৩	গ	২৪	ঘ	২৫	খ	২৬	ঘ	২৭	ক	২৮	ক	২৯	ঘ	৩০	খ

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▶ ০১ $A = \{x : x, 3$ এর গুণিতক এবং $x \leq 6\}$; $B = \{1, 2, 3\}$ এবং $C = \{4, 5, 7\}$ হলো সার্বিক সেট $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ এর তিনটি উপসেট এবং $S = \{(a, b) : a \in A, b \in B$ এবং $b = a - 1\}$ একটি অন্বয়।

ক. $f(y) = 3ky - 6$ হলে, k এর কোন মানের জন্য $f(1) = 0$ হবে তা নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $(B \cup C)' = B' \cap C'$. ৪

গ. S অন্বয়কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(y) = 3ky - 6$

$\therefore f(1) = 0$

বা, $3.k.1 - 6 = 0$

বা, $3k = 6$

বা, $k = \frac{6}{3} = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় মান 2 **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$B = \{1, 2, 3\}$

$C = \{4, 5, 7\}$

$\therefore B \cup C = \{1, 2, 3\} \cup \{4, 5, 7\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

$B' = U \backslash B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \backslash \{1, 2, 3\} = \{4, 5, 6, 7\}$

$C' = U \backslash C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \backslash \{4, 5, 7\} = \{1, 2, 3, 6\}$

বামপক্ষ $= (B \cup C)'$

$= U \backslash (B \cup C)$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \backslash \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

$= \{6\}$

ডানপক্ষ $= B' \cap C'$

$= \{4, 5, 6, 7\} \cap \{1, 2, 3, 6\}$

$= \{6\}$

$\therefore (B \cup C)' = B' \cap C'$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $A = \{x : x, 3$ এর গুণিতক এবং $x \leq 6\}$

$= \{3, 6\}$

$B = \{1, 2, 3\}$

অন্বয়, $S = \{(a, b) : a \in A, b \in B$ এবং $b = a - 1\}$

এখানে, $A \times B = \{3, 6\} \times \{1, 2, 3\}$

$= \{(3, 1), (3, 2), (3, 3), (6, 1), (6, 2), (6, 3)\}$

প্রশ্নানুসারে, $S = \{(3, 2)\}$

$\therefore$ নির্ণেয় $S = \{3, 2\}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০২ $y = \sqrt{5} - 2$ এবং $x + y = 2\sqrt{5}$.

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $2 - 5x - 12x^2$. ২

খ. $\frac{1}{y^3} - y^3$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $xy\,(x^2 + y^2) = 18$. ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক $2 - 5x - 12x^2$

$= -(12x^2 + 5x - 2)$

$= -(12x^2 + 8x - 3x - 2)$

$= -\{4x(3x + 2) - 1(3x + 2)\}$

$= -(3x + 2)(4x - 1)$

$= (3x + 2)(1 - 4x)$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $y = \sqrt{5} - 2$

$\therefore \frac{1}{y} = \frac{1}{\sqrt{5} - 2}$

$= \frac{(\sqrt{5} + 2)}{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)}$ [হর ও লবকে $(\sqrt{5} + 2)$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{\sqrt{5} + 2}{(\sqrt{5})^2 - (2)^2}$

$= \frac{\sqrt{5} + 2}{5 - 4} = \sqrt{5} + 2$

$\therefore \frac{1}{y} - y = \sqrt{5} + 2 - \sqrt{5} + 2 = 4$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{1}{y^3} - y^3$

$= \left(\frac{1}{y} - y\right)^3 + 3.\frac{1}{y}.y\left(\frac{1}{y} - y\right)$

$= (4)^3 + 3.1.4$

$= 64 + 12$

$= 76$

$\therefore$ নির্ণেয় মান 76 **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $y = \sqrt{5} - 2$

এবং $x + y = 2\sqrt{5}$

বা, $x + \sqrt{5} - 2 = 2\sqrt{5}$ [y এর মান বসিয়ে]

বা, $x = 2\sqrt{5} - \sqrt{5} + 2$

$\therefore x = \sqrt{5} + 2$

$\therefore xy = (\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2)$

$= (\sqrt{5})^2 - (2)^2$

$= 5 - 4$

$= 1$

বামপক্ষ = $xy(x^2 + y^2)$
$= 1\{(x + y)^2 - 2xy\}$
$= \{(2\sqrt{5})^2 - 2.1\}$
$= 20 - 2$
$= 18$
= ডানপক্ষ

$\therefore xy(x^2 + y^2) = 18$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৩ কোনো সমান্তর ধারার সাধারণ অন্তর 2 এবং ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি 120 এবং একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ 5 ও চতুর্থ পদ 625।

ক. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots\ldots + 10^3$ ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. সমান্তর ধারাটির 15 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots\ldots + n^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$$

$$\therefore 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + 10^3 = \left\{\frac{10(10+1)}{2}\right\}^2$$
$$= (5 \times 11)^2$$
$$= (55)^2$$
$$= 3025$$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, সমান্তর ধারার সাধারণ অন্তর, $d = 2$

ধরি, সমান্তর ধারার ১ম পদ $= a$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি, $S_{10} = \frac{10}{2}\{2a + (10 - 1)2\}$
$= 5(2a + 9 \times 2)$
$= 5(2a + 18)$

প্রশ্নমতে,

$5(2a + 18) = 120$

বা, $2a + 18 = \frac{120}{5}$

বা, $2a + 18 = 24$

বা, $2a = 24 - 18$

বা, $2a = 6$

$\therefore a = \frac{6}{2} = 3$

$\therefore$ সমান্তর ধারাটির 15 তম পদ $= a + (15 - 1)d$
$= 3 + 14 \times 2$
$= 3 + 28 = 31$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, গুণোত্তর ধারার ১ম পদ, $a = 5$

ধরি, গুণোত্তর ধারার সাধারণ অনুপাত $= r$

$\therefore$ ধারাটির চতুর্থ পদ $= ar^{4-1} = 5r^3$

প্রশ্নমতে, $5r^3 = 625$

বা, $r^3 = \frac{625}{5}$

বা, $r^3 = 125$

বা, $r^3 = 5^3$

$\therefore r = 5$

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{a(r^3 - 1)}{r - 1}, r > 1$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি, $S_7 = \frac{5(5^7 - 1)}{5 - 1}$
$= \frac{5(78125 - 1)}{4}$
$= 5 \times 19531$
$= 97655$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৪ $p = 4$ সে.মি., $q = 6$ সে.মি. এবং $\angle x = 45°$

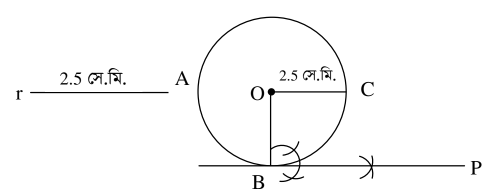
ক. 2.5 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট ABC বৃত্তের B বিন্দুতে একটি স্পর্শক অঙ্কন কর। ২

খ. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণসহ একটি ত্রিভুজ অঙ্কন কর, যার ভূমি p, অপর দুই বাহুর অন্তর $(q - p)$ এবং ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x$। ৪

গ. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণসহ এমন একটি সামান্তরিক অঙ্কন কর, যার দুটি কর্ণ p ও q এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x$ এর সমান। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

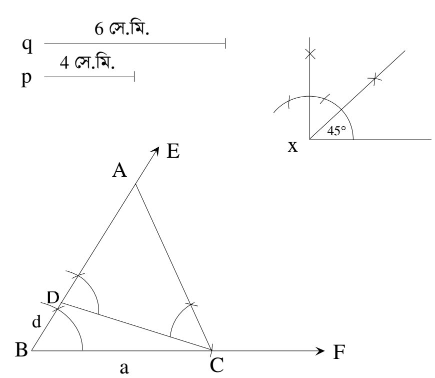
ক



দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 2.5$ সে.মি.।

এখন, 2.5 সে.মি. ব্যাসার্ধ নিয়ে O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত অঙ্কন করা হলো। B হলো বৃত্তের উপরস্থ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। B বিন্দুতে BP স্পর্শক আঁকা হলো।

খ



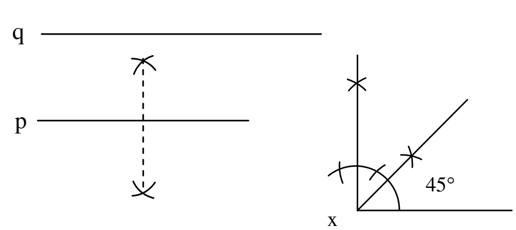
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি $p = 4$ সে.মি., ভূমি সংলগ্ন সূক্ষ্মকোণ 45° এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $q - p = 2$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

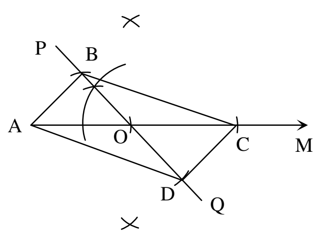
অঙ্কন :

১. যেকোনো একটি রশ্মি BF থেকে ভূমি p এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই।
২. BC রেখাংশের B বিন্দুতে 45° এর সমান ∠CBE আঁকি।
৩. BE রশ্মি থেকে q – p এর সমান BD অংশ কাটি।
৪. C, D যোগ করি।
৫. DC রেখাংশের যে পাশে E বিন্দু আছে সেই পাশে C বিন্দুতে ∠EDC এর সমান ∠DCA আঁকি। CA রেখাংশ BE রশ্মিকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ





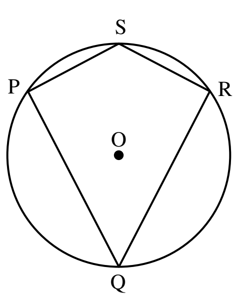
মনে করি, সামান্তরিকের কর্ণ দুটি q = 6 সে.মি. ও p = 4 সে.মি. এবং কর্ণদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত একটি কোণ ∠x = 45° দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি AM থেকে q এর সমান AC রেখাংশ নিই।
২. AC এর মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করি।
৩. O বিন্দুতে ∠x এর সমান ∠AOP আঁকি।
৪. OP এর বিপরীত রেখাংশ OQ অঙ্কন করি।
৫. OP ও OQ রেখাংশদ্বয় থেকে $\frac{1}{2}$p এর সমান যথাক্রমে OB ও OD রেখাংশদ্বয় কেটে নিই।
৬. A, B; A, D; B, C ও C, D যোগ করি।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রশ্ন ▸ ০৫



চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ যার PQ = QR.

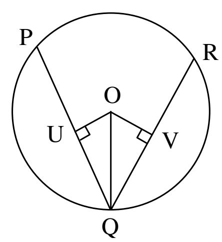
ক. 5 সে.মি. ও 6 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট দুটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করলে, তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, PQ ও QR জ্যাদ্বয় বৃত্তটির কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী? ৪
গ. প্রমাণ কর যে, ∠PQR ও এর বিপরীত কোণ ∠PSR-এর সমষ্টি দুই সমকোণ। ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করলে,
তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= r_2 - r_1;\ r_2 > r_1$

$= \left(\frac{6}{2} - \frac{5}{2}\right)$ সে.মি.
$= (3 - 2.5)$ সে.মি.
$= 0.5$ সে.মি. **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন : চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং PQ ও QR বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা।
প্রমাণ করতে হবে যে, PQ ও QR জ্যাদ্বয় বৃত্তের কেন্দ্র O থেকে সমদূরবর্তী।
অঙ্কন : O থেকে PQ এবং QR জ্যাদ্বয়ের উপর যথাক্রমে OU এবং OV লম্ব আঁকি। O, Q যোগ করি।

প্রমাণ :

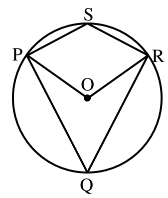
ধাপ-১ : OU ⊥ PQ ও OV ⊥ QR
সুতরাং, QU = PU এবং QV = RV. [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
$\therefore QU = \frac{1}{2} PQ$ এবং $QV = \frac{1}{2} QR$

ধাপ-২ : কিন্তু PQ = QR [দেওয়া আছে]
∴ QU = QV

ধাপ-৩ : এখন, ΔQOU ও ΔQOV সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে,
অতিভুজ OQ = অতিভুজ OQ
এবং QU = QV
∴ ΔQOU ≅ ΔQOV [অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা]
∴ OU = OV

ধাপ-৪ : কিন্তু OU এবং OV কেন্দ্র O থেকে যথাক্রমে PQ জ্যা ও QR জ্যা-এর দূরত্ব।
∴ PQ ও QR জ্যাদ্বয় বৃত্তটির কেন্দ্র O থেকে সমদূরবর্তী। **(প্রমাণিত)**

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle PQR + \angle PSR$ = দুই সমকোণ।



অঙ্কন : O, P এবং O, R যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : একই চাপ PSR এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle POR = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle PQR$)

অর্থাৎ, $\angle POR = 2\angle PQR$ [$\because$ বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ-২ : আবার একই চাপ PQR এর কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle POR = 2$(বৃত্তস্থ $\angle PSR$)

অর্থাৎ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle POR = 2\ \angle PSR$

এখন, $\angle POR +$ প্রবৃদ্ধ $\angle POR = 2(\angle PQR + \angle PSR)$

কিন্তু, $\angle POR +$ প্রবৃদ্ধ $\angle POR$ = চার সমকোণ

$\therefore\ 2(\angle PQR + \angle PSR)$ = চার সমকোণ

বা, $\angle PQR + \angle PSR$ = দুই সমকোণ

$\therefore\ \angle PQR + \angle PSR$ = দুই সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৬ একটি রেখাংশের দৈর্ঘ্য a = 3.5 সে.মি.। a এর সমান ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তের কেন্দ্র C এবং বৃত্তটির বহিঃস্থ A বিন্দু হতে এর P এবং Q বিন্দুতে যথাক্রমে AP ও AQ দুটি স্পর্শক।

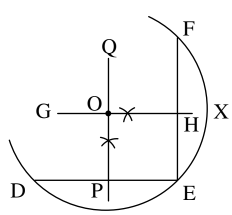
ক. যেকোনো বৃত্তচাপ DEF এর কেন্দ্র নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, AP = AQ. ৪

গ. a এর সমান বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

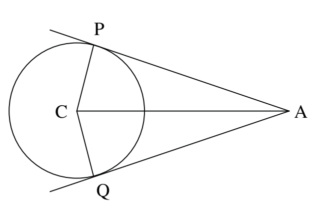
<u>৬নং প্রশ্নের সমাধান</u>

ক



অঙ্কন : D, E ও D, F যোগ করি। DE ও EF জ্যা দুইটির লম্বদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে PQ ও HG রেখাংশ দুইটি টানি। মনে করি, তারা পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, O বিন্দুটিই DEF বৃত্তচাপের কেন্দ্র।

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু A থেকে ঐ বৃত্তের উপর AP ও AQ দুইটি স্পর্শক টানা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, AP = AQ.

অঙ্কন : C, Q; C, P এবং C, A যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : বৃত্তের P বিন্দুতে AP একটি স্পর্শক এবং CP স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

সুতরাং $CP \perp AP$ অর্থাৎ $\angle APC$ = এক সমকোণ।

ধাপ-২ : আবার, বৃত্তের Q বিন্দুতে AQ একটি স্পর্শক এবং CQ স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

সুতরাং $CQ \perp AQ$ অর্থাৎ $\angle AQC$ = এক সমকোণ।

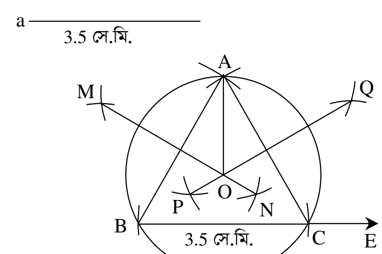
ধাপ-৩ : এখন, ΔAPC এবং ΔAQC সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে CP = CQ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

এবং অতিভুজ CA উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু।

$\therefore\ \Delta APC \cong \Delta AQC$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা]

সুতরাং AP = AQ **(প্রমাণিত)**

গ



মনে করি, একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহু a = 3.5 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি BE থেকে a = 3.5 সে.মি. এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

২. B ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে BC এর একই পাশে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. A, B ও A, C যোগ করি। তাহলে ΔABC-ই উদ্দিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ যার পরিবৃত্ত অঙ্কন করতে হবে।

৪. AB ও AC এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে MN ও PQ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. A, O যোগ করি। O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি যা A, B ও C বিন্দু দিয়ে যায়। তাহলে এই বৃত্তটিই উদ্দিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের পরিবৃত্ত।

প্রশ্ন ▶ ০৭ $p = \frac{\cos\theta}{1 - \sin\theta}$, $q = \frac{1 - \sin\theta}{\cos\theta}$ এবং $r = \sec\theta$.

ক. $\tan A = x$ হলে, $\sec^2 A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $p + q = 2r$. ৪

গ. $q = 1$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর, যখন $0° \le \theta \le 90°$. ৪

<u>৭নং প্রশ্নের সমাধান</u>

ক দেওয়া আছে, $\tan A = x$

আমরা জানি, $\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$

$= 1 + (\tan A)^2$

$= 1 + x^2$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $1 + x^2$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $p = \frac{\cos\theta}{1-\sin\theta}$

$q = \frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}$

$r = \sec\theta$

বামপক্ষ $= p + q$

$= \frac{\cos\theta}{1-\sin\theta} + \frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}$

$= \frac{\cos^2\theta + (1-\sin\theta)^2}{\cos\theta(1-\sin\theta)}$

$= \frac{\cos^2\theta + 1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta}{\cos\theta(1-\sin\theta)}$

$= \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta + 1 - 2\sin\theta}{\cos\theta(1-\sin\theta)}$

$= \frac{1+1-2\sin\theta}{\cos\theta(1-\sin\theta)}$

$= \frac{2-2\sin\theta}{\cos\theta(1-\sin\theta)}$

$= \frac{2(1-\sin\theta)}{\cos\theta(1-\sin\theta)}$

$= 2.\frac{1}{\cos\theta}$

$= 2\sec\theta$

$= 2r =$ ডানপক্ষ

$\therefore p + q = 2r$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $q = \frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}$

এবং $q = 1$

বা, $\frac{1-\sin\theta}{\cos\theta} = 1$

বা, $1 - \sin\theta = \cos\theta$

বা, $\sin\theta + \cos\theta = 1$

বা, $(\sin\theta + \cos\theta)^2 = (1)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta = 1$

বা, $1 + 2\sin\theta\cos\theta = 1$ [$\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$]

বা, $2\sin\theta\cos\theta = 1 - 1$

বা, $2\sin\theta\cos\theta = 0$

বা, $\sin\theta\cos\theta = 0$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

হয়, $\sin\theta = 0$ অথবা, $\cos\theta = 0$

বা, $\sin\theta = \sin 0°$ বা, $\cos\theta = \cos 90°$

$\therefore \theta = 0°$ $\therefore \theta = 90°$

কিন্তু, $\theta = 90°$ এর জন্য q অসংজ্ঞায়িত।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $\theta = 0°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৮ $m \sin A = n \cos A$ এবং $\operatorname{cosec}(A - B) = 2$, যেখানে, A এবং B সূক্ষ্মকোণ।

ক. দেখাও যে, $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$, যখন $\theta = 30°$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\sec^2 A + \operatorname{cosec}^2 A}{\sec^2 A - \operatorname{cosec}^2 A} = \frac{n^2+m^2}{n^2-m^2}$. $(m \neq n)$ ৪

গ. $m = n = 1$ হলে, B-এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\theta = 30°$

বামপক্ষ $= \sin 2\theta$

$= \sin(2 \times 30°)$

$= \sin 60°$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

ডানপক্ষ $= 2\sin\theta\cos\theta$

$= 2 . \sin 30° . \cos 30°$

$= 2 . \frac{1}{2} . \frac{\sqrt{3}}{2}$

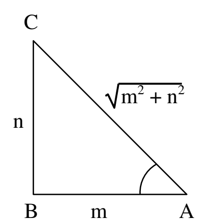
$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ **(দেখানো হলো)**

খ দেওয়া আছে, $m \sin A = n \cos A$

বা, $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{n}{m}$

বা, $\tan A = \frac{n}{m}$ .... (i)



$\therefore \sec A = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{m^2+n^2}}{m}$

বা, $\sec^2 = \frac{m^2+n^2}{m^2}$

আবার, $\operatorname{cosec} A = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{m^2+n^2}}{n}$

বা, $\operatorname{cosec}^2 A = \frac{m^2+n^2}{n^2}$

বামপক্ষ $= \frac{\sec^2 A + \operatorname{cosec}^2 A}{\sec^2 A - \operatorname{cosec}^2 A}$

$= \frac{\frac{m^2+n^2}{m^2} + \frac{m^2+n^2}{n^2}}{\frac{m^2+n^2}{m^2} - \frac{m^2+n^2}{n^2}}$

$= \frac{\frac{n^2(m^2+n^2) + m^2(m^2+n^2)}{m^2n^2}}{\frac{n^2(m^2+n^2) - m^2(m^2+n^2)}{m^2n^2}}$

$= \frac{(m^2+n^2)(n^2+m^2)}{(m^2+n^2)(n^2-m^2)}$

$= \frac{n^2+m^2}{n^2-m^2}$

= ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\sec^2 A + \operatorname{cosec}^2 A}{\sec^2 A - \operatorname{cosec}^2 A} = \frac{n^2+m^2}{n^2-m^2}$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $m \sin A = n \cos A$

বা, $\sin A = \cos A$ [$\therefore m = n = 1$]

বা, $\frac{\sin A}{\cos A} = 1$

বা, $\tan A = 1$

বা, $\tan A = \tan 45°$

$\therefore A = 45°$

আবার, $\text{cosec}(A - B) = 2$

বা, $\text{cosec}(A - B) = \text{cosec } 30°$

বা, $A - B = 30°$

বা, $45° - B = 30°$

বা, $B = 45° - 30°$

$\therefore B = 15°$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $15°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ০৯ লোহার তৈরি একটি নিরেট ঘনকাকৃতির বস্তুর আয়তন 343 ঘন সে.মি.। বস্তুটিকে গলিয়ে একটি বেলনাকার ফাঁপা পাইপে পরিণত করা হলো। ফাঁপা পাইপটির ভিতরের ও বাইরের ব্যাস যথাক্রমে 6 সে.মি. ও 9 সে.মি.।

ক. সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $4\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. হলে, এর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. ঘনকাকৃতির বস্তুটির একটি পৃষ্ঠতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ফাঁপা পাইপটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে, এর ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গএকক

প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 4\sqrt{3}$

বা, $a^2 = 4\sqrt{3} \times \frac{4}{\sqrt{3}}$

বা, $a^2 = 16$

বা, $a = \sqrt{16}$

$\therefore a = 4$

$\therefore$ নির্ণেয় বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. **(Ans.)**

খ আমরা জানি,

ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য x একক হলে এর আয়তন $= x^3$ ঘনএকক

প্রশ্নমতে, $x^3 = 343$

বা, $x^3 = 7^3$

$\therefore x = 7$

আবার, আমরা জানি, ঘনকের প্রতিটি পৃষ্ঠতল বর্গকার।

অর্থাৎ, ঘনকের একটি পৃষ্ঠতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য = বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য

$= x\sqrt{2}$ সে.মি.

$= 7\sqrt{2}$ সে.মি. **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

পাইপের ভিতরের ব্যাস = 6 সে.মি.

এবং " বাইরের ব্যাস = 9 সে.মি.

$\therefore$ পাইপের ভিতরের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{6}{2} = 3$ সে.মি.

এবং " বাইরের ব্যাসার্ধ, $R = \frac{9}{2} = 4.5$ সে.মি.

প্রশ্নমতে,

$\pi R^2h - \pi r^2h = 343$

বা, $\pi h(R^2 - r^2) = 343$

বা, $\pi h\{(4.5)^2 - (3)^2\} = 343$

বা, $\pi h \times 11.25 = 343$

বা, $h = \frac{343}{3.1416 \times 11.25}$

$\therefore h = 9.7$

$\therefore$ ফাঁপা পাইপটির উচ্চতা 9.7 সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ১০ দশম শ্রেণির 52 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	33-37	38-42	43-47	48-52	53-57	58-62
গণসংখ্যা	6	8	15	11	7	5

ক. মধ্যক শ্রেণি নির্ণয় কর। ২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে উপাত্তের গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
33 – 37	6	6
38 – 42	8	14
43 – 47	15	29
48 – 52	11	40
53 – 57	7	47
58 – 62	5	52
	n = 52	

$\therefore \frac{n}{2} = \frac{52}{2} = 26$

26তম পদের অবস্থান (43 – 47) শ্রেণিতে।

$\therefore$ মধ্যক শ্রেণি (43 – 47) **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
33 – 37	35	6	– 2	– 12
38 – 42	40	8	– 1	– 8
43 – 47	45 ← a	15	0	0
48 – 52	50	11	1	11
53 – 57	55	7	2	14
58 – 62	60	5	3	15
		n = 52		$\Sigma f_iu_i = 20$

$\therefore$ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h$

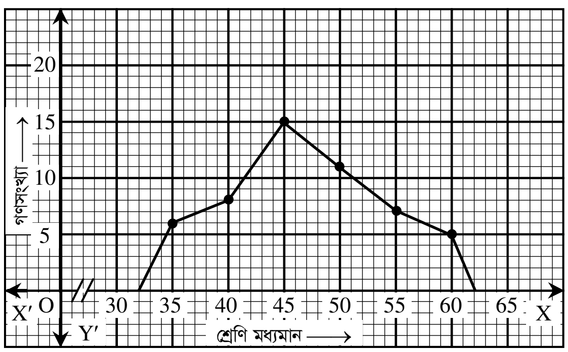
$= 45 + \frac{20}{52} \times 5$

$= 45 + \frac{100}{52}$

$= 45 + 1.92$

$= 46.92$ **(Ans.)**

গ 'খ' হতে প্রাপ্ত সারণি ব্যবহার করে, প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। ছক কাগজের X-অক্ষ বরাবর 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যমানের 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা হলো।



প্রশ্ন ▶ ১১ নবম শ্রেণির 40 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	5	7	10	8	6	4

ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 10 আছে (61 – 70) শ্রেণিতে।

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণি (61 – 70)

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{61 + 70}{2}$

$= \frac{131}{2}$

$= 65.5$ **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের জন্য ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
41 – 50	5	5
51 – 60	7	12
61 – 70	10	22
71 – 80	8	30
81 – 90	6	36
91 – 100	4	40
	n = 40	

এখানে, $n = 40$

$\therefore \frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$

20 তম পদের অবস্থান (61 – 70) শ্রেণিতে।

$\therefore$ মধ্যক শ্রেণি (61 – 70)

এখানে, $L = 61, F_c = 12, f_m = 10, h = 10$

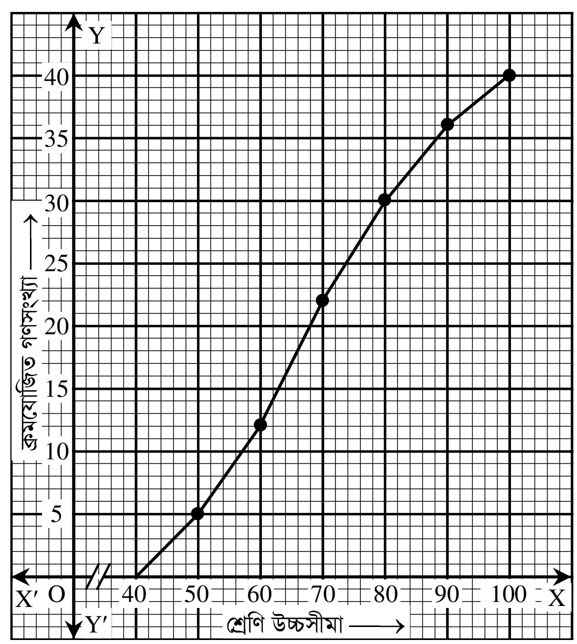
$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 61 + (20 - 12) \times \frac{10}{10}$

$= 61 + 8 = 69$

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যক 69 **(Ans.)**

গ 'খ' হতে প্রাপ্ত সারণি ব্যবহার করে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন করা হলো। ছক কাগজের X-অক্ষে শ্রেণি উচ্চসীমার 2 একক = 1 ঘর এবং Y-অক্ষে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক = 1 ঘর নিয়ে অজিভ রেখা আঁকা হলো।



ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২৩

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৩ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ৩০ মিনিট — পূর্ণমান : ৩০

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১. **3 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র থেকে 2 সে.মি. দূরবর্তী জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত?**
ক 10 সে.মি. খ 5 সে.মি. গ $2\sqrt{5}$ সে.মি. ঘ $\sqrt{5}$ সে.মি.

২. **3 সে.মি. এবং 2 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট এককেন্দ্রিক দুইটি বৃত্তক্ষেত্রের পরিধিদ্বয়ের মাঝের অংশের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?**
ক 5π খ 4π গ 3π ঘ π

৩. **কোনো সমতলে–**
i. দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে অসংখ্য বৃত্ত আঁকা যায়।
ii. সমরেখ নয় এমন তিনটি বিন্দু দিয়ে কেবল ১টি বৃত্ত আঁকা যায়।
iii. বৃত্তের ব্যাস অন্য যে কোনো জ্যা অপেক্ষা বৃহত্তর।
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৪. **একজন বোলার দুই ওভার বল করে যথাক্রমে 2, 6, 1, 6, 3, 0, 4, 6, 0, 3, 2, 1 রান দেন। বোলারের দেওয়া রানের প্রচুরক কত?**
ক 3.5 খ 6 গ 17 ঘ 34

৫. **নিচের কোনটি বিচ্ছিন্ন চলক?**
ক উচ্চতা খ জনসংখ্যা গ তাপমাত্রা ঘ বয়স

৬.

ওজন (কেজি)	45	50	55	60	65	70
গণসংখ্যা	2	6	8	16	12	6

উপাত্তের মধ্যক কত?
ক 16 খ 55 গ 60 ঘ 65

৭. **কোনো গণসংখ্যা নিবেশনের আনুমানিক গড় 16, বিচ্যুতির গড় 1 এবং শ্রেণি ব্যবধান 4 হলে, গাণিতিক গড় কত?**
ক 24 খ 20 গ 16 ঘ 12

৮. **$X = \{-1, 0, 1, 2\}$ এর প্রকৃত উপসেট সংখ্যা কত?**
ক 16 খ 15 গ 8 ঘ 4

৯. **$A = \{x : x, 6$ এর গুণনীয়কসমূহ$\}$ এবং $B = \{x : x, 3$ এর গুণিতক এবং $x \leq 6\}$, হলে $A - B$ নিচের কোনটি?**
ক $\{1, 2\}$ খ $\{3, 6\}$ গ $\{1, 3\}$ ঘ $\{1, 2, 3, 6\}$

১০. **$f(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$ হলে $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ এর মান কোনটি?**
ক 2 খ 1 গ 0 ঘ -1

১১. **$p + q + r = 6$ এবং $p^2 + q^2 + r^2 = 14$ হলে $(pq + qr + rp)$ এর মান কত?**
ক 50 খ 25 গ 22 ঘ 11

☐ **নিচের তথ্যের আলোকে ১২ ও ১৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**
$a + b = \sqrt{10}$ এবং $a - b = \sqrt{6}$

১২. **2ab এর মান নিচের কোনটি?**
ক 2 খ 8 গ 32 ঘ 128

১৩. **$\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$ এর মান কত?**
ক 16 খ 8 গ 4 ঘ 2

১৪. **0.00234 এর লগের অংশক কত?**
ক -2.6308 খ -2 গ 0.3692 ঘ 0.6308

১৫. **$3^{x-2} = 2187$ হলে x এর মান কত?**
ক -9 খ -5 গ 5 ঘ 9

☐ **নিচের তথ্যের আলোকে ১৬ ও ১৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**
সমান্তর ধারার প্রথম পদ 24 এবং 10 তম পদ 6

১৬. **ধারাটির সাধারণ অন্তর কত?**
ক -8 খ -2 গ 2 ঘ 24

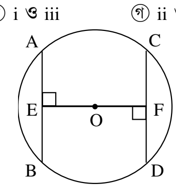
১৭. **ধারাটির ১ম 10টি পদের সমষ্টি কত?**
ক 330 খ 150 গ 120 ঘ 0

১৮. **ΔABC এর $\angle A = \angle B + \angle C$ হলে $\angle A$ এর মান কত?**
ক $30°$ খ $45°$ গ $60°$ ঘ $90°$

১৯. **একটি ত্রিভুজ আঁকার জন্য প্রয়োজন–**
i. দুইটি বাহু ও এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ
ii. তিনটি বাহু
iii. দুইটি কোণ ও কোণ সংলগ্ন ১টি বাহু
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২০. **3.5 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্রগামী জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত?**
ক 3.5 সে.মি. খ 4.5 সে.মি. গ 7 সে.মি. ঘ 14 সে.মি.

২১. **কোনো বৃত্তের–**
i. অধিচাপে অন্তর্লিখিত কোণ সূক্ষ্মকোণ
ii. উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ স্থূলকোণ
iii. অন্তর্লিখিত সামান্তরিক একটি আয়ত
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii



চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র এবং BE = 4 সে.মি.
উপরের উদ্দীপকের আলোকে ২২ ও ২৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

২২. **OE = OF হলে CD = কত?**
ক 4 সে.মি. খ 6 সে.মি. গ 8 সে.মি. ঘ 10 সে.মি.

২৩. **AB = CD এবং OF = 3 সে.মি. হলে বৃত্তটির ব্যাস কত সে.মি.?**
ক 3 খ 4 গ 5 ঘ 10

২৪. **$\cot(A + 30°) = 0$ হলে $\sin A$ = কত?**
ক $\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ 0

২৫. **$\sec\theta + \tan\theta = \frac{7}{2}$ হলে $\sec\theta$ = কত?**
ক $\frac{45}{28}$ খ $\frac{53}{28}$ গ $\frac{45}{14}$ ঘ $\frac{53}{14}$

২৬. **একটি বর্গের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ 3.2 সে.মি. হলে বর্গের পরিসীমা কত সে.মি.?**
ক 25.6 খ 19.2 গ 12.8 ঘ 6.4

২৭. **একটি সুষম অষ্টভুজের একটি শীর্ষকোণের মান কত?**
ক $45°$ খ $120°$ গ $135°$ ঘ $180°$

২৮. **কোনো সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা $2\sqrt{3}$ সে.মি. হলে এর বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?**
ক $\sqrt{3}$ খ 2 গ $2\sqrt{3}$ ঘ 4

২৯. **$\sin 3A = \cos 3A$ হলে $\tan 4A$ = কত?**
ক $\sqrt{3}$ খ 1 গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

৩০. **$\sin\theta + \cos\theta = 1$ হলে $3\sin\theta \cdot \cos\theta$ = কত?**
ক 0 খ $\frac{1}{3}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ 1

■ **খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।**

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২৩

গণিত (সৃজনশীল) — বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট — [২০২৩ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] — পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

১। $A = \{2, 3, 5, 7\}, B = \{0, 1, 2, 3, 5\}$ এবং
$R = \{(x, y) : x \in A, y \in B$ এবং $y = x - 2\}$

ক. যদি $f(x) = x^3 + px^2 - 5x - 7$ হয়, তবে P এর কোন মানের জন্য $f(-1) = 0$ হবে? ২

খ. $P(A \cap B)$ নির্ণয় করে দেখাও যে, $P(A \cap B)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে, যেখানে n হলো $(A \cap B)$ এর উপাদান সংখ্যা। ৪

গ. R অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে ডোমেন নির্ণয় কর। ৪

২। $m + n = \sqrt{6}, m - n = \sqrt{5}$ এবং $x = \sqrt{5} + 2$

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $p^3 + 3p + 36$ ২

খ. $24mn\,(m^2 + n^2)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $x^5 + \frac{1}{x^5} = 610\sqrt{5}$. ৪

৩। $M = 5^{x+1}, N = 5^{x-1}$ এবং $R = \dfrac{\log\sqrt{27} + \log 8 - \log\sqrt{512}}{\log\frac{15}{10}}$

ক. $\sqrt{p^3}$ এর 7 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর যখন $p = 7$ ২

খ. $\frac{M}{N^x} \div \frac{M^2}{N^{x+1}}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $2R - 3 = 0$ ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি

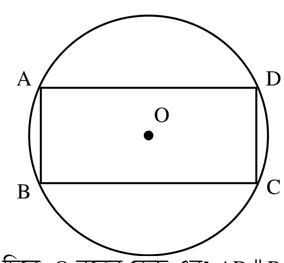
৪। $p = 12$ সে.মি., $q = 5$ সে.মি., $r = 2$ সে.মি., $\angle x = 50°$ এবং $\angle y = 65°$

ক. p কে পরিসীমা ধরে একটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁক। ২

খ. এমন একটি ত্রিভুজ আঁক যার ভূমি q এবং ভূমি সংলগ্ন কোণ $\angle x$, অপর দুই বাহুর অন্তর r। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. কোনো সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় $(p - 5)$ সে.মি. ও q সে.মি. এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle y$, সামান্তরিকটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

৫।



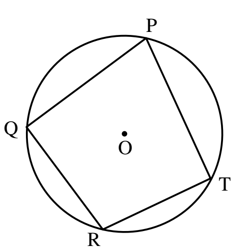
চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং $AD \parallel BC$

ক. বৃত্তটির পরিধি 12π হলে, ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB = CD$। ৪

গ. যদি $\angle ADB + \angle BDC = 90°$ হয়, প্রমাণ কর যে, A, O এবং C একই সরলরেখায় অবস্থিত। ৪

৬।



চিত্রে বৃত্তের কেন্দ্র O

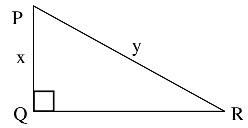
ক. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। ২

খ. বৃত্তটির বহিঃস্থ একটি বিন্দু S হতে PS এবং RS দুটি স্পর্শক হলে, প্রমাণ কর যে, $PS = RS$। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle QPT + \angle QRT = 180°$ ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭। (i)



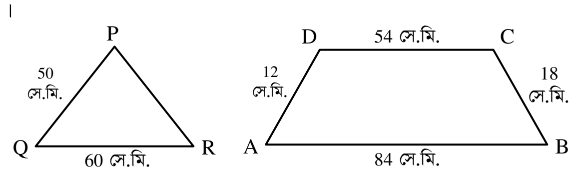
(ii) $\sin\beta + \sin\beta.\cot\beta = P$

ক. $\sec(A + 30°) = \sqrt{2}$ হলে, A এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $x = \sqrt{3}$ এবং $y = 2$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\sqrt{3}\sin R.\cos R = \frac{3}{4}$। ৪

গ. $P = 1$ হলে, β এর মান নির্ণয় কর, যেখানে $0° \le \beta \le 90°$। ৪

৮।



ABCD ট্রাপিজিয়াম এবং $AB \parallel CD$

ক. একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $16\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. হলে এর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. ΔPQR এর পরিসীমা 160 সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ABCD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৯। একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত যথাক্রমে 12 : 4 : 3 এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 25 মিটার। একটি রম্বস আকৃতির বাগানের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য ঘনবস্তুটির কর্ণের সমান এবং বাগানের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 15 মিটার।

ক. কোনো ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 9 সে.মি. ও 10 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 30° হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রতি বর্গমিটার 5 টাকা হিসেবে বাগানটিতে ঘাস লাগাতে মোট কত টাকা খরচ হবে? ৪

ঘ বিভাগ : পরিসংখ্যান

১০। দশম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর উচ্চতা (সে.মি.) এর গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

উচ্চতা (সে.মি.)	145-149	150-154	155-159	160-164	165-169	170-174
গণসংখ্যা	5	10	15	12	6	2

ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ গণসংখ্যা সারণি থেকে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১১। কোনো বিদ্যালয়ের বার্ষিক পরীক্ষার ৯ম শ্রেণির 30 জন শিক্ষার্থীর বিজ্ঞান বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ :

75, 70, 55, 52, 37, 61, 42, 70, 95, 82
45, 66, 53, 70, 47, 62, 70, 55, 85, 72
63, 78, 60, 65, 57, 73, 87, 50, 64, 74

ক. প্রদত্ত উপাত্ত থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ২

খ. শ্রেণিব্যাপ্তি 10 ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। (বিবরণসহ) ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর																														
	১	গ	২	ক	৩	ঘ	৪	খ	৫	খ	৬	গ	৭	খ	৮	খ	৯	ক	১০	গ	১১	ঘ	১২	ক	১৩	গ	১৪	গ	১৫	ঘ
	১৬	খ	১৭	খ	১৮	ঘ	১৯	ঘ	২০	গ	২১	ঘ	২২	গ	২৩	ঘ	২৪	ক	২৫	খ	২৬	ক	২৭	গ	২৮	ঘ	২৯	ক	৩০	ক

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▶ ০১ $A = \{2, 3, 5, 7\}, B = \{0, 1, 2, 3, 5\}$ এবং $R = \{(x, y) : x \in A, y \in B$ এবং $y = x - 2\}$

ক. যদি $f(x) = x^3 + px^2 - 5x - 7$ হয়, তবে P এর কোন মানের জন্য $f(-1) = 0$ হবে? ২

খ. $P(A \cap B)$ নির্ণয় করে দেখাও যে, $P(A \cap B)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে, যেখানে n হলো $(A \cap B)$ এর উপাদান সংখ্যা। ৪

গ. R অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে ডোমেন নির্ণয় কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = x^3 + px^2 - 5x - 7$

এবং $f(-1) = 0$

বা, $(-1)^3 + p(-1)^2 - 5(-1) - 7 = 0$

বা, $-1 + p + 5 - 7 = 0$

বা, $p - 3 = 0$

$\therefore p = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $p = 3$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $A = \{2, 3, 5, 7\}, B = \{0, 1, 2, 3, 5\}$

$\therefore A \cap B = \{2, 3, 5, 7\} \cap \{0, 1, 2, 3, 5\}$
$= \{2, 3, 5\}$

$\therefore P(A \cap B) = \{\varnothing, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{3, 5\}, \{2, 5\}, \{2, 3, 5\}\}$

এখানে, $(A \cap B)$ এর উপাদান সংখ্যা, $n = 3$

এবং $P(A \cap B)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 8 = 2^3 = 2^n$

$\therefore P(A \cap B)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $A = \{2, 3, 5, 7\}, B = \{0, 1, 2, 3, 5\}$

প্রশ্নানুসারে, অন্বয়, $R = \{(x, y) : x \in A, y \in B$ এবং $y = x - 2\}$

এখানে, $A \times B = \{2, 3, 5, 7\} \times \{0, 1, 2, 3, 5\}$

$= \{(2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 0), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (5, 0), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 5), (7, 0), (7, 1), (7, 2), (7, 3), (7, 5)\}$

$\therefore R = \{(2, 0), (3, 1), (5, 3), (7, 5)\}$

$\therefore$ ডোমেন $= \{2, 3, 5, 7\}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০২ $m + n = \sqrt{6}, m - n = \sqrt{5}$ এবং $x = \sqrt{5} + 2$

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $p^3 + 3p + 36$ ২

খ. $24mn (m^2 + n^2)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $x^5 + \frac{1}{x^5} = 610\sqrt{5}$. ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, $f(p) = p^3 + 3p + 36$

তাহলে, $f(-3) = (-3)^3 + 3(-3) + 36$
$= -27 - 9 + 36$
$= -36 + 36$
$= 0$

$\therefore p - (-3) = p + 3,\ f(p)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $p^3 + 3p + 36$
$= p^3 + 3p^2 - 3p^2 - 9p + 12p + 36$
$= p^2 (p + 3) - 3p (p + 3) + 12(p + 3)$
$= (p + 3) (p^2 - 3p + 12)$

$\therefore$ নির্ণেয় উৎপাদক: $(p + 3) (p^2 - 3p + 12)$. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $m + n = \sqrt{6}$ ও $m - n = \sqrt{5}$

প্রদত্ত রাশি $= 24mn (m^2 + n^2)$
$= 3 \times 4mn \times 2 (m^2 + n^2)$
$= 3 \times \{(m + n)^2 - (m - n)^2\} \times \{(m + n)^2 + (m - n)^2\}$
$= 3 \times \{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2\} \times \{(\sqrt{6})^2 + (\sqrt{5})^2\}$
$= 3 \times (6 - 5) \times (6 + 5)$
$= 3 \times 1 \times 11$
$= 33$

$\therefore$ নির্ণেয় মান 33 **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $x = \sqrt{5} + 2$

$$\therefore \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{5} + 2}$$
$$= \frac{\sqrt{5} - 2}{(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2)}$$
$$= \frac{\sqrt{5} - 2}{(\sqrt{5})^2 - 2^2}$$
$$= \frac{\sqrt{5} - 2}{5 - 4}$$
$$= \sqrt{5} - 2$$

এখন, $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} - 2 = 2\sqrt{5}$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 . x . \frac{1}{x}$$
$$= (2\sqrt{5})^2 - 2$$
$$= 20 - 2$$
$$= 18$$

এবং $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 . x . \frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$
$$= (2\sqrt{5})^3 - 3 \times 2\sqrt{5}$$
$$= 40\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = 34\sqrt{5}$$

সুতরাং, $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 34\sqrt{5} \times 18$

বা, $x^5 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^5} = 612\sqrt{5}$

বা, $x^5 + \frac{1}{x^5} + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 612\sqrt{5}$

বা, $x^5 + \frac{1}{x^5} + 2\sqrt{5} = 612\sqrt{5}$

বা, $x^5 + \frac{1}{x^5} = 612\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$

$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 610\sqrt{5}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৩ $M = 5^{x+1}$, $N = 5^{x-1}$ এবং

$$R = \frac{\log\sqrt{27} + \log 8 - \log\sqrt{512}}{\log\frac{15}{10}}$$

ক. $\sqrt{P^3}$ এর 7 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর যখন $P = 7$ ২

খ. $\frac{M}{N^x} \div \frac{M^2}{N^{x+1}}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $2R - 3 = 0$. ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $P = 7$

$$\therefore \log_7\sqrt{P^3} = \log_7\sqrt{7^3}$$
$$= \log_7(7^3)^{\frac{1}{2}}$$
$$= \log_7 7^{\frac{3}{2}}$$
$$= \frac{3}{2}\log_7 7$$
$$= \frac{3}{2} \textbf{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, $M = 5^{x+1}$ এবং $N = 5^{x-1}$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{M}{N^x} \div \frac{M^2}{N^{x+1}}$

$$= \frac{5^{x+1}}{(5^{x-1})^x} \div \frac{(5^{x+1})^2}{(5^{x-1})^{x+1}}$$
$$= \frac{5^{x+1}}{5^{x^2-x}} \div \frac{5^{2x+2}}{5^{x^2-1}}$$
$$= 5^{x+1-x^2+x} \div 5^{2x+2-x^2+1}$$
$$= 5^{x+1-x^2+x-2x-2+x^2-1}$$
$$= 5^{-2}$$
$$= \frac{1}{5^2}$$
$$= \frac{1}{25}$$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \frac{1}{25}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

$$R = \frac{\log\sqrt{27} + \log 8 - \log\sqrt{512}}{\log\frac{15}{10}}$$
$$= \frac{\log(3^3)^{\frac{1}{2}} + \log 2^3 + \log(8^3)^{\frac{1}{2}}}{\log 1.5}$$
$$= \frac{\log 3^{\frac{3}{2}} + \log 4^{\frac{3}{2}} - \log 8^{\frac{3}{2}}}{\log 1.5}$$
$$= \frac{\frac{3}{2}\log\left(\frac{3\times 4}{8}\right)}{\log 1.5}$$
$$= \frac{\frac{3}{2}\times\log 1.5}{\log 1.5}$$
$$= \frac{3}{2}$$

$\therefore 2R - 3 = 2\times\frac{3}{2} - 3 = 0$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৪ $p = 12$ সে.মি., $q = 5$ সে.মি., $r = 2$ সে.মি., $\angle x = 50°$ এবং $\angle y = 65°$

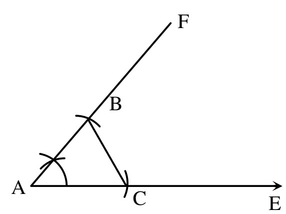
ক. p কে পরিসীমা ধরে একটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁক। ২

খ. এমন একটি ত্রিভুজ আঁক যার ভূমি q এবং ভূমি সংলগ্ন কোণ $\angle x$, অপর দুই বাহুর অন্তর r। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. কোনো সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় $(p - 5)$ সে.মি. ও q সে.মি. এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle y$, সামান্তরিকটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

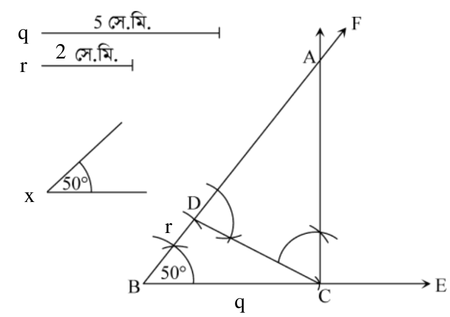
৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ABC সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন করা হলো যার বাহু $a = \frac{p}{4} = \frac{12}{4}$ সে.মি. $= 3$ সে.মি.।

খ



দেওয়া আছে, একটি ত্রিভুজের ভূমি $q = 5$ সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 50°$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $r = 2$ সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

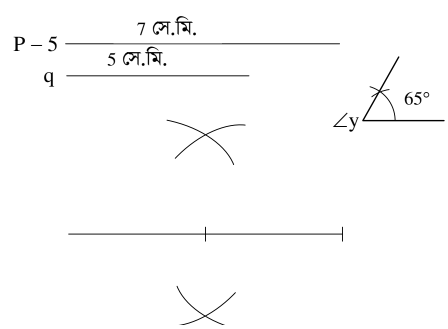
১. যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = q = 5$ সে.মি. কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle x = \angle CBF$ আঁকি।

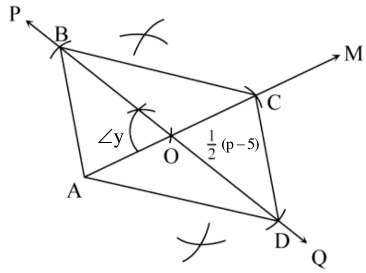
২. BF রশ্মি থেকে $BD = r = 2$ সে.মি. কেটে নিই।

৩. C, D যোগ করি। CD রেখাংশের যে পাশে F বিন্দু আছে সেই পাশে C বিন্দুতে $\angle FDC$-এর সমান করে $\angle DCA$ আঁকি।

৪. CA, DF কে A বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ





মনে করি, একটি সামান্তরিকের দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $p - 5 = 7$ সে.মি. ও $q = 5$ সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle y = 65°$ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

১. যেকোনো রশ্মি AM থেকে AC = q = 5 সে.মি. কেটে নিই। AC এর মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করি।

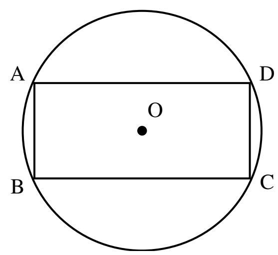
২. O বিন্দুতে $\angle AOP = \angle y = 65°$ আঁকি।

৩. OP এর বিপরীত রশ্মি OQ আঁকি।

৪. কর্ণ $p - 5$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করি। OP এবং OQ থেকে $\frac{1}{2}(p-5)$ এর সমান করে যথাক্রমে OB এবং OD অংশ কেটে নিই।

৫. এখন, A, B; B, C; C, D এবং D, A যোগ করি। তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রশ্ন ▸ ০৫



চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AD || BC

ক. বৃত্তটির পরিধি 12π হলে, ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, AB = CD। ৪

গ. যদি $\angle ADB + \angle BDC = 90°$ হয়, প্রমাণ কর যে, A, O এবং C একই সরলরেখায় অবস্থিত। ৪

<u>৫নং প্রশ্নের সমাধান</u>

ক আমরা জানি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে, পরিধি $= 2\pi r$ একক

$\therefore 2\pi r = 12\pi$

বা, $r = \frac{12\pi}{2\pi}$

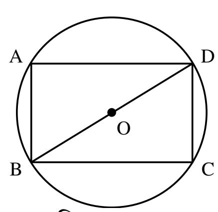
$\therefore r = 6$

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times 6^2$ বর্গ একক

$= 113.10$ বর্গ একক। **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজে AD || BC. প্রমাণ করতে হবে যে, AB = CD.

অঙ্কন : B, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ABCD চতুর্ভুজে,

AD || BC এবং BD ছেদক। [কল্পনা অনুসারে]

$\therefore \angle ADB = \angle DBC$ [একান্তর কোণ]

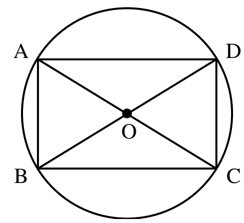
অর্থাৎ, AB চাপের উপর বৃত্তস্থ কোণ = CD চাপের উপর বৃত্তস্থ কোণ

বা, চাপ AB = চাপ CD [∵ বৃত্তে সমান সমান চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান]

বা, AB জ্যা = CD জ্যা [∵ বৃত্তে সমান সমান চাপ সমান জ্যা ছিন্ন করে]

$\therefore$ AB = CD. **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি বৃত্ত, O তার কেন্দ্র এবং $\angle ADB + \angle BDC = 90°$।

প্রমাণ করতে হবে যে, A, O এবং C একই সরলরেখায় অবস্থিত।

অঙ্কন : O, A; O, B এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. যেহেতু কেন্দ্রস্থ $\angle AOB$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ADB$ একই চাপ AB এর উপর দণ্ডায়মান,

সেহেতু $\angle AOB = 2\angle ADB$ [একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ-২. অনুরূপভাবে, BC চাপের ওপর দণ্ডায়মান $\angle BOC = 2\angle BDC$

ধাপ-৩. $\angle AOB + \angle BOC = 2(\angle ADB + \angle BDC)$

[ধাপ (১) ও (২) হতে]

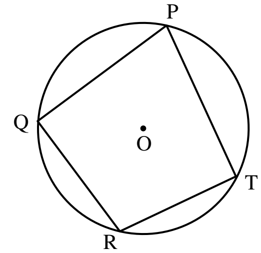
$= 2 \times 1$ সমকোণ [$\angle ADB + \angle BDC = 1$ সমকোণ]

$\therefore \angle AOB + \angle BOC = 2$ সমকোণ।

যেহেতু $\angle AOB$ এবং $\angle BOC$ সন্নিহিত কোণ।

সুতরাং A, O এবং C একই সরলরেখায় অবস্থিত। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৬



চিত্রে বৃত্তের কেন্দ্র O

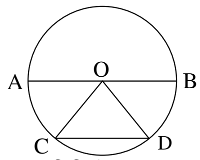
ক. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। ২

খ. বৃত্তটির বহিঃস্থ একটি বিন্দু S হতে PS এবং RS দুটি স্পর্শক হলে, প্রমাণ কর যে, PS = RS। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle QPT + \angle QRT = 180°$. ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABDC বৃত্তে AB ব্যাস এবং CD ব্যাস ভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, AB > CD.

অঙ্কন : O, C এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. $OA = OB = OC = OD$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এখন, ΔOCD-এ,

$OC + OD > CD$ [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

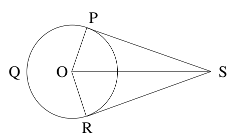
বা, $OA + OB > CD$

$\therefore AB > CD$

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। **(প্রমাণিত)**

খ **বিশেষ নির্বচন :**

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR বৃত্তের S একটি বহিঃস্থ বিন্দু এবং PS ও RS রেখাংশদ্বয় বৃত্তের P ও Q বিন্দুতে দুইটি স্পর্শক। প্রমাণ করতে হবে যে, PS = RS



অঙ্কন : O, P; O, R এবং O, S যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : যেহেতু PS স্পর্শক এবং OP স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ, সেহেতু $PS \perp OP$

$\therefore \angle SPO =$ এক সমকোণ।

[$\because$ স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের ওপর লম্ব]

অনুরূপে $\angle SRO =$ এক সমকোণ।

$\therefore \Delta SPO$ এবং ΔSRO উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।

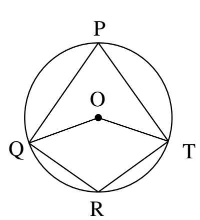
ধাপ-২ : এখন, ΔSPO এবং ΔSRO সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে,

অতিভুজ SO = অতিভুজ SO এবং OP = OR [$\because$ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \Delta SPO \cong \Delta SRO$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা]

$\therefore PS = RS.$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRT চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle QPT + \angle QRT = 180°$।

অঙ্কন : O, T এবং O, Q যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : একই চাপ QPT এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle QOT = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle QRT$)

[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

অর্থাৎ, প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle QOT = 2\angle QRT$

ধাপ-২ : আবার, একই চাপ QRT এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle QOT = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle QPT$) [একই কারণে]

অর্থাৎ $\angle QOT = 2\angle QPT$

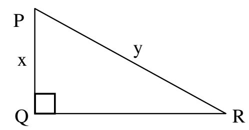
$\therefore \angle QOT +$ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle QOT = 2(\angle QRT + \angle QPT)$

কিন্তু $\angle QOT +$ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle QOT =$ চার সমকোণ

বা, $2(\angle QPT + \angle QRT) =$ চার সমকোণ $= 360°$

$\therefore \angle QPT + \angle QRT = 180°$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৭ (i)



(ii) $\sin\beta + \sin\beta.\cot\beta = P$

ক. $\sec(A + 30°) = \sqrt{2}$ হলে, A এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $x = \sqrt{3}$ এবং $y = 2$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\sqrt{3}\sin R.\cos R = \frac{3}{4}$। ৪

গ. $P = 1$ হলে, β এর মান নির্ণয় কর, যেখানে $0° \leq \beta \leq 90°$। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sec(A + 30°) = \sqrt{2}$

বা, $\sec(A + 30°) = \sec 45°$

বা, $A + 30° = 45°$

বা, $A = 45° - 30°$

$\therefore A = 15°$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $PQ = x = \sqrt{3}$ এবং $PR = y = 2$

$\therefore QR = \sqrt{PR^2 - PQ^2}$

$= \sqrt{2^2 - (\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{4 - 3} = 1$

$\therefore \sqrt{3}\sin R . \cos R = \sqrt{3} . \frac{PQ}{PR} . \frac{QR}{PR}$

$= \sqrt{3} . \frac{\sqrt{3}}{2} . \frac{1}{2}$

$= \frac{3}{4}$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $\sin\beta + \sin\beta . \cot\beta = P$

বা, $\sin\beta + \sin\beta . \cot\beta = 1$ [$\because P = 1$]

বা, $\sin\beta + \sin\beta . \frac{\cos\beta}{\sin\beta} = 1$

বা, $\sin\beta + \cos\beta = 1$

বা, $(\sin\beta + \cos\beta)^2 = (1)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\sin^2\beta + \cos^2\beta + 2\sin\beta\cos\beta = 1$

বা, $1 + 2\sin\beta\cos\beta = 1$ [$\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$]

বা, $2\sin\beta\cos\beta = 1 - 1$

বা, $2\sin\beta\cos\beta = 0$

বা, $\sin\beta\cos\beta = 0$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

হয়, $\sin\beta = 0$ অথবা, $\cos\beta = 0$

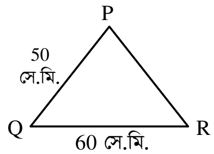
বা, $\sin\beta = \sin 0°$ বা, $\cos\beta = \cos 90°$

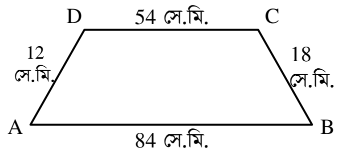
$\therefore \beta = 0°$ $\therefore \beta = 90°$

কিন্তু, $\beta = 0°$ এর জন্য $\cot\beta$ অসংজ্ঞায়িত বলে $\sin\beta + \sin\beta\cot\beta$ অসংজ্ঞায়িত।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $\beta = 90°$. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৮





ABCD ট্রাপিজিয়াম এবং AB || CD

ক. একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $16\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. হলে এর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. ΔPQR এর পরিসীমা 160 সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ABCD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে,

এর ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ বর্গএকক।

প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 16\sqrt{3}$

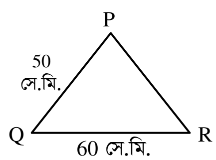
বা, $a^2 = 16\sqrt{3} \times \frac{4}{\sqrt{3}}$

বা, $a^2 = 64$

$\therefore a = 8$

$\therefore$ নির্ণেয় বাহুর দৈর্ঘ্য 8 সে.মি. **(Ans.)**

খ



দেওয়া আছে, ত্রিভুজের বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে

PQ = a = 50 সে.মি. ও QR = b = 60 সে.মি.

মনে করি, ত্রিভুজের অপর বাহু, PR = c

$\therefore$ ত্রিভুজটির পরিসীমা, 2s = 160 সে.মি.

বা, $s = \frac{160}{2}$ সে.মি.

$\therefore$ s = 80 সে.মি.

আবার, ত্রিভুজের পরিসীমা, $2s = a + b + c$

বা, $160 = 50 + 60 + c$

বা, $c = 160 - 50 - 60$

বা, $c = 160 - 110$

$\therefore$ c = 50 সে.মি.

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{80(80-50)(80-60)(80-50)}$ বর্গ সে.মি.

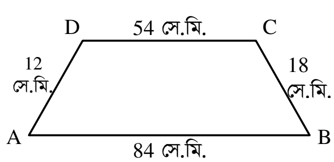
$= \sqrt{80 \times 30 \times 20 \times 30}$ "

$= \sqrt{1440000}$ "

= 1200 বর্গ সে.মি.

$\therefore$ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল 1200 বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

গ



এখানে, প্রদত্ত ABCD ট্রাপিজিয়ামের বাহু চারটির দৈর্ঘ্য 54, 84, 12 ও 18 সে.মি.।

এখন, BC + CD + DA = 18 + 12 + 54 = 84

অর্থাৎ, তিনটি বাহুর সমষ্টি চতুর্থ বাহুর সমান।

অতএব বাহু চারটি দ্বারা কোনো ট্রাপিজিয়াম গঠিত হবে না।

$\therefore$ নির্ণেয় ABCD এর ক্ষেত্রফল শূন্য (0) বর্গ একক।

প্রশ্ন ▶ ০৯ একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত যথাক্রমে 12 : 4 : 3 এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 26 মিটার। একটি রম্বস আকৃতির বাগানের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য ঘনবস্তুটির কর্ণের সমান এবং বাগানের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 15 মিটার।

ক. কোনো ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 9 সে.মি. ও 10 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 30° হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রতি বর্গমিটার 5 টাকা হিসেবে বাগানটিতে ঘাস লাগাতে মোট কত টাকা খরচ হবে? ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ত্রিভুজের বাহুদ্বয় যথাক্রমে a = 9 সে.মি. ও b = 10 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\theta = 30°$

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} ab \sin 30°$

$= \frac{1}{2} \times 9 \times 10 \times \frac{1}{2}$ বর্গ সে.মি.

= 22.5 বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

খ মনে করি, একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে a মিটার, b মিটার ও c মিটার।

ধরি, a = 12x, b = 4x এবং c = 3x

আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ মিটার

প্রশ্নমতে,

$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 26$

বা, $(12x)^2 + (4x)^2 + (3x)^2 = (26)^2$

বা, $144x^2 + 16x^2 + 9x^2 = 676$

বা, $169x^2 = 676$

বা, $x^2 = \frac{676}{169}$

বা, $x^2 = 4$

$\therefore x = 2$

$\therefore a = 12 \times 2 = 24$

$b = 4 \times 2 = 8$

$c = 3 \times 2 = 6$

$\therefore$ ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2(ab + bc + ca)$ বর্গ মিটার

$= 2(24 \times 8 + 8 \times 6 + 6 \times 24)$ বর্গ মিটার

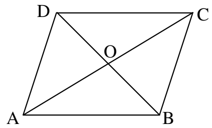
$= 2(192 + 48 + 144)$ বর্গ মিটার

$= 2 \times 384$ বর্গ মিটার

= 768 বর্গ মিটার।

$\therefore$ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল 768 বর্গমিটার। **(Ans.)**

গ মনে করি, ABCD একটি রম্বস আকৃতির বাগান যার দুইটি কর্ণ AC ও BD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।



প্রশ্নানুসারে, রম্বসের বাহু, AB = 15 মিটার

এবং কর্ণ, AC = 26 মিটার

আমরা জানি, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$\therefore$ $OA = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 26 = 13$ মিটার

AOB সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পাই,

$AB^2 = OA^2 + OB^2$

বা, $OB^2 = AB^2 - OA^2$

বা, $OB = \sqrt{15^2 - 13^2}$

বা, $OB = \sqrt{225 - 169}$

$\therefore OB = \sqrt{56}$

$\therefore$ রম্বসের অপর কর্ণ, $BD = 2 \times OB$

$= 2\sqrt{56}$ মিটার

$\therefore$ রম্বসাকৃতি বাগানের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 26 \times 2\sqrt{56}$ বর্গ মিটার

$= 52\sqrt{14}$ বর্গ মিটার।

1 বর্গমিটারে ঘাস লাগাতে খরচ হয় 5 টাকা

$\therefore$ $52\sqrt{14}$ " " " " " $5 \times 52\sqrt{14}$ "

= 972.83 টাকা

$\therefore$ বাগানটিতে ঘাস লাগাতে মোট 972.83 টাকা খরচ হয়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ দশম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর উচ্চতা (সে.মি.) এর গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

উচ্চতা (সে.মি.)	145-149	150-154	155-159	160-164	165-169	170-174
গণসংখ্যা	5	10	15	12	6	2

ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ গণসংখ্যা সারণি থেকে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 15 আছে (155 – 159) শ্রেণিতে।

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণি (155 – 159)

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{155 + 159}{2} = \frac{314}{2} = 157$ **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি (u_i)	f_iu_i
145–149	147	5	– 2	– 10
150–154	152	10	– 1	– 10
155–159	157 ← a	15	0	0
160–164	162	12	1	12
165–169	167	6	2	12
170–174	172	2	3	6
		n = 50		$\sum f_iu_i = 10$

$\therefore$ গড় $\bar{x} = a + \frac{\sum f_iu_i}{n} \times h$

$= 157 + \frac{10}{50} \times 5$

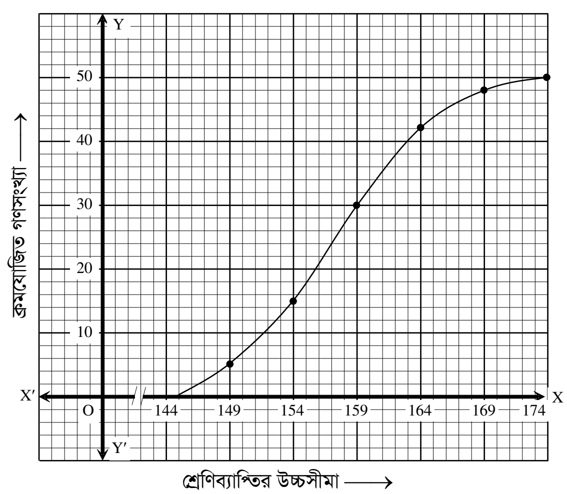
$= 157 + 1$

$= 158$ **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
145–149	5	5
150–154	10	15
155–159	15	30
160–164	12	42
165–169	6	48
170–174	2	50

ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে শ্রেণিব্যাপ্তির উচ্চসীমার একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার দুই একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 144 পর্যন্ত ঘরগুলো বিদ্যমান বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▶ ১১ কোনো বিদ্যালয়ের বার্ষিক পরীক্ষার ৯ম শ্রেণির 30 জন শিক্ষার্থীর বিজ্ঞান বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ :

75, 70, 55, 52, 37, 61, 42, 70, 95, 82, 45, 66, 53, 70, 47, 62, 70, 55, 85, 72, 63, 78, 60, 65, 57, 73, 87, 50, 64, 74

ক. প্রদত্ত উপাত্ত থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ২

খ. শ্রেণিব্যাপ্তি 10 ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। (বিবরণসহ) ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের ক্রমানুসারে সাজিয়ে পাই,

37, 42, 45, 47, 50, 52, 53, 55, 55, 57, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 70, 70, 70, 70, 72, 73, 74, 75, 78, 82, 85, 87, 95

এখানে, 70 সংখ্যাটি সর্বোচ্চ 4 বার, 55 সংখ্যাটি 2 বার এবং বাকি সংখ্যাগুলো 1 বার করে আছে।

$\therefore$ প্রদত্ত উপাত্তের প্রচুরক 70. **(Ans.)**

খ এখানে, সর্বোচ্চ নম্বর 95 এবং সর্বনিম্ন নম্বর 37

$\therefore$ পরিসর = (95 – 37) + 1 = 58 + 1 = 59

শ্রেণিব্যাপ্তি 10 ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{59}{10} = 5.9 \approx 6$

নিম্নে মধ্যক নির্ণয়ের জন্য ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
36 – 45	|||	3	3
46 – 55	~~||||~~ |	6	9
56 – 65	~~||||~~ ||	7	16
66 – 75	~~||||~~ ||||	9	25
76 – 85	|||	3	28
86 – 95	||	2	30
		n = 30	

এখানে, n = 30 $\therefore \frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$

অর্থাৎ, মধ্যক 15 তম পদ যা (56 – 65) শ্রেণিতে অবস্থিত।

$\therefore$ মধ্যক শ্রেণি হলো (56 – 65).

$\therefore L = 56, F_C = 9, f_m = 7, h = 10$

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_C\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 56 + (15 - 9) \times \frac{10}{7}$$

$$= 56 + \frac{6 \times 10}{7}$$

$$= 56 + 8.57$$

$$= 64.57 \text{ (Ans.)}$$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনী সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা
36 – 45	40.5	3
46 – 55	50.5	6
56 – 65	60.5	7
66 – 75	70.5	9
76 – 85	80.5	3
86 – 95	90.5	2
		n = 30

x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যমানের 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর 2 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 30.5 পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বিদ্যমান বোঝাতে ছেদ চিহ্ন (–//–) ব্যবহার করা হয়েছে।