মডেল টেস্ট- ০১

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর																														
	১	খ	২	ক	৩	ঘ	৪	ক	৫	ঘ	৬	ক	৭	ঘ	৮	গ	৯	ক	১০	খ	১১	ঘ	১২	গ	১৩	ঘ	১৪	খ	১৫	ক
	১৬	ক	১৭	খ	১৮	খ	১৯	ঘ	২০	ঘ	২১	ক	২২	ঘ	২৩	ঘ	২৪	ক	২৫	ঘ	২৬	ক	২৭	গ	২৮	গ	২৯	ক	৩০	ক

সৃজনশীল

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক 1, 2, 3, 4, ...ইত্যাদি সংখ্যাগুলোকে স্বাভাবিক সংখ্যা বলা হয়। স্বাভাবিক সংখ্যার সেটকে N দ্বারা প্রকাশ করা হয়। স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, $N = \{1, 2, 3, ...\}$

খ প্রদত্ত বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা, $n = 2x - 1$, যেখানে $x \in N$

অর্থাৎ $n = 2x - 1$ যেখানে $x \in N$

বা, $n^2 = (2x - 1)^2$ [বর্গ করে]

$= (2x)^2 - 2.2x.1 + (1)^2$

$= 4x^2 - 4x + 1$

$= 4x(x - 1) + 1$

এখানে, x ও (x – 1) দুটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা, তাই এদের একটি অবশ্যই জোড় সংখ্যা হবে। সুতরাং এদের গুণফল একটি জোড় সংখ্যা হবে।

সুতরাং $x(x - 1)$, 2 দ্বারা বিভাজ্য।

এখানে, $4x(x - 1)$ সংখ্যাটি 2 দ্বারা বিভাজ্য অর্থাৎ জোড় সংখ্যা।

সুতরাং $4x(x - 1) + 1$ একটি বিজোড় সংখ্যা।

$\therefore$ প্রদত্ত বিজোড় সংখ্যার বর্গও একটি বিজোড় সংখ্যা। **(প্রমাণিত)**

গ প্রদত্ত বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা, $n = 2x - 1$, যেখানে $x \in N$

$\therefore n^2 = (2x - 1)^2$ [বর্গ করে]

বা, $n^2 = 4x^2 - 4x + 1$

বা, $n^2 = 4x(x - 1) + 1$

এখানে, x ও (x – 1) দুটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা। অর্থাৎ এদের গুণফল একটি জোড় সংখ্যা হবে।

সুতরাং $x(x - 1)$, 2 দ্বারা বিভাজ্য।

তাহলে, $4x(x - 1)$ সংখ্যাটি 4×2 বা, 8 দ্বারা বিভাজ্য।

সুতরাং $4x(x - 1) + 1$ সংখ্যাটিকে 8 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ 1 থাকবে।

অতএব, যে কোনো বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গকে 8 দ্বারা ভাগ করলে প্রত্যেক ক্ষেত্রে ভাগশেষ 1 হবে। **(প্রমাণিত)**

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $p^2 - 2\sqrt{56} - 15 = 0$

বা, $p^2 = 15 + 2\sqrt{56}$

বা, $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{15 + 2\sqrt{56}}$

বা, $\frac{1}{p^2} = \frac{15 - 2\sqrt{56}}{(15 + 2\sqrt{56})(15 - 2\sqrt{56})}$

বা, $\frac{1}{p^2} = \frac{15 - 2\sqrt{56}}{(15)^2 - (2\sqrt{56^2})}$

বা, $\frac{1}{p^2} = \frac{15 - 2\sqrt{56}}{225 - 224}$

$\therefore p^{-2} = 15 - 2\sqrt{56}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $p^2 - 2\sqrt{56} - 15 = 0$

বা, $p^2 = 15 + 2\sqrt{56}$

বা, $p^2 = (\sqrt{8})^2 + 2.\sqrt{8}.\sqrt{7} + (\sqrt{7})^2$

বা, $p^2 = (\sqrt{8} + \sqrt{7})^2$

$\therefore p = \sqrt{8} + \sqrt{7}$ [বর্গমূল করে]

$\therefore \frac{1}{p} = \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{7}}$

$= \frac{\sqrt{8} - \sqrt{7}}{(\sqrt{8} + \sqrt{7})(\sqrt{8} - \sqrt{7})}$

$= \frac{\sqrt{8} - \sqrt{7}}{(\sqrt{8})^2 - (\sqrt{7})^2}$

$= \frac{\sqrt{8} - \sqrt{7}}{8 - 7}$

$= \sqrt{8} - \sqrt{7}$

$\therefore p + \frac{1}{p} = \sqrt{8} + \sqrt{7} + \sqrt{8} - \sqrt{7}$

$= 2\sqrt{8}$

প্রদত্ত রাশি $= p^3 + p^{-3}$

$= p^3 + \left(\frac{1}{p}\right)^3$

$= \left(p + \frac{1}{p}\right)^3 - 3.\, p.\, \frac{1}{p}\left(p + \frac{1}{p}\right)$

$= (2\sqrt{8})^3 - 3 \times 2\sqrt{8}$

$= 64\sqrt{8} - 6\sqrt{8}$

$= 58\sqrt{8}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান : $58\sqrt{8}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $(x + y)^2 = \sqrt[3]{27}$

বা, $(x + y)^2 = (3^3)^{\frac{1}{3}}$

বা, $(x + y)^2 = 3$

$\therefore x + y = \sqrt{3}$

এবং $(x-y)^2 = \sqrt[3]{8}$

বা, $(x-y)^2 = (2^3)^{\frac{1}{3}}$

বা, $(x-y)^2 = 2$

$\therefore x - y = \sqrt{2}$

এখন, $xy = \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$= \frac{3}{4} - \frac{2}{4}$

$= \frac{3-2}{4} = \frac{1}{4}$

এবং $x^2 + y^2 = \frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{2}$

$= \frac{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2}{2}$

$= \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2}$

বামপক্ষ $= 5(x^3y + xy^3)$

$= 5xy(x^2 + y^2)$

$= 5 \times \frac{1}{4} \times \frac{5}{2}$

$= \frac{25}{8} =$ ডানপক্ষ

$\therefore 5(x^3y + xy^3) = \frac{25}{8}$ **(প্রমাণিত)**

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি $= \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

$\therefore$ " 20টি " " " " $= \left\{\frac{20(20+1)}{2}\right\}^2$

$= (10 \times 21)^2$

$= 44100$ **(Ans.)**

খ ধরি, সমান্তর ধারাটির ১ম পদ = a

এবং সাধারণ অন্তর = d

$\therefore$ 25তম পদ $= a + (25-1)d$

$= a + 24d$

এবং 31তম পদ $= a + (31-1)d$

$= a + 30d$

প্রশ্নমতে,

$a + 24d = 99$ ……………… (i)

$a + 30d = 135$ ……………. (ii)

(ii) থেকে (i) বিয়োগ করি,

$$\begin{array}{rcr} a + 30d & = & 135 \\ a + 24d & = & 99 \\ (-)\ (-) & & (-) \\ \hline 6d & = & 36 \end{array}$$

বা, $d = \frac{36}{6}$

$\therefore d = 6$

(i) নং এ d = 6 বসিয়ে পাই,

$a + 24 \times 6 = 99$

বা, $a = 99 - 144$

$\therefore a = -45$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 40টি পদের সমষ্টি $= \frac{40}{2}\{2 \times (-45) + (40-1) \times 6\}$

$= 20(-90 + 234)$

$= 20 \times 144$

$= 2880$ **(Ans.)**

গ ধরি, ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত = r

$\therefore$ ৩য় পদ $= ar^{3-1} = ar^2$

এবং ৯ম পদ $= ar^{9-1} = ar^8$

প্রশ্নমতে,

$ar^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ……….. (i)

এবং $ar^8 = \frac{1}{8\sqrt{2}}$ ……… (ii)

(ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{ar^8}{ar^2} = \frac{\frac{1}{8\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$

বা, $r^6 = \frac{1}{8}$

বা, $r^6 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^6$

$\therefore r = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(i) নং সমীকরণে $r = \frac{1}{\sqrt{2}}$ বসিয়ে পাই,

$a\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\frac{a}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore a = \sqrt{2}$

গুণোত্তর ধারাটি,

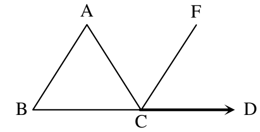
$a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots\ldots\ldots$

$= \sqrt{2} + \sqrt{2}\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3 + \ldots\ldots$

$= \sqrt{2} + 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \ldots\ldots\ldots\ldots$ **(Ans.)**

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক **বিশেষ নির্বাচন :** মনে করি, ΔABC এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করায় বহিঃস্থ $\angle ACD$ উৎপন্ন হয়েছে।



প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$.

অঙ্কন : C বিন্দু দিয়ে BA বাহুর সমান্তরাল করে CF রশ্মি টানি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. BA ∥ CF এবং AC ছেদক। [অঙ্কন অনুসারে]

$\therefore \angle BAC = \angle ACF$ [একান্তর কোণ সমান] ... ... (i)

ধাপ-২. আবার, BA ∥ CF এবং BD ছেদক।

$\therefore \angle ABC = \angle FCD$ [অনুরূপ কোণ সমান] ... ... (ii)

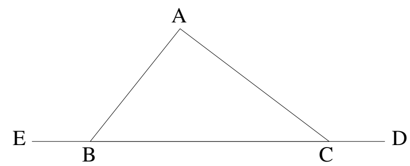
ধাপ-৩. (i)নং + (ii)নং থেকে পাই,

$\angle BAC + \angle ABC = \angle ACF + \angle FCD$

বা, $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACD$ [$\because \angle ACF + \angle FCD = \angle ACD$]

$\therefore \angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$. **(প্রমাণিত)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি ABC একটি ত্রিভুজ। এর BC বাহুকে E এবং D পর্যন্ত উভয় দিকে বর্ধিত করা হলো। এর ফলে $\angle ABE$ ও $\angle ACD$ বহিঃস্থ কোণ দুটি উৎপন্ন হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABE + \angle ACD > 2$ সমকোণ।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔABC এর বহিঃস্থ $\angle ABE$ = অন্তঃস্থ ($\angle BAC + \angle ACB$)...... (i)

[ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ, অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।]

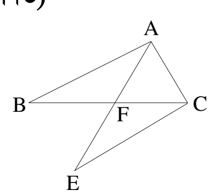
এবং বহিঃস্থ $\angle ACD$ = অন্তঃস্থ ($\angle BAC + \angle ABC$) ..... (ii)

ধাপ-২. সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$\therefore$ $\angle ABE + \angle ACD = \angle BAC + \angle ACB + \angle BAC + \angle ABC = 2$ সমকোণ + $\angle BAC$ [$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = 2 সমকোণ]

$\therefore$ $\angle ACD + \angle ABE > 2$ সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

গ **বিশেষ নির্বচন :** দেওয়া আছে, ΔABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু F. প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AC > 2AF$.



অঙ্কন : A, F যোগ করি। AF কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন, AF = FE হয়। E, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔABF ও ΔCFE –এ

$BF = CF$ [$\because$ F, BC এর মধ্যবিন্দু]

$AD = FE$ [অঙ্কন অনুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle CFE$ [বিপ্রতীপ কোণ বলে]

$\therefore$ $\Delta ABF \cong \Delta CFE$ [$\because$ দুটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ সমান]

$\therefore$ $AB = CE$

ধাপ-২. এখন ΔACE এ

$AC + CE > AE$

বা, $AC + CE > AF + FE$

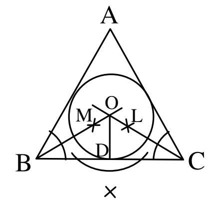
[$\because$ ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর সমষ্টি তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।]

বা, $AC + AB > AF + AF$

$\therefore$ $AB + AC > 2AF$. **(প্রমাণিত)**

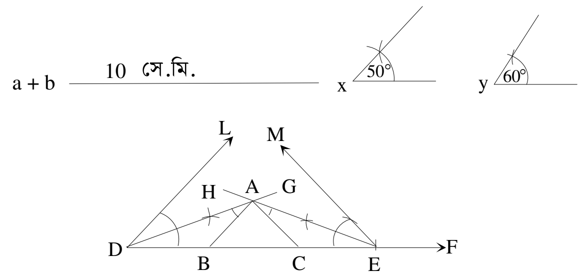
৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটিই 4 সে.মি. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ ΔABC এর অন্তর্বৃত্ত।

খ



মনে করি, একটি ত্রিভুজের পরিসীমা $a + b = 3 + 7 = 10$ সে.মি. এবং ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 50°$ ও $\angle y = 60°$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

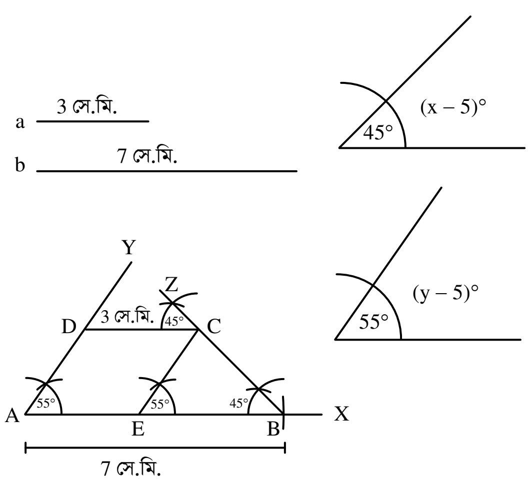
১. যেকোনো একটি রশ্মি DF থেকে পরিসীমা a + b এর সমান করে DE অংশ কেটে নিই।

২. D ও E বিন্দুতে DE রেখাংশের একই পাশে $\angle x$ এর সমান $\angle EDL$ এবং $\angle y$ এর সমান $\angle DEM$ আঁকি।

৩. কোণ দুইটির সমদ্বিখণ্ডক DG ও EH আঁকি। মনে করি, DG ও EH রশ্মিদ্বয় পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. A বিন্দুতে $\angle ADE$ এর সমান $\angle DAB$ এবং $\angle AED$ এর সমান $\angle EAC$ আঁকি। AB এবং AC রশ্মিদ্বয় DE রেখাংশকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি AX থেকে AB = b = 7 সে.মি. নিই।

২. AB রেখাংশের A বিন্দুতে 55° এর সমান ∠BAY এবং B বিন্দুতে 45° এর সমান ∠ABZ আঁকি।

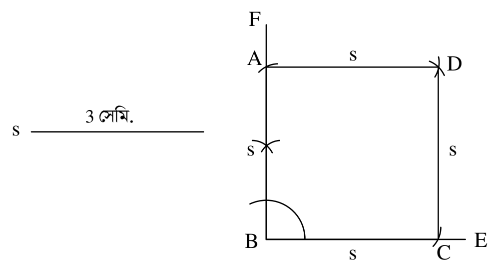
৩. আবার AB রেখাংশ থেকে AE = a = 3 সে.মি. কেটে নিই।

৪. E বিন্দুতে EC ∥ AY আঁকি যা BZ রশ্মিকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. আবার CD ∥ BA আঁকি যা AY রশ্মিকে D বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট ট্রাপিজিয়াম।

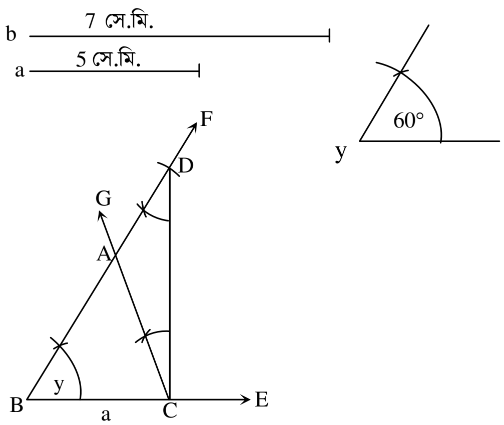
৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, s = 3 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গ ABCD অঙ্কিত হলো।

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি a = 5 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ ∠y = 60° এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি b = 7 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যেকোনো একটি রশ্মি BE থেকে ভূমি a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে ∠y এর সমান ∠CBF আঁকি।

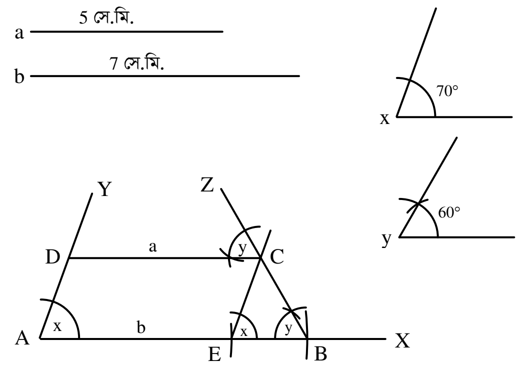
২. BF রশ্মি থেকে b এর সমান করে BD অংশ কাটি।

৩. C, D যোগ করি। C বিন্দুতে CD রেখাংশের যে পাশে B বিন্দু আছে সেই পাশে ∠BDC এর সমান ∠DCG আঁকি।

৪. CG রশ্মি BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



বিশেষ নির্বচন : ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয় a = 5 সে.মি., b = 7 সে.মি. এবং বৃহত্তর বাহু b সংলগ্ন কোণদ্বয় ∠x = 70° এবং ∠y = 60° দেওয়া আছে। ট্রাপিজিয়ামটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

১. যেকোনো রশ্মি AX থেকে AB = b = 7 সে.মি. নিই।

২. AB রেখাংশের A বিন্দুতে ∠x = 70° এর সমান ∠BAY এবং B বিন্দুতে ∠y = 60° এর সমান ∠ABZ আঁকি।

৩. আবার AB রেখাংশ থেকে AE = a = 5 সে.মি. কেটে নিই।

৪. E বিন্দুতে EC ∥ AY আঁকি যা BZ রশ্মিকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. আবার CD ∥ BA আঁকি যা AY রশ্মিকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট ট্রাপিজিয়াম।

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\tan C = \frac{3}{4}$

বা, $\tan^2 C = \left(\frac{3}{4}\right)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\tan^2 C = \frac{9}{16}$

বা, $\sec^2 C - 1 = \frac{9}{16}$

বা, $\sec^2 C = \frac{9}{16} + 1 = \frac{9+16}{16} = \frac{25}{16}$

বা, $\sec C = \sqrt{\frac{25}{16}}$ [বর্গমূল করে]

$\therefore \sec C = \frac{5}{4}$

∴ নির্ণেয় মান : $\frac{5}{4}$.

খ দেওয়া আছে,

$2\cos(A + B) = 1 = 2\sin(A - B)$

$\therefore 2\cos(A + B) = 1$

বা, $\cos(A + B) = \frac{1}{2}$

বা, $\cos(A + B) = \cos 60°$ [$\because \cos 60° = \frac{1}{2}$]

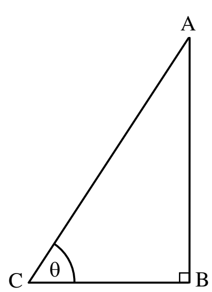
$\therefore A + B = 60°$ .... (i)

আবার,
$2\sin(A-B) = 1$
বা, $\sin(A-B) = \frac{1}{2}$
বা, $\sin(A-B) = \sin 30°$
$\therefore A - B = 30°$ .... (ii)
(i) নং ও (ii) নং যোগ করে পাই,
$A + B + A - B = 60° + 30°$
বা, $2A = 90°$
বা, $A = \frac{90°}{2}$
$\therefore A = 45°$
$\therefore \text{cosec}2A = \text{cosec}\, 2 \times 45°$
$= \text{cosec}\, 90°$
$= 1$
$\therefore$ cosec2A এর মান 1. **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,
$\cot\theta + \cos\theta = m$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = n$
বামপক্ষ $= m^2 - n^2$
$= (\cot\theta + \cos\theta)^2 - (\cot\theta - \cos\theta)^2$
$= 4\cot\theta\cos\theta$
$= 4\sqrt{\cot^2\theta\cos^2\theta}$
$= 4\sqrt{\cot^2\theta\,(1 - \sin^2\theta)}$
$= 4\sqrt{\cot^2\theta - \cot^2\theta\sin^2\theta}$
$= 4\sqrt{\cot^2\theta - \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} \times \sin^2\theta}$
$= 4\sqrt{\cot^2\theta - \cos^2\theta}$
$= 4\sqrt{(\cot\theta + \cos\theta)(\cot\theta - \cos\theta)}$
$= 4\sqrt{mn}$
= ডানপক্ষ
$\therefore m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. **(প্রমাণিত)**

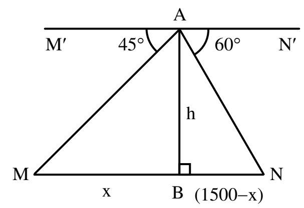
৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, AB একটি গাছ। যার ছায়া BC। গাছের উন্নতি কোণ $\angle BCA = \theta$। যেহেতু, গাছের উচ্চতা ও ছায়ার অনুপাত $\sqrt{3} : 1$
$\therefore AB : BC = \sqrt{3} : 1$
বা, $\frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{1}$
বা, $\tan\theta = \sqrt{3}$
বা, $\tan\theta = \tan 60°$
$\therefore \theta = 60°$
$\therefore$ নির্ণেয় গাছটির উন্নতি কোণ $\theta = 60°$ **(Ans.)**

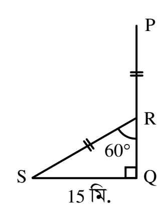
খ



চিত্র-১ : MN = 1500 মি.
M′N′ ∥ MN

চিত্র হতে পাই,
M′N′ ∥ MN বলে,
$\angle AMB = \angle M'AM = 45°$
$\angle ANB = \angle N'AN = 60°$
ধরি, AB = h মি.
এবং, MB = x মি.
$\therefore BN = (1500 - x)$ মি.
এখন, ΔABM এ,
$\tan\angle AMB = \frac{AB}{MB}$
বা, $\tan 45° = \frac{h}{x}$
বা, $1 = \frac{h}{x}$
$\therefore x = h$ ... ... (i)
আবার, ΔABN এ,
$\tan\angle ANB = \frac{AB}{BN}$
বা, $\tan 60° = \frac{h}{1500 - x}$
বা, $h = \sqrt{3}\,(1500 - x)$
বা, $h = \sqrt{3} \times 1500 - \sqrt{3}x$
বা, $h = \sqrt{3} \times 1500 - \sqrt{3}h$ [$\because x = h$]
বা, $h + \sqrt{3}h = \sqrt{3} \times 1500$
বা, $h(1 + \sqrt{3}) = \sqrt{3} \times 1500$
বা, $h = \frac{\sqrt{3} \times 1500}{1 + \sqrt{3}}$
$\therefore h = 950.962$ মি.
$\therefore$ নির্ণেয় AB = 950.962 মি. **(Ans.)**

গ



চিত্র-২

ধরি, PQ = h
এবং PR = x
$\therefore RQ = h - x$
চিত্রানুসারে, PR = RS
এবং $\angle SRQ = 60°$

এখন, ΔSRQ এ,

$$\sin \angle SRQ = \frac{SQ}{RS}$$

বা, $\sin 60° = \frac{15}{x}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15}{x}$

বা, $\sqrt{3}x = 30$

বা, $x = \frac{30}{\sqrt{3}}$

বা, $x = \frac{30\sqrt{3}}{3}$

$\therefore x = 10\sqrt{3}$

আবার, ΔSRQ এ,

$\tan \angle SRQ = \frac{SQ}{RQ}$

বা, $\tan 60° = \frac{15}{h - x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{15}{h - x}$

বা, $\sqrt{3}h - \sqrt{3}x = 15$

বা, $\sqrt{3}h = 15 + \sqrt{3}x$

বা, $h = \frac{15 + \sqrt{3} \times 10\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ $[\because x = 10\sqrt{3}]$

বা, $h = \frac{15 + 30}{\sqrt{3}}$

বা, $h = \frac{45}{\sqrt{3}}$

বা, $h = \frac{45\sqrt{3}}{3} = 15\sqrt{3} = 25.98$ মি.

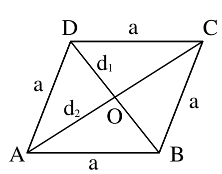
$\therefore$ PQ খুঁটির উচ্চতা 25.98 মি.

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে, এর ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ বর্গ একক

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য a একক এবং ভূমির দৈর্ঘ্য b একক হলে এর ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$ বর্গ একক।

খ



মনে করি, রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য = a সে.মি.

$\therefore$ রম্বসের পরিসীমা = 4a

প্রশ্নমতে, 4a = 180

বা, $a = \frac{180}{4}$

$\therefore$ a = 45 সে.মি.

$\therefore$ AB = 45 সে.মি.

ক্ষুদ্রতম কর্ণের দৈর্ঘ্য, d_1 = BD = 54 সে.মি.

$\therefore OB = \frac{BD}{2} = \frac{54}{2} = 27$ সে.মি.

এখন, AOB সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$OA^2 + OB^2 = AB^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $OA^2 = AB^2 - OB^2$

বা, $OA = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{45^2 - 27^2}$

$= \sqrt{2025 - 729} = \sqrt{1296}$

$\therefore$ OA = 36

$\therefore$ বৃহত্তর কর্ণের দৈর্ঘ্য d_2 = AC

$= 2 \times OA$

$= 2 \times 36 = 72$ সে.মি.

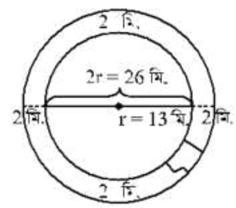
$\therefore$ রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$= \frac{1}{2} \times 54 \times 72$ বর্গ সে.মি.

= 1944 বর্গ সে.মি.

$\therefore$ নির্ণেয় রম্বসের ক্ষেত্রফল 1944 বর্গ সে.মি.।

গ



দেওয়া আছে,

বৃত্তাকার মাঠের ব্যাস, 2r = 26 মিটার

$\therefore$ বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{26}{2} = 13$ মি.

$\therefore$ বৃত্তাকার মাঠের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ মি.

পথসহ বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধ, $r_1 = (13 + 2) = 15$ মি.

$\therefore$ পথসহ বৃত্তাকার মাঠের ক্ষেত্রফল $= \pi r_1^2$ বর্গ মি.

$\therefore$ পথের ক্ষেত্রফল $= (\pi r_1^2 - \pi r^2)$ বর্গ মি.

$= \pi(r_1^2 - r^2)$ বর্গ মি.

$= \pi(15^2 - 13^2)$ বর্গ মি.

$= \pi(225 - 169)$ বর্গ মি.

$= 3.1416 \times 56$ বর্গ মি.

= 175.9296 বর্গ মি.

$\therefore$ নির্ণেয় পথের ক্ষেত্রফল 175.9296 বর্গ মি.।

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20; এখানে উপাত্ত সংখ্যা 8টি যা জোড়।

$$\therefore \text{মধ্যক} = \frac{\left(\frac{8}{2}\right) \text{তম পদ} + \left(\frac{8}{2} + 1\right) \text{তম পদ}}{2}$$

$$= \frac{4 \text{ তম পদ } + 5 \text{ তম পদ}}{2}$$

$$= \frac{16 + 17}{2} = \frac{33}{2} = 16.5$$

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যক: 16.5 **(Ans.)**

খ উপাত্তের সর্বোচ্চ মান 99 এবং সর্বনিম্ন মান 50

$\therefore$ পরিসর = (99 – 50) + 1 = 49 + 1 = 50

শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা $= \frac{50}{5} = 10$টি

শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা
50–54	|	1
55–59	||	2
60–64	|||	3
65–69	|||	3
70–74	||||	4
75–79	~~||||~~	5
80–84	~~||||~~ ||	7
85–89	||	2
90–94	||	2
95–99	|	1
		n = 30

এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 7 আছে (80 – 84) শ্রেণিতে।

∴ প্রচুরক শ্রেণি (80 – 84)

$\therefore$ প্রচুরক $= L + \dfrac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

$= 80 + \dfrac{2}{2+5} \times 5$

$= 80 + 1.429$

$= 81.429$

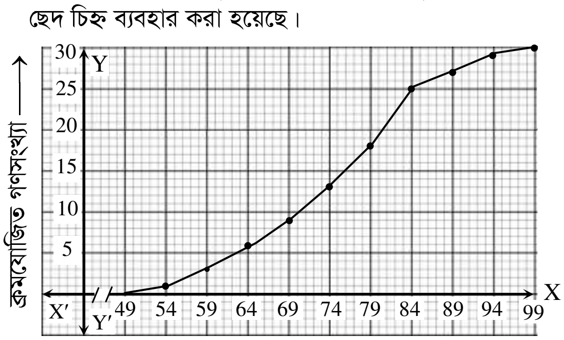
এখানে,
$L = 80$
$f_1 = 7 - 5 = 2$
$f_2 = 7 - 2 = 5$
$h = 5$

∴ নির্ণেয় প্রচুরক : 81.429 **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
50 – 54	1	1
55 – 59	2	3
60 – 64	3	6
65 – 69	3	9
70 – 74	4	13
75 – 79	5	18
80 – 84	7	25
85 – 89	2	27
90 – 94	2	29
95 – 99	1	30

ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে শ্রেণিব্যাপ্তির উচ্চসীমার একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 49 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



শ্রেণিব্যাপ্তির উচ্চসীমা ⟶

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমানুসারে সাজিয়ে পাই,

17, 19, 20, 21, 23, 26, 35, 39; এখানে উপাত্ত সংখ্যা 8টি যা জোড়।

$$\therefore \text{মধ্যক} = \frac{\frac{8}{2} \text{ তম পদ} + \left(\frac{8}{2}+1\right) \text{ তম পদ}}{2} = \frac{4 \text{ তম পদ} + 5 \text{ তম পদ}}{2}$$

$$= \frac{21+23}{2} = \frac{44}{2} = 22$$

∴ নির্ণেয় মধ্যক = 22 **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপবিচ্যুতি $u_i = \frac{xi - a}{h}$	f_iu_i
33 – 42	37.5	4	– 3	– 12
43 – 52	47.5	7	– 2	– 14
53 – 62	57.5	9	– 1	– 9
63 – 72	67.5←a	10	0	0
73 – 82	77.5	5	1	5
83 – 92	87.5	5	2	10
		n = 40		$\sum f_iu_i = -20$

$\therefore$ গড় $\bar{x} = a + \dfrac{\sum f_iu_i}{n} \times h = 67.5 + \dfrac{-20}{40} \times 10$

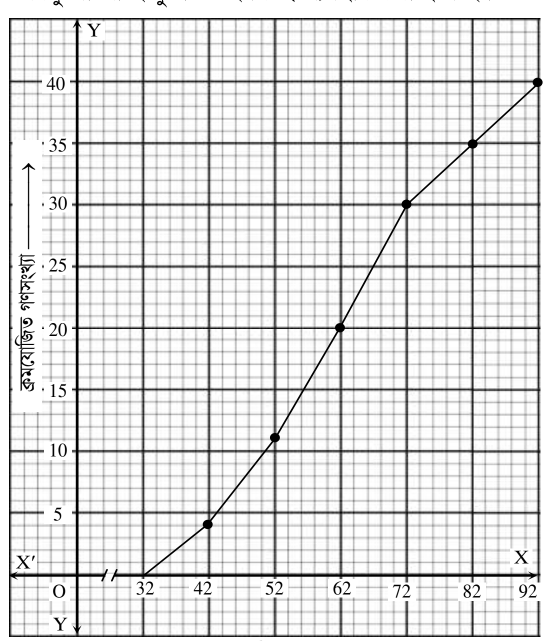
$= 67.5 - 5 = 62.5$

∴ নির্ণেয় গড় 62.5 **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
33 – 42	4	4
43 – 52	7	11
53 – 62	9	20
63 – 72	10	30
73 – 82	5	35
83 – 92	5	40

এখন, x অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 2 একক এবং y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 32 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা ⟶

মডেল টেস্ট- ০২

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর																														
	১	খ	২	ক	৩	ক	৪	ঘ	৫	ং	৬	ক	৭	গ	৮	গ	৯	গ	১০	ং	১১	ক	১২	ং	১৩	ং	১৪	ক	১৫	গ
	১৬	ঘ	১৭	ক	১৮	ং	১৯	গ	২০	ং	২১	গ	২২	ক	২৩	ং	২৪	গ	২৫	ঘ	২৬	ক	২৭	ঘ	২৮	গ	২৯	ঘ	৩০	ং

সৃজনশীল

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(a) = a^3 - 4a^2 + 5a + 2b$

$$\therefore f(-1) = (-1)^3 - 4(-1)^2 + 5(-1) + 2b$$
$$= -1 - 4 - 5 + 2b$$
$$= 2b - 10$$

প্রশ্নমতে,

$f(-1) = 0$

বা, $2b - 10 = 0$

বা, $2b = 10$

বা, $b = \frac{10}{2}$

$\therefore b = 5$

$\therefore$ নির্ণেয় $b = 5$. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $U = \{x \in N : x$ বিজোড় সংখ্যা এবং $3 < x < 15\}$

$$= \{5, 7, 9, 11, 13\}$$
$$A = \{x \in N : 7 < x < 15\}$$
$$= \{9, 11, 13\} \quad [\because A \subset U]$$
$$B = \{5, 7, 11, 13\}$$

$C = \{x \in N : x, 3$ এর গুণিতক $x < 15\}$

15 থেকে ছোট 3 এর গুণিতকগুলো হলো, 3, 6, 9, 12, যেহেতু, $C \subset U$

$\therefore \quad C = \{9\}$

$\therefore \quad A' = U/A$

$$= \{5, 7, 9, 11, 13\} - \{9, 11, 13\}$$
$$= \{5, 7\}$$
$$B \backslash C = \{5, 7, 11, 13\} \backslash \{9\}$$
$$= \{5, 7, 11, 13\}$$

$\therefore \quad A' \cup (B \backslash C) = \{5, 7\} \cup \{5, 7, 11, 13\}$

$= \{5, 7, 11, 13\}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $B = \{5, 7, 11, 13\}$

$\therefore \quad P(B) = \{\{5\}, \{7\}, \{11\}, \{13\}, \{5, 7\}, \{5, 11\}, \{5, 13\}, \{7, 11\}, \{7, 13\}, \{11, 13\}, \{5, 7, 11\}, \{5, 7, 13\}, \{5, 11, 13\}, \{7, 11, 13\}, \{5, 7, 11, 13\}, \varnothing\}$

এখানে, B এর উপাদান সংখ্যা, $n = 4$

P(B) এর উপাদান সংখ্যা $16 = 2^4 = 2^n$

$\therefore$ B এর উপাদান সংখ্যা n হলে, P(B) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। **(প্রমাণিত)**

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক $y^2 + 2z - 1 - z^2 = y^2 - (z^2 - 2z + 1)$

$$= y^2 - (z - 1)^2$$
$$= (y + z - 1)(y - z + 1)$$

$\therefore$ নির্ণেয় উৎপাদকে বিশ্লেষণ : $(y + z - 1)(y - z + 1)$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $x^6 + 1 = 18\sqrt{3}x^3$

বা, $x^6 - 18\sqrt{3}x^3 + 1 = 0$

বা, $(x^3)^2 - 2.x^3.\ 9\sqrt{3} + (9\sqrt{3})^2 - (9\sqrt{3})^2 + 1 = 0$

বা, $(x^3 - 9\sqrt{3})^2 - 243 + 1 = 0$

বা, $(x^3 - 9\sqrt{3})^2 = 242$

বা, $x^3 - 9\sqrt{3} = \sqrt{242}$ [বর্গমূল করে]

বা, $x^3 - 9\sqrt{3} = 11\sqrt{2}$

বা, $x^3 = 9\sqrt{3} + 11\sqrt{2} = 3\sqrt{3} + 9\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

বা, $x^3 = (\sqrt{3})^3 + 3(\sqrt{3})^2 . \sqrt{2} + 3\sqrt{3}.(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^3$

বা, $x^3 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^3$

$\therefore x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$. **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $p^2 = 7 + 4\sqrt{3}$

বা, $p^2 = 4 + 2.2.\sqrt{3} + 3$

বা, $p^2 = (2)^2 + 2.2.\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$

বা, $p^2 = (2 + \sqrt{3})^2$

$\therefore p = 2 + \sqrt{3}$ [বর্গমূল করে]

$$\therefore \frac{1}{p} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$$
$$= \frac{2 - \sqrt{3}}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}$$
$$= \frac{2 - \sqrt{3}}{2^2 - (\sqrt{3})^2}$$
$$= \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3}$$
$$= 2 - \sqrt{3}$$
$$\therefore p - \frac{1}{p} = (2 + \sqrt{3}) - (2 - \sqrt{3})$$
$$= 2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3}$$
$$= 2\sqrt{3}$$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{p^6 - 1}{p^3}$

$$= \frac{p^6}{p^3} - \frac{1}{p^3}$$
$$= p^3 - \left(\frac{1}{p}\right)^3$$
$$= \left(p - \frac{1}{p}\right)^3 + 3.\ p.\ \frac{1}{p}\left(p - \frac{1}{p}\right)$$
$$= (2\sqrt{3})^3 + 3 \times 2\sqrt{3}$$
$$= 8 \times 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$$
$$= 24\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$$
$$= 30\sqrt{3}$$

$\therefore$ নির্ণেয় মান : $30\sqrt{3}$ **(Ans.)**

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ, $a = 8$

এবং সাধারণ অন্তর, $d = 11 - 8 = 3$

$\therefore$ ধারাটির m তম পদ $= a + (m - 1)d$

$= 8 + (m - 1)3$

$= 8 + 3m - 3$

$= 3m + 5$ **(Ans.)**

খ মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ, $a = 6$

সাধারণ অনুপাত $= r$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ ধারাটির দ্বিতীয় পদ, $b = ar^{2-1} = 6r$ ....(i)

তৃতীয় পদ, $c = ar^{3-1} = 6r^2$ ....(ii)

চতুর্থ পদ $= ar^{4-1} = 6r^3$ ....(iii)

এবং পঞ্চম পদ, $d = ar^{5-1} = 6r^4$ ....(iv)

প্রশ্নমতে, $6r^3 = 162$

বা, $r^3 = \frac{162}{6}$

বা, $r^3 = 27$

বা, $r^3 = (3)^3$

$\therefore r = 3$

$r = 3$ হলে (i), (ii) ও (iv) নং সমীকরণ হতে পাই,

$b = 6 \times 3 = 18$

$c = 6 \times 3^2 = 6 \times 9 = 54$

$d = 6 \times 3^4 = 6 \times 81 = 486$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $b = 18$ এবং $d = 486$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $\frac{6}{x} = p^{-1} + q^{-1}$

বা, $\frac{6}{x} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$

বা, $\frac{6}{x} = \frac{q + p}{pq}$

বা, $\frac{x}{6} = \frac{pq}{p + q}$

বা, $x = \frac{6pq}{p + q}$

বা, $\frac{x}{3p} = \frac{2q}{p + q}$ [3p দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{x + 3p}{x - 3p} = \frac{2q + p + q}{2q - p - q}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{x + 3p}{x - 3p} = \frac{p + 3q}{q - p}$ ... ... (i)

আবার, $x = \frac{6pq}{p + q}$

বা, $\frac{x}{3q} = \frac{2p}{p + q}$ [3q দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{x + 3q}{x - 3q} = \frac{2p + p + q}{2p - p - q}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{x + 3q}{x - 3q} = \frac{3p + q}{p - q}$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করি,

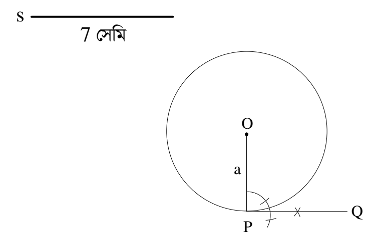
$\frac{x + 3p}{x - 3p} + \frac{x + 3q}{x - 3q} = \frac{p + 3q}{q - p} + \frac{3p + q}{p - q}$

$= \frac{p + 3q}{q - p} - \frac{3p + q}{q - p} = \frac{p + 3q - 3p - q}{q - p}$

$= \frac{2(q - p)}{(q - p)} = 2$ **(প্রমাণিত)**

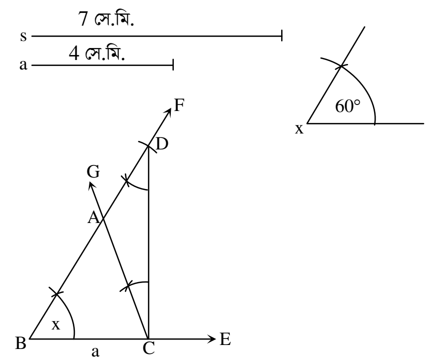
৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, PQ উদ্দিষ্ট স্পর্শক।

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি $a = 4$ সে.মি., ভূমিসংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 60°$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি $s = 7$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

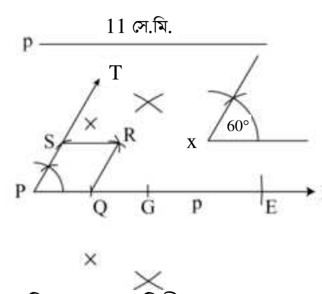
১. যেকোনো একটি রশ্মি BE থেকে ভূমি a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle CBF$ আঁকি।

২. BF রশ্মি থেকে s এর সমান করে BD অংশ কাটি।

৩. C, D যোগ করি। C বিন্দুতে CD রেখাংশের যে পাশে B বিন্দু আছে সেই পাশে $\angle BDC$ এর সমান $\angle DCG$ আঁকি।

৪. CG রশ্মি BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।
তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



মনে করি, একটি রম্বসের পরিসীমা $p = 4 + 7 = 11$ সেমি এবং একটি কোণ $\angle x = 60°$ দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

১. যেকোনো রশ্মি PF থেকে p-এর সমান PE কেটে নিই।

২. PE-কে G বিন্দুতে দ্বিখণ্ডিত করি যেন $PG = \frac{1}{2}p$। আবার PG-কে Q বিন্দুতে দ্বিখণ্ডিত করি যেন $PQ = \frac{1}{4}p$ হয়।

৩. PQ-এর P বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle QPT$ আঁকি।

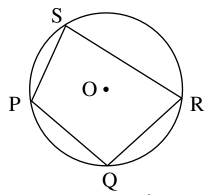
৪. PT রশ্মি থেকে $\frac{1}{4}$ p-এর সমান PS নিই। Q ও S-কে কেন্দ্র করে $\frac{1}{4}$ p-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle QPS$-এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। ধরি তারা পরস্পরকে R বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. Q, R ও S, R যোগ করি।

তাহলে, PQRS-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত।

আমরা জানি, বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি 180°।

$\therefore \angle PQR + \angle PSR = 180°$

বা, $\angle PQR + \frac{1}{2}\angle PQR = 180°$ [$\because \angle PQR = 2\angle PSR$]

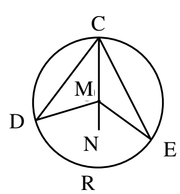
বা, $\left(1 + \frac{1}{2}\right)\angle PQR = 180°$

বা, $\frac{3}{2} \times \angle PQR = 180°$

বা, $\angle PQR = 180° \times \frac{2}{3}$

$\therefore \angle PQR = 120°$ **(Ans.)**

খ এখানে, M কেন্দ্রবিশিষ্ট CDRE একটি বৃত্ত এবং তার একই উপচাপ DRE এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle DCE$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle DME$। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle DCE = \frac{1}{2}\angle DME$.



অঙ্কন : মনে করি, CE রেখাংশ কেন্দ্রগামী নয়। এক্ষেত্রে C বিন্দু দিয়ে কেন্দ্রগামী রেখাংশ CN আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ΔCMD এর বহিঃস্থ কোণ $\angle DMN = \angle DCM + \angle CDM$

[$\because$ ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ এর অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

ধাপ-২ : ΔCMD এ $MC = MD$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

অতএব, $\angle DCM = \angle CDM$ [সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন কোণ দুইটি সমান]

ধাপ-৩ : ধাপ (১) ও (২) থেকে $\angle DMN = 2\angle DCM$

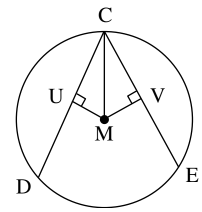
ধাপ-৪ : একইভাবে, ΔCME থেকে $\angle EMN = 2\angle ECM$

ধাপ-৫ : ধাপ (৩) ও (৪) থেকে $\angle DMN + \angle EMN = 2\angle DCM + 2\angle ECM$

বা, $\angle DME = 2\angle DCE$ [$\because \angle DMN + \angle EMN = \angle DME$]

$\therefore \angle DCE = \frac{1}{2}\angle DME$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : চিত্রে, M বৃত্তের কেন্দ্র এবং CD ও CE বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা।

প্রমাণ করতে হবে যে, CD ও CE জ্যাদ্বয় বৃত্তের কেন্দ্র M থেকে সমদূরবর্তী।

অঙ্কন : M থেকে CD এবং CE জ্যাদ্বয় এর উপর যথাক্রমে MU এবং MV লম্ব আঁকি। M, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : $MU \perp CD$ ও $MV \perp CE$

সুতরাং, $CU = DU$ এবং $CV = EV$. [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

$\therefore CU = \frac{1}{2}CD$ এবং $CV = \frac{1}{2}CE$

ধাপ-২ : কিন্তু $CD = CE$ [দেওয়া আছে]

$\therefore CU = CV$

ধাপ-৩ : এখন, ΔCMU ও ΔCMV সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে,

অতিভুজ MC = অতিভুজ MC

এবং $CU = CV$

$\therefore \Delta CMU \cong \Delta CMV$ [অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা]

$\therefore MU = MV$

ধাপ-৪ : কিন্তু MU এবং MV কেন্দ্র M থেকে যথাক্রমে CD জ্যা ও CE জ্যা-এর দূরত্ব।

$\therefore$ CD ও CE জ্যাদ্বয় বৃত্তটির কেন্দ্র M থেকে সমদূরবর্তী। **(প্রমাণিত)**

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক যেহেতু, $OM \perp AB$

$\therefore \quad \angle OMA = \angle OMB = 90°$

$\therefore \quad \angle BOM = 180° - 90° - 30° = 60°$

একইভাবে $\angle AOM = 60°$

AOC সরলকোণ,

$\angle AOM + \angle BOM + \angle BOC = 180°$

বা, $60° + 60° + \angle BOC = 180°$

$\therefore \quad \angle BOC = 180° - 60° - 60° = 60°$

$\therefore$ নির্ণেয় $\angle BOC = 60°$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, OB = 10 সে.মি.

$OM = (\frac{y}{2} - 2)$ সে.মি.

$\therefore BM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}y$ সে.মি. $= \frac{y}{2}$ সে.মি.

ΔOMB সমকোণী ত্রিভুজে,

$OB^2 = OM^2 + BM^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে]

বা, $(10)^2 = \left(\frac{y}{2} - 2\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2$

বা, $100 = \frac{y^2}{4} - 2.\frac{y}{2}.2 + 4 + \frac{y^2}{4}$

বা, $100 = 2 \times \frac{y^2}{4} - 2y + 4$

বা, $100 = \frac{y^2}{2} - 2y + 4$

বা, $100 = \frac{y^2 - 4y + 8}{2}$

বা, $y^2 - 4y + 8 = 200$

বা, $y^2 - 4y + 8 - 200 = 0$

বা, $y^2 - 4y - 192 = 0$

বা, $y^2 - 16y + 12y - 192 = 0$

বা, $y(y - 16) + 12(y - 16) = 0$

বা, $(y - 16)(y + 12) = 0$

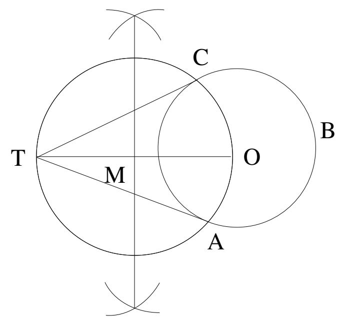
হয়, $y - 16 = 0$ | অথবা, $y + 12 = 0$

$\therefore$ $y = 16$ | $\therefore y = -12$ [এটি গ্রহণযোগ্য নয়]

$\therefore y = 16$ সে.মি.।

[বি.দ্র.: খ-এর সমাধানে $\angle B = 30°$ ধর্তব্য নহে।]

গ



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ একটি বিন্দু T থেকে C বিন্দুতে স্পর্শক অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কনের ধাপসমূহ :

ধাপ-১ : O, T যোগ করে OT রেখাকে M বিন্দুতে দ্বিখণ্ডিত করি।

ধাপ-২ : M কে কেন্দ্র করে OM ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি যা O কেন্দ্রিক বৃত্তের A এবং C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ-৩ : T, A এবং T, C যোগ করি। তাহলে TC-ই নির্ণেয় স্পর্শক।

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\text{cosec}\theta = 2$

বা, $\text{cosec}^2\theta = 2^2$ [বর্গ করে]

বা, $\text{cosec}^2\theta = 4$

বা, $1 + \cot^2\theta = 4$

বা, $\cot^2\theta = 4 - 1$

বা, $\cot^2\theta = 3$

বা, $\frac{1}{\cot^2\theta} = \frac{1}{3}$

বা, $\tan^2\theta = \frac{1}{3}$

$\therefore \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

খ দেওয়া আছে, $\cot B = \sqrt{3}$

বামপক্ষ $= \frac{\text{cosec}^2B + \sec^2B}{\text{cosec}^2B - \sec^2B}$

$= \frac{1 + \cot^2B + (1 + \tan^2B)}{1 + \cot^2B - (1 + \tan^2B)}$

$= \frac{1 + \cot^2B + 1 + \tan^2B}{1 + \cot^2B - 1 - \tan^2B}$

$= \frac{2 + \cot^2B + \tan^2B}{\cot^2B - \tan^2B}$

$= \frac{2 + \cot^2B + \frac{1}{\cot^2B}}{\cot^2B - \frac{1}{\cot^2B}}$

$= \frac{2 + (\sqrt{3})^2 + \frac{1}{(\sqrt{3})^2}}{(\sqrt{3})^2 - \frac{1}{(\sqrt{3})^2}} = \frac{2 + 3 + \frac{1}{3}}{3 - \frac{1}{3}}$

$= \frac{5 + \frac{1}{3}}{3 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{15+1}{3}}{\frac{9-1}{3}} = \frac{\frac{16}{3}}{\frac{8}{3}} = \frac{16}{3} \times \frac{3}{8}$

$= 2$ = ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\text{cosec}^2B + \sec^2B}{\text{cosec}^2B - \sec^2B} = 2$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $\angle C = 60°$

এখানে, $4\sin^2\theta - (2 + 2\sqrt{3})\sin\theta + \sqrt{3} = 0$

বা, $4\sin^2\theta - 2\sin\theta - 2\sqrt{3}\sin\theta + \sqrt{3} = 0$

বা, $2\sin\theta(2\sin\theta - 1) - \sqrt{3}(2\sin\theta - 1) = 0$

বা, $(2\sin\theta - 1)(2\sin\theta - \sqrt{3}) = 0$

হয়, $2\sin\theta - 1 = 0$	অথবা, $2\sin\theta - \sqrt{3} = 0$
বা, $2\sin\theta = 1$	বা, $2\sin\theta = \sqrt{3}$
বা, $\sin\theta = \frac{1}{2}$	বা, $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$
বা, $\sin\theta = \sin 30°$	বা, $\sin\theta = \sin 60°$
[$\because \sin 30° = \frac{1}{2}$]	[$\because \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$]
বা, $\theta = 30°$	বা, $\theta = 60°$
বা, $\theta = \frac{1}{2} \times 60° = \frac{1}{2}\angle C$	$\therefore \theta = \angle C$

$\therefore \theta = \frac{1}{2}\angle C$ এবং $\theta = \angle C$. **(দেখানো হলো)**

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sin(90° - \theta) = \frac{3}{5}$

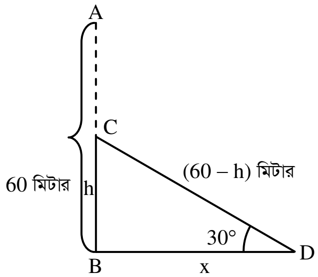
বা, $\cos\theta = \frac{3}{5}$

বা, $\cos^2\theta = \frac{9}{25}$

বা, $1 - \sin^2\theta = \frac{9}{25}$ বা, $\sin^2\theta = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$

$\therefore \sin\theta = \frac{4}{5}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, গাছটির উচ্চতা, AB = 60 মিটার।



গাছটি BC = h মিটার উচ্চতায় ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণভাবে বিচ্ছিন্ন না হয়ে BD ভূমির সাথে $\angle BDC = 30°$ কোণ উৎপন্ন করে।

যেখানে, BD = x মিটার।

ΔBCD এ, $\sin\angle BDC = \dfrac{BC}{CD}$

বা, $\sin 30° = \dfrac{h}{60 - h}$ বা, $\dfrac{1}{2} = \dfrac{h}{60 - h}$

বা, $60 - h = 2h$ বা, $3h = 60$ $\therefore h = 20$

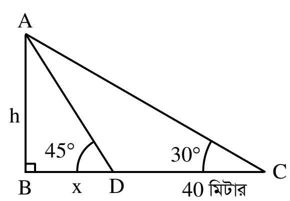
আবার, ΔBCD এ, $\tan \angle BDC = \dfrac{BC}{BD}$

বা, $\tan 30° = \dfrac{20}{x}$ বা, $\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{20}{x}$

$\therefore x = 20\sqrt{3}$

$\therefore$ ভাঙা অংশ গোড়া থেকে প্রায় $20\sqrt{3}$ মিটার দূরে ভূমি স্পর্শ করবে।

গ ধরি, মিনারটির উচ্চতা,
AB = h মিটার।



ΔABD এ, $\tan\angle ADB = \dfrac{AB}{BD}$

বা, $\tan 45° = \dfrac{h}{x}$

বা, $1 = \dfrac{h}{x}$

$\therefore h = x$

আবার, ΔABC এ, $\tan \angle ACB = \dfrac{AB}{BC}$

বা, $\tan 30° = \dfrac{h}{40 + x}$ বা, $\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{h}{40 + h}$ $[\because h = x]$

বা, $40 + h = \sqrt{3}h$ বা, $40 = (\sqrt{3} - 1)h$

$\therefore h = \dfrac{40}{\sqrt{3} - 1} \approx 54.64$

$\therefore$ মিনারটির উচ্চতা 54.64 মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, আয়তক্ষেত্রের ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য অর্থাৎ প্রস্থ x সেমি

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য $= x \times 1\frac{1}{2} = \dfrac{3x}{2}$ সেমি

প্রশ্নমতে, $2\left(\dfrac{3x}{2} + x\right) = 180$

বা, $3x + 2x = 180$

বা, $5x = 180$

বা, $x = \dfrac{180}{5}$ $\therefore x = 36$

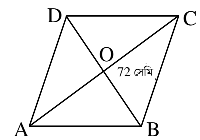
$\therefore$ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য 36 সেমি। **(Ans.)**

খ মনে করি, ABCD একটি রম্বস এবং AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

অর্থাৎ, রম্বসের একটি কর্ণ, AC = 72 সেমি

এবং রম্বসের পরিসীমা = 180 সেমি

$\therefore$ এক বাহুর দৈর্ঘ্য $= \dfrac{180}{4} = 45$ সেমি



যেহেতু রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

সুতরাং, $OA = \dfrac{72}{2} = 36$ সেমি

এখন AOD সমকোণী ত্রিভুজে,

OA = 36 সেমি, AD = 45 সেমি

এখন, $AD^2 = Op^8 + OD^2$ [AD অতিভুজ]

বা, $OD^2 = AD^2 - Op^8$

বা, $OD^2 = 45^2 - 36^2$

$= 2025 - 1296$

$= 729$

$\therefore OD = 27$

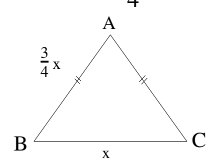
$\therefore$ কর্ণ, $BD = 2 \times OD$

$= 2 \times 27 = 54$ সেমি

$\therefore$ রম্বসের অপর কর্ণ 54 সেমি **(Ans.)**

গ মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং এর ভূমি x সেমি।

$\therefore$ অপর দুই বাহু $AB = AC = \dfrac{3x}{4}$ সেমি।



প্রশ্নমতে, $x + \dfrac{3x}{4} + \dfrac{3x}{4} = \dfrac{180}{2}$

বা, $x + \dfrac{3x}{4} + \dfrac{3x}{4} = 90$

বা, $4x + 3x + 3x = 360$ [4 দ্বারা গুণ করে]

বা, $10x = 360$

বা, $x = \dfrac{360}{10}$

$\therefore x = 36$

অতএব, BC = 36 সেমি

$\therefore AB = AC = \dfrac{3 \times 36}{4} = 27$ সেমি

ধরি, a = 27 সেমি, b = 36 সেমি

Δ-ক্ষেত্র ABC-এর ক্ষেত্রফল $= \dfrac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$

$= \dfrac{36}{4}\sqrt{4 \times (27)^2 - (36)^2}$

$= 9\sqrt{2916 - 1296}$

$= 9 \times 18\sqrt{5}$

$= 162\sqrt{5}$ বর্গমিটার

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $162\sqrt{5}$ বর্গমিটার। **(Ans.)**

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 25 আছে (41 – 50) শ্রেণিতে। অতএব, প্রচুরক শ্রেণি (41 – 50)।

মধ্যক শ্রেণি নির্ণয় সারণি :

শ্রেণি	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80
গণসংখ্যা	4	16	20	25	21	15	8
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	4	20	40	65	86	101	109

এখানে, n = 109 এবং $\frac{n+1}{2} = \frac{109+1}{2} = \frac{110}{2} = 55$

অতএব, মধ্যক হলো 55 তম পদের মান। 55 তম পদের অবস্থান হবে (41 – 50) শ্রেণিতে

অতএব, মধ্যক শ্রেণি (41 – 50)

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি, $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
11 – 20	15.5	4	– 3	–12
21 – 30	25.5	16	– 2	– 32
31 – 40	35.5	20	– 1	– 20
41 – 50	45.5 ← a	25	0	0
51 – 60	55.5	21	1	21
61 – 70	65.5	15	2	30
71 – 80	75.5	8	3	24
মোট		n = 109		$\sum f_iu_i = 11$

$\therefore$ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_iu_i}{n} \times h$

$= 45.5 + \frac{11}{109} \times 10$

$= 45.5 + 1.009$

$= 46.509$

এখানে,
a = 45.5
n = 109
$\sum f_iu_i = 11$
h = 10

$\therefore$ নির্ণেয় গড় 46.509.

গ 'ক' হতে প্রাপ্ত, প্রচুরক শ্রেণি হলো (41 – 50)

$\therefore$ প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

$= 41 + \frac{5}{5+4} \times 10$

$= 41 + \frac{50}{9}$

$= 41 + \frac{50}{9}$

$= 41 + 5.56$

$= 46.56$

এখানে, L = 41
$f_1 = 25 - 20 = 5$
$f_2 = 25 - 21 = 4$
h = 10

$\therefore$ নির্ণেয় প্রচুরক 46.56

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31 – 40	4	4
41 – 50	6	10
51 – 60	8	18
61 – 70	12	30
71 – 80	9	39
81 – 90	7	46
91 – 100	4	50
মোট	n = 50	

খ 'ক' এর সারণি ব্যবহার করে,

এখানে, $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$

$\therefore$ 25 তম পদের মান হবে মধ্যক। 25 তম পদের মান (61 – 70) শ্রেণিতে অবস্থিত।

$\therefore$ মধ্যক শ্রেণি (61 – 70)।

মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_C\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 61 + (25 - 18) \times \frac{10}{12}$

$= 61 + 7 \times \frac{10}{12}$

$= 61 + 5.83$

$= 66.83$

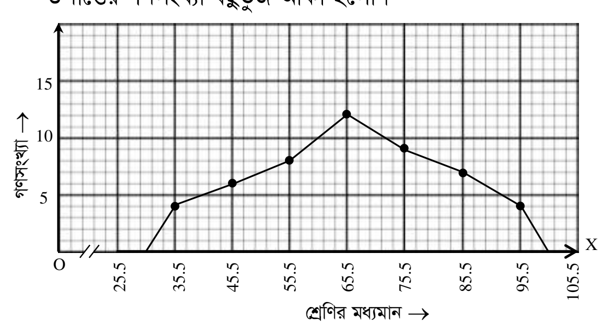
এখানে, L = 61
$F_c = 18$
$f_m = 12$
h = 10

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যক 66.83.

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান	গণসংখ্যা
31 – 40	35.5	4
41 – 50	45.5	6
51 – 60	55.5	8
61 – 70	65.5	12
71 – 80	75.5	9
81 – 90	85.5	7
91 – 100	95.5	4

ছক কাগজের X অক্ষ বরাবর 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যমানের 2 একক এবং Y অক্ষ বরাবর 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা হলো।



মডেল টেস্ট- ০৩

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	খ	২	ঘ	৩	ক	৪	ঘ	৫	গ	৬	ক	৭	ক	৮	গ	৯	ই	১০	গ	১১	ঘ	১২	ক	১৩	ঘ	১৪	ই	১৫	ই
	১৬	ক	১৭	ঘ	১৮	ঘ	১৯	গ	২০	ক	২১	ঘ	২২	ক	২৩	গ	২৪	ক	২৫	ই	২৬	গ	২৭	ক	২৮	ক	২৯	গ	৩০	ঘ

সৃজনশীল

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= 4P^2 - 1 + 2R - R^2$
$= 4P^2 - (R^2 - 2R + 1)$
$= (2P)^2 - (R - 1)^2$
$= (2P + R - 1)(2P - R + 1)$ **(Ans.)**

খ উদ্দীপকের (i)নং হতে পাই,
$x^4 - 38x^2 + 1 = 0$
বা, $x^4 + 1 = 38x^2$
বা, $\frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{38x^2}{x^2}$
বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 38$
আবার, $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 4.x^2.\frac{1}{x^2}$
$= (38)^2 - 4$
$= 1444 - 4$
$= 1440$
$= 144 \times 10$
$\therefore x^2 - \frac{1}{x^2} = \sqrt{144 \times 10}$ $[\because x > 0]$
$= 12\sqrt{10}$
এখন, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) = 38 \times 12\sqrt{10}$
বা, $(x^2)^2 - \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 456\sqrt{10}$
বা, $x^4 - \frac{1}{x^4} = 456\sqrt{10}$
$\therefore \frac{x^8 - 1}{x^4} = 456\sqrt{10}$
$\therefore$ নির্ণেয় মান $= 456\sqrt{10}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,
$a^2 = 17 + 12\sqrt{2}$
বা, $a^2 = 9 + 2.3.2\sqrt{2} + 8$
বা, $a^2 = (3)^2 + 2.3.2\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2$
বা, $a^2 = (3 + 2\sqrt{2})^2$
$\therefore a = 3 + 2\sqrt{2}$ $[\because a > 0]$
$\therefore \frac{1}{a} = \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}}$
$= \frac{3 - 2\sqrt{2}}{(3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})}$
$= \frac{3 - 2\sqrt{2}}{(3)^2 - (2\sqrt{2})^2}$
$= \frac{3 - 2\sqrt{2}}{9 - 8}$
$= 3 - 2\sqrt{2}$

$\therefore a + \frac{1}{a} = 3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} = 6$
এখন, $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a} = (6)^2 - 2 = 36 - 2$
$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 34$ ... ... (i)
আবার, $a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3.a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right)$
$= (6)^3 - 3 \times 6 = 216 - 18$
$\therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = 198$ ... ... (ii)
(i) ও (ii) নং গুণ করে পাই,
$\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)\left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) = 34 \times 198$
বা, $a^5 + \frac{1}{a} + a + \frac{1}{a^5} = 6732$
বা, $a^5 + \frac{1}{a^5} + \left(a + \frac{1}{a}\right) = 6732$
বা, $a^5 + \frac{1}{a^5} + 6 = 6732$
$\therefore a^5 + \frac{1}{a^5} = 6726$ **(প্রমাণিত)**

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,
$4^{2p-1} = 512$
বা, $(2^2)^{2p-1} = 512$
বা, $2^{4p-2} = 2^9$
বা, $4p - 2 = 9$
বা, $4p = 9 + 2$
$\therefore p = \frac{11}{4}$
$\therefore$ নির্ণেয় $p = \frac{11}{4}$

খ দেওয়া আছে,
$Q = 1$
বা, $\log_{10}x + \log_{10}(x - 3) = 1$
বা, $\log_{10}[x(x - 3)] = \log_{10}10$ $[\because \log_a a = 1]$
বা, $x^2 - 3x = 10$
বা, $x^2 - 3x - 10 = 0$
বা, $x^2 - 5x + 2x - 10 = 0$
বা, $x(x - 5) + 2(x - 5) = 0$
বা, $(x + 2)(x - 5) = 0$
হয়, $x + 2 = 0$
$\therefore x = -2$
এটি গ্রহণযোগ্য নয় $(x > 0)$

অথবা,
$x - 5 = 0$
$\therefore x = 5$

$\therefore$ নির্ণেয় মান : $x = 5$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

$$N = \frac{7^{m+1}}{(7^m)^{m-1}} \div \frac{(49)^{m+1}}{(7^{m-1})^{m+1}} \times \sqrt[3]{7^9}$$
$$= \frac{7^{m+1}}{7^{m^2-m}} \div \frac{(7^2)^{m+1}}{7^{(m+1)(m-1)}} \times (7^9)^{\frac{1}{3}}$$
$$= \frac{7^{m+1}}{7^{m^2-m}} \div \frac{7^{2m+2}}{7^{m^2-1}} \times 7^3$$
$$= (7^{m+1-m^2+m}) \div (7^{2m+2-m^2+1}) \times 7^3$$
$$= 7^{2m+1-m^2-2m+m^2-3+3}$$
$$= 7^1 = 7$$

$\therefore N = 7$ **(প্রমাণিত)**

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ জোট $4x - 5y = -7$ এবং $5x - y = 7$

এখানে, x ও y এর ধ্রুবক পদের অনুপাত $\frac{4}{5} \neq \frac{-5}{-1}$

$\therefore$ সমীকরণদ্বয় পরস্পর অনির্ভরশীল **(দেখানো হলো)**

খ ধরি, সংখ্যাটির দশক স্থানীয় অঙ্ক = x

একক স্থানীয় অঙ্ক = y এবং $x > y$

$\therefore$ সংখ্যাটি = $10x + y$ এবং স্থান বিনিময়কৃত সংখ্যাটি = $10y + x$

শর্তমতে, $x - y = 6$ ....(i)

এবং $10x + y + 10y + x = 132$

$\therefore x + y = 12$ .... (ii)

(i) + (ii) করে পাই, $2x = 18 \therefore x = 9$

(ii) – (i) করে পাই, $2y = 6 \therefore y = 3$

$\therefore$ সংখ্যাটি = $10x + y = 10 \times 9 + 3 = 93$

আবার, $y > x$ হলে, সংখ্যাটি 39

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যাটি 93 বা 39 **(Ans.)**

গ প্রদত্ত সমীকরণ, $4x - 5y = -7$ .... (i)

এবং $5x - y = 7$ .... (ii)

সমীকরণ (i) হতে পাই, $5y = 4x + 7$

$\therefore y = \frac{4x + 7}{5}$

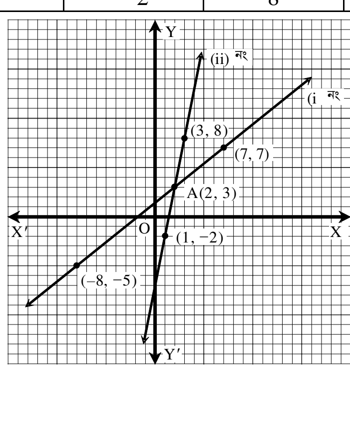
x এর বিভিন্ন মানের জন্য y-এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	7	2	– 8
y	7	3	– 5

আবার, সমীকরণ (ii) হতে পাই, $y = 5x - 7$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y-এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	1	3	2
y	– 2	8	3



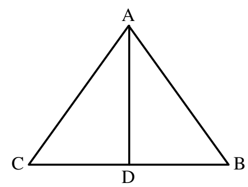
মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম 1 বর্গঘরের দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। (7, 7), (– 8, –5) ও (2, 3) বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করলে সমীকরণ (i) দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র পাই।

আবার, (1, – 2), (2, 3) ও (3, 8) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করলে সমীকরণ (ii) দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র পাই। এই সরলরেখাটি পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 2 এবং কোটি 3।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, (x, y) = (2, 3) **(Ans.)**

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ABC সমবাহু ত্রিভুজে AD মধ্যমা।

প্রমাণ করতে হবে যে, AD, $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক।

প্রমাণ : ΔACD এবং ΔABD এ,

CD = BD [∵ AD মধ্যমা]

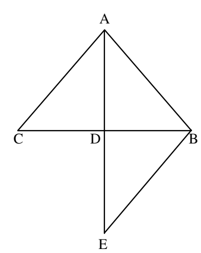
AD = AD [সাধারণ বাহু]

এবং $\angle ACD = \angle ABD$ [∵ ABC সমবাহু ত্রিভুজ তাই এর প্রতিটি কোণ সমান]

$\therefore \angle CAD = \angle BAD$

$\therefore$ AD, $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক। **(প্রমাণিত)**

খ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ।

BC এর মধ্যবিন্দু D. দেখাতে হবে যে, AB + AC > 2AD.

অঙ্কন : A, D যোগ করি এবং AD কে E পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন, AD = DE হয়। B, E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔADC এবং ΔBDE এ

AD = DE [অঙ্কনানুসারে]

CD = BD [∵ D, BC এর মধ্যবিন্দু]

$\angle ADC = \angle BDE$ [∵ বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore$ $\Delta ADC \cong \Delta BDE$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

অতএব, AC = BE

ধাপ-২. এখন, ΔABE-এ

$AB + BE > AE.$

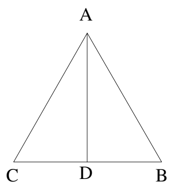
[ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর সমষ্টি তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $AB + AC > AD + DE$ [$\because BE = AC$ এবং $AE = AD + DE$]

বা, $AB + AC > AD + AD$ [$\because DE = AD$]

$\therefore$ $AB + AC > 2AD.$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : ΔABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ অর্থাৎ, $AB = BC = CA$ এবং AD মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $4AD^2 = 3AB^2$।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔABC সমবাহু এবং AD মধ্যমা।

তাই AD মধ্যমা, ভূমি BC এর উপর লম্ব।

অর্থাৎ, $AD \perp BC$ এবং $CD = BD$

বা, $BC = 2CD = AB$

$\therefore CD = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} AB$

ধাপ-২. আবার, সমকোণী ΔABD-এ $\angle ADC = 90°$ এবং অতিভুজ $= AB.$

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2$

বা, $AD^2 = AB^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2$ [$\because BD = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} AB$]

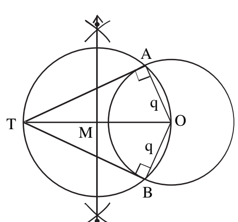
বা, $AD^2 = AB^2 - \frac{AB^2}{4}$

বা, $4AD^2 = 4AB^2 - AB^2$

$\therefore 4AD^2 = 3AB^2$ **(প্রমাণিত)**

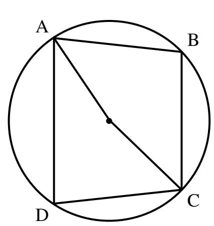
৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের T একটি বহিঃস্থ বিন্দু। T বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তে AT ও BT দুটি স্পর্শক।

খ



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত, $\angle ABC$ এবং $\angle ADC$ চতুর্ভুজটির দুটি বিপরীত কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC + \angle ADC =$ দুই সমকোণ।

অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : একই চাপ ABC এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ADC.$

[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

$\therefore \angle AOC = 2\angle ADC$

আবার, একই চাপ ADC এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ $\angle AOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ABC.$ [একই কারণে]

$\therefore$ প্রবৃদ্ধ $\angle AOC = 2\angle ABC$

ধাপ-২ : $\angle AOC +$ প্রবৃদ্ধ $\angle AOC = 2(\angle ABC + \angle ADC)$

[ধাপ (১) ও (২) থেকে]

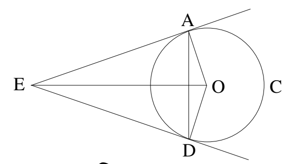
কিন্তু, $\angle AOC +$ প্রবৃদ্ধ $\angle AOC =$ চার সমকোণ

বা, $2\angle ADC + 2\angle ABC =$ চার সমকোণ

বা, $2(\angle ABC + \angle ADC) =$ চার সমকোণ

$\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180°$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ADC বৃত্তের কেন্দ্র O এবং E বহিঃস্থ বিন্দু। E হতে অঙ্কিত EA ও ED স্পর্শক বৃত্তকে A ও D বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, OE, AD এর লম্বদ্বিখণ্ডক।

অঙ্কন : O, A এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. $\angle EAO =$ এক সমকোণ। [যেহেতু OA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ]

এবং $\sqcup EDO =$ এক সমকোণ [যেহেতু OD স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ]

ধাপ-২. সমকোণী ΔEAO ও সমকোণী ΔEDO এর মধ্যে

$EA = ED$

$OA = OD$ [$\because$ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore$ $\Delta EAO \cong \Delta EDO$

সুতরাং $\angle EOA = \angle EOD$

ধাপ-৩. আবার, ΔAOE এবং ΔDOE এর মধ্যে

$OA = OD$

$OE = OE$ [সাধারণ বাহু]

$\angle AOE = \angle DOE$

$\therefore$ $\Delta AOE \cong \Delta DOE$

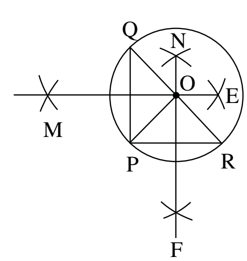
$\therefore$ $AE = DE, \angle AEO = \angle DEO =$ এক সমকোণ

$\therefore$ $OE \perp AD$, অর্থাৎ, $OE \perp AD$

অর্থাৎ OE, AD এর লম্বদ্বিখণ্ডক। **(প্রমাণিত)**

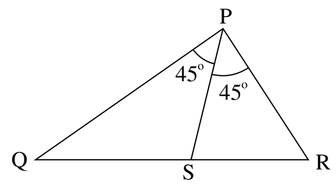
৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে PQR উদ্দিষ্ট পরিবৃত্ত।

খ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, সমকোণী ΔPQR এর $\angle P = 90°$, $PQ > PR$ এবং $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক PS রেখাংশ QR রেখাকে S বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle PSQ$ স্থূলকোণ।

প্রমাণ : সমকোণী ΔPQR এর $PQ > PR$

$\therefore \angle PRQ > \angle PQR$

অর্থাৎ $\angle PRQ > 45°$ এবং $\angle PQR < 45°$

আবার, PS, $\angle QPR = 90°$ এর সমদ্বিখণ্ডক

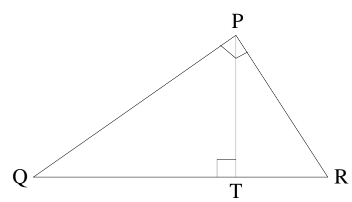
$\angle QPS = \angle RPS = 45°$

এখন, ΔPSR এর বহিঃস্থ $\angle PSQ = \angle RPS + \angle PRS = 45° + \angle PRQ$ যেহেতু $\angle PRQ > 45°$, তাই $(45° + \angle PRQ)$ এর মান $45° + 45° = 90°$ অপেক্ষা বেশি হবে।

$\therefore \angle PSQ > 90°$

$\therefore \angle PSQ$ স্থূলকোণ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔQPR এর $\angle P =$ এক সমকোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $QR^2 = PQ^2 + PR^2$

অঙ্কন : $PT \perp QR$ আঁকি, যা QR কে T বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : $\angle PQT + \angle QPT = 1$ সমকোণ

আবার, $\angle PQR + \angle PRQ = 1$ সমকোণ

বা, $\angle PQT + \angle PRQ = 1$ সমকোণ

$\therefore \angle QPT = \angle PRQ$

তদ্রুপ $\angle TPR = \angle PQR$

ধাপ-২ : PQT ও PQR সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে, $\angle QPT = \angle PRQ$

$\angle QTP = \angle QPR = 1$ সমকোণ

$\therefore \Delta PQT$ ও ΔPQR সদৃশকোণী

অনরূপভাবে, ΔPRT ও ΔPQR সদৃশকোণী

ধাপ-৩ : ΔPQT ও ΔPQR সদৃশকোণী বলে

$\frac{PQ}{QR} = \frac{QT}{PQ} \therefore QR \,.\, QT = PQ^2$ ....(i)

আবার, ΔPRT ও ΔPQR সদৃশকোণী বলে,

$\frac{PR}{QR} = \frac{RT}{PR} \therefore QR \,.\, RT = PR^2$ ....(ii)

ধাপ-৪ : (i) ও (ii) নং যোগ করে,

$QR.QT + QR.RT = PQ^2 + PR^2$

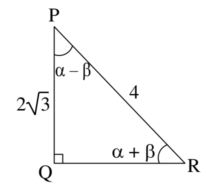
বা, $QR(QT + RT) = PQ^2 + PR^2$

বা, $QR \,.\, QR = PQ^2 + PR^2$

$\therefore QR^2 = PQ^2 + PR^2$ **(প্রমাণিত)**

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক PQR সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,



$PR^2 = PQ^2 + QR^2$

$\therefore QR = \sqrt{PR^2 - PQ^2}$

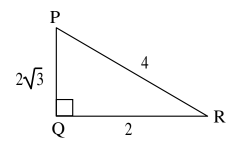
$= \sqrt{(4)^2 - (2\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{16 - 12}$

$= \sqrt{4} = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় $QR = 2$. **(Ans.)**

খ প্রদত্ত রাশি $= \frac{\tan^2P + \cot^2R}{\sin^2Q + \cos^2R}$



$= \frac{\left(\frac{QR}{PQ}\right)^2 + \left(\frac{QR}{PQ}\right)^2}{\sin^2Q + \left(\frac{QR}{PR}\right)^2}$

$= \frac{\left(\frac{2}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{2}{2\sqrt{3}}\right)^2}{(1)^2 + \left(\frac{2}{4}\right)^2}$ $[\because \sin^2Q = \sin^290° = 1]$

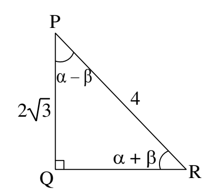
$= \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{4}}$

$= \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{4}} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$

$= \frac{8}{15}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $\frac{8}{15}$. **(Ans.)**

গ চিত্র হতে,



$\sin R = \frac{PQ}{PR}$

বা, $\sin(\alpha + \beta) = \frac{2\sqrt{3}}{4}$

বা, $\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin(\alpha + \beta) = \sin 60°$

$\therefore \alpha + \beta = 60°$ .... (i)

আবার, $\cos P = \frac{PQ}{PR}$

বা, $\cos(\alpha - \beta) = \frac{2\sqrt{3}}{4}$

বা, $\cos(\alpha - \beta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\cos(\alpha - \beta) = \cos 30°$

$\therefore \alpha - \beta = 30°$ .... (ii)

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$\alpha + \beta = 60°$

$\underline{\alpha - \beta = 30°}$

$\therefore \quad 2\alpha \quad = 90°$

বা, $\alpha = \frac{90°}{2}$

$\therefore \alpha = 45°$.

(i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$\alpha + \beta = 60°$

$\alpha - \beta = 30°$

$\underline{(-)\ (+)\ (-)}$

$\therefore \quad 2\beta = 30°$

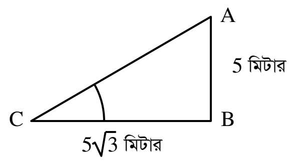
বা, $\beta = \frac{30°}{2}$

$\therefore \beta = 15°$

$\therefore$ নির্ণেয় $\alpha = 45°$ এবং $\beta = 15°$. **(দেখানো হলো)**

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, AB = 5 মিটার দৈর্ঘ্যের একটি খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $BC = 5\sqrt{3}$ মিটার। ধরি, সূর্যের উন্নতি কোণ $\angle ACB = \theta$.



এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

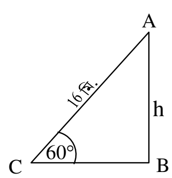
বা, $\tan\theta = \frac{5}{5\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta = \tan 30°$

$\therefore \theta = 30°$ **(Ans.)**

খ মনে করি, AC = 16 মিটার দৈর্ঘ্যের একটি মই, যা AB = h মিটার দেওয়ালের ছাদ বরাবর A বিন্দুতে ঠেস দিয়ে রাখা হয়েছে। ফলে মইটি ভূমি BC-এর সাথে $\angle ACB = 60°$ উৎপন্ন করে।



ΔABC থেকে পাই,

$\sin\angle ACB = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin 60° = \frac{h}{16}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{16}$

বা, $2h = 16\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{16\sqrt{3}}{2}$

বা, $h = 8\sqrt{3}$ মিটার

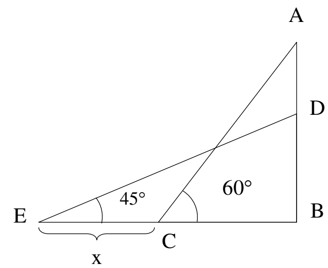
$\therefore$ দেওয়ালের উচ্চতা $8\sqrt{3}$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, $AB = 8\sqrt{3}$ মিটার

ধরি, মইটিকে পূর্বের অবস্থান থেকে x মিটার ভূমি বরাবর সরানো হয়।

এখন, AC = DE = 16 মিটার

এবং BE = BC + x



এখানে, $BC^2 + AB^2 = AC^2$

বা, $BC^2 = AC^2 - AB^2$

বা, $BC^2 = (16)^2 - (8\sqrt{3})^2$

বা, $BC^2 = 256 - 192$

বা, $BC^2 = 64$

বা, $BC = 8$

$\therefore BE = 8 + x$

তাহলে, $\cos 45° = \frac{BE}{DE} = \frac{8 + x}{16}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{8 + x}{16}$

বা, $8\sqrt{2} + \sqrt{2}x = 16$

বা, $\sqrt{2}x = 16 - 8\sqrt{2}$

বা, $x = \frac{16 - 8\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$\therefore x = 3.31$ মিটার (প্রায়)

অর্থাৎ, মইটিকে পূর্বের অবস্থান থেকে ভূমি বরাবর আরও 3.13 মিটার সরাতে হবে। **(Ans.)**

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ঘনকের ধারের দৈর্ঘ্য a সে.মি.

$\therefore$ ঘনকের একটি পৃষ্ঠতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + a^2}$

$= \sqrt{2a^2}$

$= \sqrt{2}a$

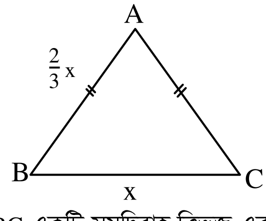
প্রশ্নমতে, $\sqrt{2}a = 2\sqrt{2}$

বা, $a = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$\therefore a = 2$ সে.মি.

$\therefore$ ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 6a^2 = 6 \,.\, 2^2 = 24$ ঘন সে.মি.।

খ



মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং এর ভূমি x মিটার।

$\therefore$ অপর দুই বাহু $AB = AC = \frac{2x}{3}$ সেমি।

প্রশ্নমতে,

$x + \frac{2x}{3} + \frac{2x}{3} = 6$

বা, $3x + 2x + 2x = 18$ [3 দ্বারা গুণ করে]

বা, $7x = 18$

$\therefore x = \frac{18}{7}$

অতএব, $BC = \frac{18}{7}$ সেমি

যেহেতু $BC = \frac{18}{7}$ সেমি

$\therefore AB = AC = \frac{2 \times \frac{18}{7}}{3} = \frac{12}{7}$ সেমি

$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$ বর্গ একক

$= \frac{\frac{18}{7}}{4}\sqrt{4 \times \left(\frac{12}{7}\right)^2 - \left(\frac{18}{7}\right)^2}$ বর্গসেমি

$= \frac{18}{7 \times 4}\sqrt{\frac{4 \times 144}{49} - \frac{324}{49}}$

$= \frac{9}{14}\sqrt{\frac{576 - 324}{49}}$

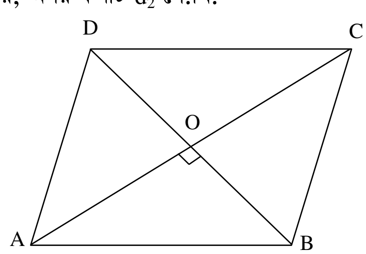
$= \frac{9}{14} \times \sqrt{\frac{252}{49}}$

$= \frac{9}{14} \times \frac{6\sqrt{7}}{7}$

$= \frac{27\sqrt{7}}{49}$ বর্গসেমি

$= 1.458$ বর্গসেমি **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, রম্বসের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য, $d_1 = 6$ সেমি.
মনে করি, অপর কর্ণটি d_2 সে.মি.



আমরা জানি, রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল

বা, $24 = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

বা, $48 = 6 \times d_2$

বা, $6d_2 = 48$

$\therefore d_2 = 8$ সেমি.

$\therefore$ রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য, $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16}$

$= \sqrt{25}$

$= 5$ সেমি.

$\therefore$ রম্বসের পরিসীমা $= 4 \times AB$ একক

$= 4 \times 5$ সেমি.

$= 20$ সেমি. **(Ans.)**

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 20 আছে (51 – 60) শ্রেণিতে

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণি (51 – 60)

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{51 + 60}{2}$

$= \frac{111}{2}$

$= 55.5$ **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
11 – 20	6	6
21 – 30	16	22
31 – 40	12	34
41 – 50	13	47
51 – 60	20	67
61 – 70	5	72
71 – 80	4	76
81 – 90	3	79
91 – 100	1	80
	n = 80	

এখানে, $n = 80; \frac{n}{2} = \frac{80}{2} = 40$

অর্থাৎ, মধ্যক 40 তম পদ যা (41 – 50) শ্রেণিতে অবস্থিত।

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 41 + \left(\frac{80}{2} - 34\right) \times \frac{10}{13}$

$= 41 + (40 - 34) \times \frac{10}{13}$

এখানে,
$L = 41$
$n = 80$
$F_c = 34$
$h = 10$
$f_m = 13$

$= 41 + \frac{10 \times 6}{13}$

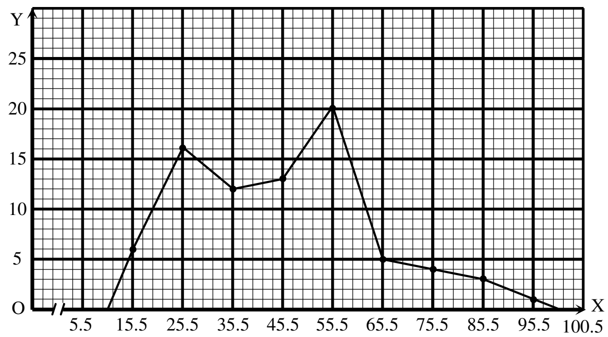
$= 41 + 4.615$

$= 45.615$ **(Ans.)**

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
11 – 20	15.5	6
21 – 30	25.5	16
31 – 40	35.5	12
41 – 50	45.5	13
51 – 60	55.5	20
61 – 70	65.5	5
71 – 80	75.5	4
81 – 90	85.5	3
91 – 100	95.5	1
		n = 80

এখন, ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 1 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শিক্ষার্থী সংখ্যার 2 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 5.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হলো।



১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্র

প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

এখানে, L = যে শ্রেণিতে প্রচুরক অবস্থিত তার নিম্নসীমা

f_1 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা – পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা

f_2 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা – পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা

h = শ্রেণি ব্যাপ্তি

খ প্রদত্ত উপাত্তসমূহের সর্বোচ্চ নম্বর = 99

এবং সর্বনিম্ন নম্বর = 50

∴ পরিসর = (99 – 50) + 1 = 50

∴ শ্রেণি ব্যবধান 10 ধরে শ্রেণি সংখ্যা $= \frac{50}{10} = 5$টি

গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা f_i	মধ্যবিন্দু x_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
50 – 59	|||	3	54.5	– 2	– 6
60 – 69	卌 |	6	64.5	– 1	– 6
70 – 79	卌 ||||	9	74.5 → a	0	0
80 – 89	卌 ||||	9	84.5	1	9
90 – 99	|||	3	94.5	2	6
		n = 30			$\Sigma f_i u_i = 3$

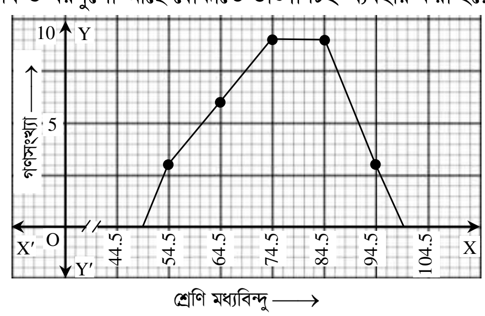
$$\therefore \text{ গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h = 74.5 + \left(\frac{3}{30}\right) \times 10$$

$$= 74.5 + 1 = 75.5 \text{ (Ans.)}$$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

নম্বর	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	শিক্ষার্থী সংখ্যা
50 – 59	54.5	3
60 – 69	64.5	6
70 – 79	74.5	9
80 – 89	84.5	9
90 – 99	94.5	3

এখন, ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 44.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাজ্জা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



মডেল টেস্ট- ০৪

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	ঘ	২	ক	৩	খ	৪	ঘ	৫	খ	৬	গ	৭	ঘ	৮	ক	৯	ঘ	১০	ঘ	১১	গ	১২	গ	১৩	গ	১৪	ঘ	১৫	খ
	১৬	খ	১৭	খ	১৮	ক	১৯	খ	২০	ঘ	২১	খ	২২	ক	২৩	ক	২৪	গ	২৫	ঘ	২৬	ক	২৭	খ	২৮	গ	২৯	ক	৩০	গ

সৃজনশীল

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, 35 এবং 45 এর সকল গুণনীয়কের সেট যথাক্রমে A এবং B।

$35 = 1 \times 35$
$\quad = 5 \times 7$

$45 = 1 \times 45$
$\quad = 3 \times 15$
$\quad = 5 \times 9$

$A = \{1, 5, 7, 35\}$ $\qquad$ $B = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$

$\therefore A \cap B = \{1, 5, 7, 35\} \cap \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$
$\quad = \{1, 5\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $A = \{x \in N : x^2 > 8$ এবং $x^3 < 200\}$

x = 1 হলে, $1^2 = 1 \not> 8$ এবং $1^3 = 1 < 200$

x = 2 হলে, $2^2 = 4 \not> 8$ এবং $2^3 = 8 < 200$

x = 3 হলে, $3^2 = 9 > 8$ এবং $3^3 = 27 < 200$

x = 4 হলে, $4^2 = 16 > 8$ এবং $4^3 = 64 < 200$

x = 5 হলে, $5^2 = 25 > 8$ এবং $5^3 = 125 < 200$

x = 6 হলে, $6^2 = 36 > 8$ এবং $6^3 = 216 \not< 200$

$\therefore A = \{3, 4, 5\}$

আবার, $B = \{x \in N : x$ জোড় সংখ্যা এবং $x \le 6\}$
$\quad = \{2, 4, 6\}$

$A \setminus B = \{3, 4, 5\} \setminus \{2, 4, 6\} = \{3, 5\}$

$B \setminus A = \{2, 4, 6\} \setminus \{3, 4, 5\} = \{2, 6\}$

$A \cap B = \{3, 4, 5\} \cap \{2, 4, 6\} = \{4\}$

বামপক্ষ $= A \cup B$

$= \{3, 4, 5\} \cup \{2, 4, 6\}$

$= \{2, 3, 4, 5, 6\}$

ডানপক্ষ $= (A \backslash B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)$

$= \{3, 5\} \cup \{2, 6\} \cup \{4\}$

$= \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$\therefore A \cup B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $C = \{\sqrt{7}\}$

প্রমাণ করতে হবে যে, $\sqrt{7}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

আমরা জানি, $4 < 7 < 9$

বা, $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$

$\therefore 2 < \sqrt{7} < 3$

সুতরাং $\sqrt{7}$, 2 থেকে বড় কিন্তু 3 থেকে ছোট।

অতএব, $\sqrt{7}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।

যদি $\sqrt{7}$ মূলদ সংখ্যা হয়, তবে ধরি $\sqrt{7} = \frac{p}{q}$; যেখানে p ও q উভয়ই স্বাভাবিক সংখ্যা, $q > 1$ এবং p ও q সহমৌলিক (p ও q এর মধ্যে 1 ভিন্ন কোনো সাধারণ উৎপাদক নেই)।

ফলে, $7 = \frac{p^2}{q^2}$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $7q = \frac{p^2}{q}$

এখানে, 7q স্পষ্টত পূর্ণসংখ্যা। অপরপক্ষে p^2 ও q এর মধ্যে কোনো সাধারণ উৎপাদক নেই, যেহেতু p ও q এর কোনো সাধারণ উৎপাদক নেই।

সুতরাং $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।

$\therefore \frac{p^2}{q}$, 7q এর সমান হতে পারে না।

অতএব, $\sqrt{7}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না।

তাই $\sqrt{7}$ অমূলদ সংখ্যা। **(প্রমাণিত)**

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $P = 7$

$\therefore \log_7\sqrt{P^3} = \log_7\sqrt{7^3}$

$= \log_7(7^3)^{\frac{1}{2}}$

$= \log_7 7^{\frac{3}{2}}$

$= \frac{3}{2}\log_7 7$

$= \frac{3}{2}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $M = 5^{x+1}$ এবং $N = 5^{x-1}$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{M}{N^x} \div \frac{M^2}{N^{x+1}}$

$= \frac{5^{x+1}}{(5^{x-1})^x} \div \frac{(5^{x+1})^2}{(5^{x-1})^{x+1}}$

$= \frac{5^{x+1}}{5^{x^2-x}} \div \frac{5^{2x+2}}{5^{x^2-1}}$

$= 5^{x+1-x^2+x} \div 5^{2x+2-x^2+1}$

$= 5^{x+1-x^2+x-2x-2+x^2-1}$

$= 5^{-2}$

$= \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \frac{1}{25}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

$$R = \frac{\log\sqrt{27} + \log 8 - \log\sqrt{512}}{\log\frac{15}{10}}$$

$$= \frac{\log(3^3)^{\frac{1}{2}} + \log 2^3 + \log(8^3)^{\frac{1}{2}}}{\log 1.5}$$

$$= \frac{\log 3^{\frac{3}{2}} + \log 4^{\frac{3}{2}} - \log 8^{\frac{3}{2}}}{\log 1.5}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}\log\left(\frac{3\times 4}{8}\right)}{\log 1.5}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}\times\log 1.5}{\log 1.5}$$

$$= \frac{3}{2}$$

$\therefore 2R - 3 = 2\times\frac{3}{2} - 3 = 0$ **(প্রমাণিত)**

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $2 + 7 + 12 + 17 + \ldots\ldots$ একটি সমান্তর ধারা

ধারাটির ১ম পদ, $a = 2$

সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 2 = 5$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n-1)d$

$\therefore$ ধারাটির 10 তম বা দশম পদ $= 2 + (10 - 1)\,5$

$= 2 + 9 \times 5$

$= 2 + 45$

$= 47$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$2 + 7 + 12 + 17 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ একটি সমান্তর ধারা।

ধারাটির ১ম পদ, $a = 2$

সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 2 = 5$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

প্রশ্নানুসারে, $\frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\} = 2235$

বা, $\frac{n}{2}\{2\times 2 + (n-1)5\} = 2235$

বা, $n(4 + 5n - 5) = 2235 \times 2$

বা, $n(5n - 1) = 4470$

বা, $5n^2 - n - 4470 = 0$

বা, $5n^2 - 150n + 149n - 4470 = 0$

বা, $5n(n - 30) + 149(n - 30) = 0$

বা, $(n - 30)(5n + 149) = 0$

$\therefore n - 30 = 0$ অথবা, $5n + 149 = 0$

বা, $n = 30$ বা, $5n = -149$

$\therefore n = -\frac{149}{5}$ [গ্রহণযোগ্য নয়]

$\therefore$ n এর মান 30. **(Ans.)**

গ মনে করি, (ii) নং উদ্দীপকের গুণোত্তর ধারাটির **১ম** পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত = r

$\therefore$ ধারাটির ৪র্থ পদ = $ar^{4-1} = ar^3$

এবং ৭ম পদ = $ar^{7-1} = ar^6$

প্রশ্নমতে, $ar^3 = \frac{\sqrt{2}}{3}$ .... (i)

এবং $ar^6 = \frac{4}{9\sqrt{3}}$ .... (ii)

(ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^6}{ar^3} = \frac{\frac{4}{9\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{2}}{3}}$$

বা, $r^3 = \frac{4}{9\sqrt{3}} \times \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3$

$\therefore r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

(i) নং এ r এর মান বসিয়ে পাই,

$$a\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

বা, $a \times \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

বা, $a = \frac{\sqrt{2}}{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারাটির **১ম** পদ = $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

" " ২য় পদ = $ar^{2-1} = ar = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

" " ৩য় পদ = $ar^{3-1} = ar^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

....

নির্ণেয় গুণোত্তর ধারা : $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

<u>৪নং প্রশ্নের সমাধান</u>

ক আমরা জানি,

সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে এর মধ্যমা = $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ একক।

প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}a}{2} = 3$

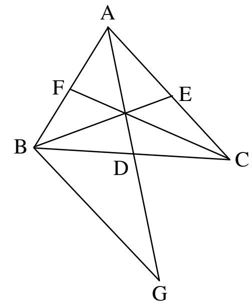
বা, $a = 3 \times \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $a = \frac{2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$\therefore a = 2\sqrt{3}$

অতএব, বাহুর দৈর্ঘ্য $2\sqrt{3}$ সেমি. **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন : ΔABC এর BC, AC ও AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E, F। A, D; B, E ও C, F যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, AD + BE + CF < AB + BC + AC.

অঙ্কন : AD কে G পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন, AD = DG হয়। B, G যোগ করি।

প্রমাণ : ΔBDG এবং ΔADC এ, BD = DC, AD = DG এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle BDG$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle ADC$

$\therefore \Delta BDG \cong \Delta ADC$ এবং BG = AC

এখন, ΔABG এ, AB + BG > AG

বা, AB + AC > 2AD [$\because$ D, AG এর মধ্যবিন্দু]

একইভাবে, AB + BC > 2BE

এবং AC + BC > 2CF

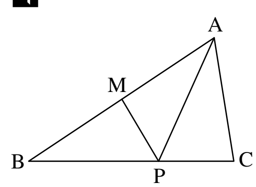
$\therefore$ AB + AC + AB + BC + AC + BC > 2AD + 2BE + 2CF

বা, 2AB + 2BC + 2AC > 2AD + 2BE + 2CF

বা, AB + BC + AC > AD + BE + CF

$\therefore$ AD + BE + CF < AB + BC + AC **(প্রমাণিত)**

গ



মনে করি, ΔABC-এর AB > AC এবং $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AP, BC বাহুকে P বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle APB$ স্থূলকোণ।

অঙ্কন : AB বাহু হতে AC-এর সমান AM অংশ কাটি এবং P, M যোগ করি।

প্রমাণ : ΔAMP ও ΔACP-এ,

AM = AC [অঙ্কন অনুসারে]

AP = AP [সাধারণ বাহু]

$\angle PAM = \angle CAP$ [$\because$ AP, $\angle A$-এর সমদ্বিখণ্ডক]

$\therefore \Delta AMP \cong \Delta ACP$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

অতএব, $\angle APM = \angle APC$

সুতরাং $\angle APB > \angle APM$ [$\because \angle APM$, $\angle APB$-এর একটি অংশ]

অর্থাৎ $\angle APB > \angle APC$ [$\because \angle APC = \angle APM$]

যেহেতু $\angle APB$ এবং $\angle APC$ কোণ দুইটি সন্নিহিত কোণ এবং $\angle APB > \angle APC$ সেহেতু $90° < \angle APB < 180°$

$\therefore \angle APB$ স্থূলকোণ। **(প্রমাণিত)**

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা = 16 সে.মি.

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = \frac{16}{3}$ সে.মি.

$= 5.33$ সে.মি.।

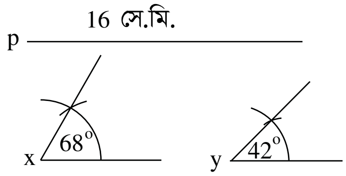
$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

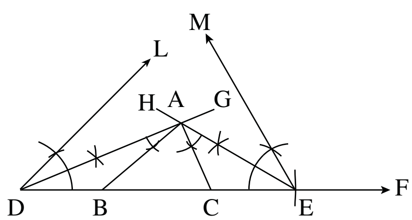
$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (5.33)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 12.3$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল 12.3 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

খ মনে করি, কোনো ত্রিভুজের পরিসীমা $p = 16$ সে.মি. এবং ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 68°$ এবং $\angle y = 42°$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।





অঙ্কনের বিবরণ :

১. যেকোনো একটি রশ্মি DF থেকে p এর সমান করে DE অংশ কেটে নিই।

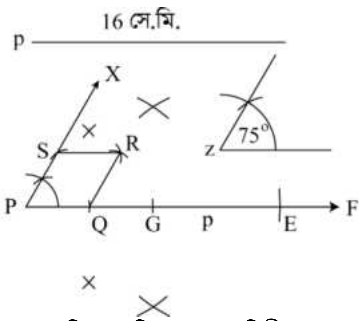
২. D ও E বিন্দুতে DE রেখাংশের একই পাশে $\angle y$ এর সমান $\angle EDL$ এবং $\angle x$ এর সমান $\angle DEM$ আঁকি।

৩. কোণ দুইটির দ্বিখণ্ডক DG ও EH আঁকি। DG ও EH রশ্মিদ্বয় পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. A বিন্দুতে $\angle ADE$ এর সমান $\angle DAB$ এবং $\angle AED$ এর সমান $\angle EAC$ আঁকি। AB এবং AC রশ্মিদ্বয় DE রেখাংশকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



মনে করি, একটি রম্বসের পরিসীমা $p = 16$ সে.মি. এবং একটি কোণ $\angle z = 75°$ দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

১. যেকোনো রশ্মি PF থেকে p-এর সমান PE কেটে নিই।

২. PE-কে G বিন্দুতে দ্বিখণ্ডিত করি যেন $PG = \frac{1}{2}p$। আবার PG-কে Q বিন্দুতে দ্বিখণ্ডিত করি যেন $PQ = \frac{1}{4}p$ হয়।

৩. PQ-এর P বিন্দুতে $\angle z$ এর সমান $\angle QPX$ আঁকি।

৪. PX রশ্মি থেকে $\frac{1}{4}$p-এর সমান PS নিই। Q ও S-কে কেন্দ্র করে $\frac{1}{4}$p-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle QPS$-এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। ধরি তারা পরস্পরকে R বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. Q, R ও S, R যোগ করি।

তাহলে, PQRS-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

৬নং প্রশ্নের উত্তর

ক মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = 2$ সে.মি.

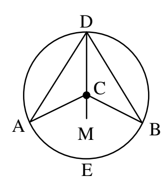
$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গ সে.মি.

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (2)^2$ বর্গ সে.মি.

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন : এখানে, C কেন্দ্রবিশিষ্ট AEBD একটি বৃত্ত এবং তার একই উপচাপ AEB এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle ADB$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle ACB$। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ADB = \frac{1}{2}\angle ACB$.

অঙ্কন : মনে করি, DB রেখাংশ কেন্দ্রগামী নয়। এক্ষেত্রে D বিন্দু দিয়ে কেন্দ্রগামী রেখাংশ DM আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ΔDCA এর বহিঃস্থ কোণ $\angle ACM = \angle ADC + \angle DAC$

[$\because$ ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ এর অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

ধাপ-২ : ΔDCA এ $CD = CA$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

অতএব, $\angle ADC = \angle DAC$ [সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন কোণ দুইটি সমান]

ধাপ-৩ : ধাপ (১) ও (২) থেকে $\angle ACM = 2\angle ADC$

ধাপ-৪ : একইভাবে, ΔDCB থেকে $\angle BCM = 2\angle BDC$

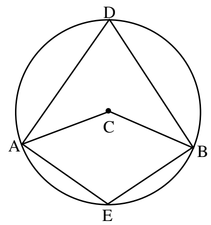
ধাপ-৫ : ধাপ (৩) ও (৪) থেকে

$\angle ACM + \angle BCM = 2\angle ADC + 2\angle BDC$

বা, $\angle ACB = 2\angle ADB$ [$\because \angle ACM + \angle BCM = \angle ACB$]

$\therefore \angle ADB = \frac{1}{2}\angle ACB$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AEBD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ADB + \angle AEB = 2$ সমকোণ।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : একই চাপ AEB এর উপর দণ্ডায়মান

কেন্দ্রস্থ $\angle ACB = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle ADB$)

[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

অর্থাৎ $\angle ACB = 2\angle ADB$

ধাপ-২ : আবার একই চাপ ADB এর উপর দণ্ডায়মান

কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle ACB = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle AEB$) [একই কারণে]

অর্থাৎ প্রবৃদ্ধ $\angle ACB = 2\angle AEB$

$\therefore \angle ACB +$ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle ACB = 2(\angle ADB + \angle AEB)$

কিন্তু $\angle ACB +$ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle ACB = 360°$

$\therefore 2(\angle ADB + \angle AEB) = 360°$

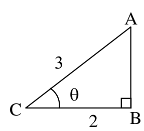
বা, $\angle ADB + \angle AEB = \frac{360°}{2} = 180°$

$\therefore \angle ADB + \angle AEB = 2$ সমকোণ **(প্রমাণিত)**

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$\sin(90° - \theta) = \frac{2}{3}$$



বা, $\cos\theta = \frac{2}{3}$

$\therefore AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{3^2 - 2^2}$

$= \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}$

$\therefore b = \cot\theta = \frac{BC}{AB} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ **(Ans.)**

[**বি. দ্র. :** প্রশ্নে $\sin(90° - \theta) = \frac{3}{2}$ দেওয়া আছে, যা সম্ভব নয়। কেননা, $-1 \le \sin\theta \le 1$। তাই প্রশ্নের $\frac{3}{2}$ এর স্থলে $\frac{2}{3}$ ধরা হয়েছে।]

খ দেওয়া আছে,

$b^4 - b^2 = 1$

বা, $\cot^4\theta - \cot^2\theta = 1$

বা, $\cot^4\theta = 1 + \cot^2\theta$

বা, $\cot^4\theta = \text{cosec}^2\theta$ [$\because 1 + \cot^2\theta = \text{cosec}^2\theta$]

বা, $\frac{\cos^4\theta}{\sin^4\theta} = \frac{1}{\sin^2\theta}$ $\left[\because \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}, \text{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}\right]$

বা, $\cos^4\theta = \frac{\sin^4\theta}{\sin^2\theta}$ [উভয়পক্ষে $\sin^4\theta$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\cos^4\theta = \sin^2\theta$

বা, $\cos^4\theta = 1 - \cos^2\theta$

বা, $\cos^4\theta + \cos^2A = 1$

$\therefore a^4 + a^2 = 1$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে,

$\frac{a + b}{a - b} = \frac{\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3} - 2}$

বা, $\frac{\cos\theta + \cot\theta}{\cos\theta - \cot\theta} = \frac{\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3} - 2}$

বা, $\frac{\cos\theta + \cot\theta + \cos\theta - \cot\theta}{\cos\theta + \cot\theta - \cos\theta + \cot\theta} = \frac{\sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} - 2}{\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + 2}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\cos\theta}{2\cot\theta} = \frac{2\sqrt{3}}{4}$

বা, $\frac{\cos\theta}{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\cos\theta \times \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin 60°$

$\therefore \theta = 60°$

$\therefore$ নির্ণেয় $\theta = 60°$ **(Ans.)**

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য

$a = 7$ সে.মি. ও $b = 12$ সে.মি.

এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ, $\angle C = 30°$

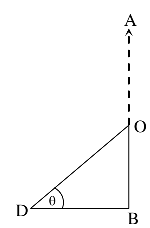
আমরা জানি, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}ab\sin C$

$= \frac{1}{2} \times 7 \times 12 \times \sin 30°$

$= \frac{1}{2} \times 7 \times 12 \times \frac{1}{2}$

$= 21$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

খ চিত্রে, একটি গাছ AB, O বিন্দুতে ভেঙে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙা অংশ ভূমির সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে ভূমিকে D বিন্দুতে স্পর্শ করে।



এখন, OBD সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পাই,

$\frac{DO}{BO} = \text{cosec}\theta$

এবং $\frac{BD}{BO} = \cot\theta$

বামপক্ষ $= \left(\frac{DO}{BO} - \frac{BD}{BO}\right)^2$

$= (\text{cosec}\theta - \cot\theta)^2$

$= \left(\frac{1}{\sin\theta} - \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2$

$= \left(\frac{1 - \cos\theta}{\sin\theta}\right)^2$

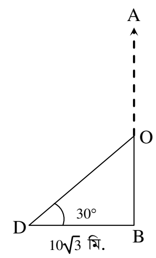
$= \frac{(1 - \cos\theta)^2}{\sin^2\theta} = \frac{(1 - \cos\theta)^2}{1 - \cos^2\theta}$

$= \frac{(1 - \cos\theta)(1 - \cos\theta)}{(1 - \cos\theta)(1 + \cos\theta)}$

$= \frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}$

$\therefore \left(\frac{DO}{BO} - \frac{BD}{BO}\right)^2 = \frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}$ **(দেখানো হলো)**

গ চিত্রানুসারে,



$BD = 10\sqrt{3}$, $\angle BDO = 30°$ এবং $AO = OD$

এখন, ΔBOD এ $\tan \angle BDO = \frac{BO}{BD}$

বা, $\tan 30° = \frac{BO}{10\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BO}{10\sqrt{3}}$

বা, $BO = 10\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ BO = 10 মিটার

আবার, $\cos \angle BDO = \frac{BD}{OD}$

বা, $\cos 30° = \frac{10\sqrt{3}}{AO}$ $[\because AO = OD]$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{AO}$

বা, $AO = \frac{20\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ $\therefore$ AO = 20 মিটার

$\therefore$ সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য AB = AO + BO
= (20 + 10) মিটার
= 30 মিটার **(Ans.)**

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক ঘনকের এক ধারের দৈর্ঘ্য a হলে, তার সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $6a^2$

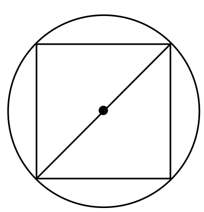
প্রশ্নমতে, $6a^2 = 294$

বা, $a^2 = 49$

$\therefore$ a = 7 মিটার

$\therefore$ ঘনকটির কর্ণের দৈর্ঘ্য = $a\sqrt{3}$ মিটার
= $7\sqrt{3}$ মিটার **(Ans.)**

খ



দেওয়া আছে,
বৃত্তের পরিধি = 340 সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তটির ব্যাস = $\frac{340}{\pi}$ সে.মি.
= $\frac{340}{3.1416}$ সে.মি.
= 108.225 সে.মি.

আমরা জানি,
বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য বৃত্তটির ব্যাসের সমান।

$\therefore$ বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য = 108.225 সে.মি.।

ধরি, বর্গের একবাহুর দৈর্ঘ্য = a সে.মি.

$\therefore$ বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{2}a$ সে.মি.

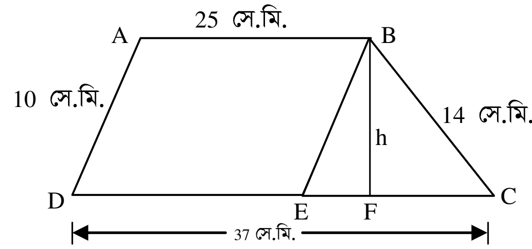
প্রশ্নমতে, $\sqrt{2}a = 108.225$

বা, $a = \frac{108.225}{\sqrt{2}}$

$\therefore$ a = 76.527 সে.মি.

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = a^2 বর্গ সে.মি.
= $(76.527)^2$ বর্গ সে.মি.
= 5856.382 বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ



দেওয়া আছে,
ABCD ট্রাপিজিয়াম এর সমান্তরাল বাহুদ্বয়,
AB = 25 সে.মি. এবং CD = 37 সে.মি.
এবং অপর বাহুদ্বয় AD = 10 সে.মি. এবং BC = 14 সে.মি.
DC থেকে AB এর সমান করে DE অংশ কেটে নেই এবং B, E যোগ করি। এখন, AB = DE এবং AB || DE তাই ABCD একটি সামান্তরিক।

BE = AD = 10 সে.মি.

এবং CE = CD − DE
= (37 − 25) সে.মি.
= 12 সে.মি.

$\therefore$ ΔBEC এর অর্ধ পরিসীমা = $\frac{BE + CE + BC}{2}$
= $\frac{10 + 12 + 14}{2}$ সে.মি.
= $\frac{36}{2}$ সে.মি.
= 18 সে.মি.

$\therefore$ ΔBEC এর ক্ষেত্রফল = $\sqrt{18(18-10)(18-12)(18-14)}$ বর্গ সে.মি.
= $\sqrt{18 \times 8 \times 6 \times 4}$ বর্গ সে.মি.
= $\sqrt{3456}$ বর্গ সে.মি.
= $24\sqrt{6}$ বর্গ সে.মি.

B বিন্দু থেকে $BF \perp CD$ আঁকি। ধরি, BF = h সে.মি.

$\therefore$ ΔBEC এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times CE \times BF$

বা, $24\sqrt{6} = \frac{1}{2} \times 12 \times h$

বা, $h = \frac{24\sqrt{6} \times 2}{12}$
= $4\sqrt{6}$ সে.মি.

$\therefore$ ট্রাপিজিয়াম এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}(AB + CD) \times BF$
= $\frac{1}{2}(25 + 37) \times 4\sqrt{6}$ বর্গ সে.মি.
= 303.737 বর্গ সে.মি.

$\therefore$ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = 303.737 বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 21 আছে (57 – 62) শ্রেণিতে।
অর্থাৎ, প্রচুরক শ্রেণি (57 – 62)।

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{57+62}{2} = \frac{119}{2} = 59.5$ **(Ans.)**

খ প্রদত্ত উপাত্ত হতে গাণিতিক গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্ত	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	(f_ix_i)
45 – 50	47.5	6	285
51 – 56	53.5	9	481.5
57 – 62	59.5	21	1249.5
63 – 68	65.5	16	1048
69 – 74	71.5	8	572
	মোট	n = 60	3636

$\therefore$ নির্ণেয় গাণিতিক গড় $= \frac{1}{n}\Sigma f_ix_i$

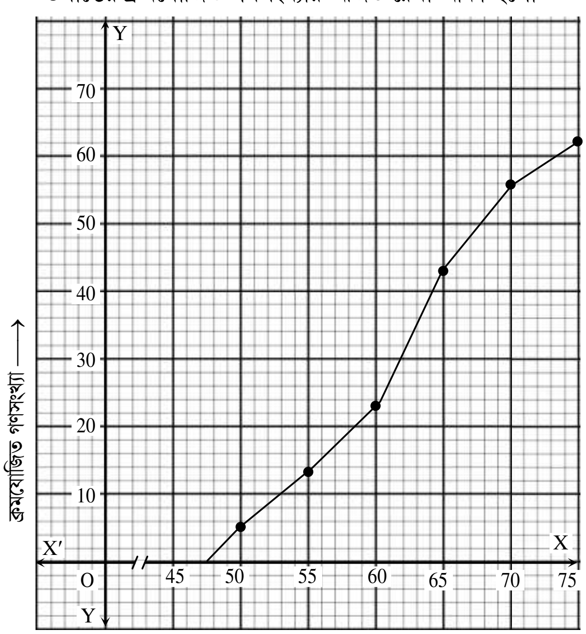
$= \frac{1}{60} \times 3636$

$= 60.6$ **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45 – 50	6	6
51– 56	9	15
57 – 62	21	36
63 – 68	16	52
69 – 74	8	60

ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে শ্রেণিব্যাপ্তির উচ্চসীমা এবং y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের এক ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের ক্রমযোজিত গণসংখ্যার অজিভ রেখা আঁকা হলো−



১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 13 আছে (47 – 56) শ্রেণিতে।
$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণি (47 – 56)।
এখানে, $f_1 = 13 - 10 = 3$
$f_2 = 13 - 9 = 4$
$\therefore (f_1 + f_2) = (3 + 4) = 7$ **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণি ব্যবধান	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
27 – 36	7	7
37 – 46	10	17
47 – 56	13	30
57 – 66	9	39
67 – 76	5	44
77 – 86	8	52
87 – 96	4	56

এখানে, $n = 56; \frac{n}{2} = \frac{56}{2} = 28$

অর্থাৎ, মধ্যক 28 তম পদ যা (47 – 56) শ্রেণিতে বিদ্যমান।

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 47 + (28 - 17) \times \frac{10}{13}$

$= 47 + \frac{110}{13}$

$= 47 + 8.46$

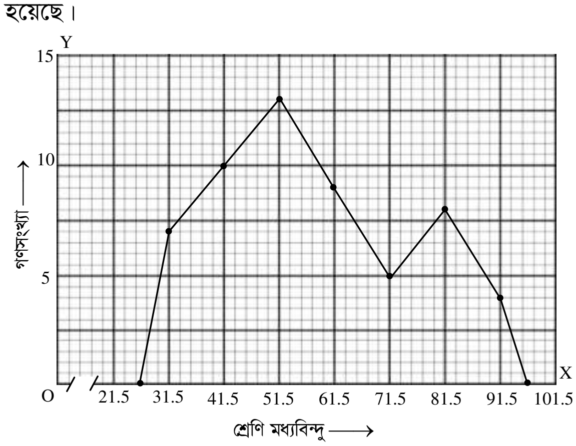
$= 55.46$ **(Ans.)**

এখানে,
$L = 47, n = 56$
$F_c = 17, h = 10$
$f_m = 13$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের সারণি :

শ্রেণি ব্যবধান	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
27 – 36	31.5	7
37 – 46	41.5	10
47 – 56	51.5	13
57 – 66	61.5	9
67 – 76	71.5	5
77 – 86	81.5	8
87 – 96	91.5	4

ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক এবং y অক্ষ বরাবর প্রতি 2 বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 21.5 বিন্দু পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদচিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



মডেল টেস্ট- ০৫

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	খ	২	খ	৩	গ	৪	গ	৫	খ	৬	খ	৭	ঘ	৮	খ	৯	খ	১০	গ	১১	খ	১২	ক	১৩	ঘ	১৪	ঘ	১৫	ঘ
	১৬	খ	১৭	গ	১৮	ক	১৯	ঘ	২০	খ	২১	গ	২২	ঘ	২৩	খ	২৪	খ	২৫	গ	২৬	খ	২৭	ঘ	২৮	খ	২৯	গ	৩০	গ

সৃজনশীল

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$M = \{12, 15\}$

$N = \{15, a\}$

$\therefore M \cap N = \{12, 15\} \cap \{15, a\}$

$= \{15\}$

$\therefore P(M \cap N) = \{\{15\}, \varnothing\}$. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$A = \{x \in Z : x^2 < 9\}$

$x = 0$ হলে, $x^2 = 0 < 9$

$x = \pm 1$ হলে, $x^2 = 1 < 9$

$x = \pm 2$ হলে, $x^2 = 4 < 9$

$x = \pm 3$ হলে, $x^2 = 9 \not< 9$

$\therefore A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

এবং $B = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $1 < x \le 5\}$

$= \{2, 3, 5\}$

এবং $S = \{(x, y) : x \in A, y \in B$ এবং $y - x = 1\}$

S এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,

$y - x = 1$

বা, $y = 1 + x$

প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = 1 + x$ নির্ণয় করি,

x	–2	–1	0	1	2
y	–1	0	1	2	3

কিন্তু, $-1, 0, 1 \notin B$

$\therefore (-2, -1), (-1, 0), (0, 1) \notin S$

$\therefore S = \{(1, 2), (2, 3)\}$

$\therefore$ রেঞ্জ $S = \{2, 3\}$. **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $f(x) = \dfrac{4x + 1}{4x - 1}$

$\therefore f(x + 2) = \dfrac{4(x + 2) + 1}{4(x + 2) - 1}$

$= \dfrac{4x + 8 + 1}{4x + 8 - 1}$

$= \dfrac{4x + 9}{4x + 7}$

এবং $f(x - 2) = \dfrac{4(x - 2) + 1}{4(x - 2) - 1}$

$= \dfrac{4x - 8 + 1}{4x - 8 - 1}$

$= \dfrac{4x - 7}{4x - 9}$

প্রশ্নানুসারে,

$\dfrac{f(x + 2) - 1}{f(x - 2) - 1} = -1$

বা, $\dfrac{\dfrac{4x + 9}{4x + 7} - 1}{\dfrac{4x - 7}{4x - 9} - 1} = -1$

বা, $\dfrac{\dfrac{4x + 9 - 4x - 7}{4x + 7} - 1}{\dfrac{4x - 7 - 4x + 9}{4x - 9} - 1} = -1$

বা, $\dfrac{2}{4x + 7} \times \dfrac{4x - 9}{2} = -1$

বা, $\dfrac{4x - 9}{4x + 7} = -1$

বা, $4x - 9 = -4x - 7$

বা, $4x + 4x = -7 + 9$

বা, $8x = 2$

$\therefore x = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $x = \dfrac{1}{4}$. **(Ans.)**

[**বি.দ্র.:** $x = \dfrac{1}{4}$ এর জন্য প্রদত্ত ফাংশন $f(x)$ অসংজ্ঞায়িত]

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $x^2 - 2\sqrt{6} = 5$

বা, $x^2 = 5 + 2\sqrt{6}$

বা, $x^2 = 3 + 2.\sqrt{3}.\sqrt{2} + 2$

বা, $x^2 = (\sqrt{3})^2 + 2.\sqrt{3}.\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$

বা, $x^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

$\therefore x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$\therefore$ x এর মান $\sqrt{3} + \sqrt{2}$.

খ 'ক' হতে পাই, $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$\therefore \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \dfrac{1(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$

$= \dfrac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \dfrac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{1} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

$\therefore x + \dfrac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$

$x - \dfrac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} - (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$\therefore x^2 + \dfrac{1}{x^2} = \left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\dfrac{1}{x} = (2\sqrt{3})^2 - 2 = 4.3 - 2 = 12 - 2 = 10$

$x^2 - \dfrac{1}{x^2} = \left(x + \dfrac{1}{x}\right)\left(x - \dfrac{1}{x}\right) = 2\sqrt{3}.2\sqrt{2} = 4\sqrt{6}$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= x^4 - \dfrac{1}{x^4} = (x^2)^2 - \left(\dfrac{1}{x^2}\right)^2$

$= \left(x^2 + \dfrac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \dfrac{1}{x^2}\right) = 10.4\sqrt{6} = 40\sqrt{6}$

$\therefore x^4 - \dfrac{1}{x^4}$ এর মান $40\sqrt{6}$. **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, $x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{3}$

এবং $x^2 + \frac{1}{x^2} = 10$

বামপক্ষ $= x^7 + \frac{1}{x^7} = \left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= \left\{(x^2) + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2\right\}\left\{(x)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3\right\} - \left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= \left\{\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2 - 2.x^2.\frac{1}{x^2}\right\}\left\{\left(x+\frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)\right\} - \left(x+\frac{1}{x}\right)$

$= \{(10)^2 - 2\}\ \{(2\sqrt{3})^3 - 6\sqrt{3}\} - 2\sqrt{3}$

$= (100 - 2)\ (24\sqrt{3} - 6\sqrt{3}) - 2\sqrt{3} = 98 \times 18\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

$= 1764\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 1762\sqrt{3} =$ ডানপক্ষ

$\therefore\ x^7 + \frac{1}{x^7} = 1762\sqrt{3}.$ **(দেখানো হলো)**

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটির ১ম পদ, $a = 4$

সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 4 = 3$

মনে করি, ধারাটির n তম পদ $= 304$

আমরা জানি, n তম পদ $= a + (n - 1)d$

বা, $304 = 4 + (n - 1)3$

বা, $304 = 4 + 3n - 3$

বা, $304 = 3n + 1$

বা, $3n = 303$

বা, $n = \frac{303}{3}$

$\therefore\ n = 101$

$\therefore$ ধারাটির 101 তম পদ 304 **(Ans.)**

খ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা : $7 + p + q + s + 16807 + ...$

মনে করি,

ধারাটির ১ম পদ, $a = 7$

এবং সাধারণ অনুপাত $= r$

$\therefore$ ধারাটির 5তম পদ $= ar^{5-1} = ar^4$

প্রশ্নমতে, $ar^4 = 16807$

বা, $7r^4 = 16807$

বা, $r^4 = \frac{16807}{7} = 2401 = (7)^4$

$\therefore\ r = 7$

$\therefore$ ধারাটির ২য় পদ $= ar^{2-1}$

বা, $p = ar$

বা, $p = 7 \times 7$

$\therefore\ p = 49$

ধারাটির ৩য় পদ $= ar^{3-1}$

বা, $q = ar^2$

বা, $q = 7 \times (7)^2$

$\therefore\ q = 343$

ধারাটির ৪র্থ পদ $= ar^{4-1}$

বা, $s = ar^3$

বা, $s = 7 \times (7)^3$

$\therefore\ s = 2401$

$\therefore$ নির্ণেয় $p = 49 = q = 343, s = 2401.$ **(Ans.)**

গ (ii) নং ধারাটি : $7 + 12 + 17 + 22 + ...$

ধারাটির প্রথম পদ $a = 7$

সাধারণ অন্তর $d = 12 - 7 = 5$

$\therefore$ এটি একটি সমান্তর ধারা।

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$

প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\} = 1090$

বা, $\frac{n}{2}\{2 \times 7 + (n - 1)5\} = 1090$

বা, $\frac{n}{2}(14 + 5n - 5) = 1090$

বা, $n(9 + 5n) = 1090 \times 2$

বা, $9n + 5n^2 = 2180$

বা, $5n^2 + 9n - 2180 = 0$

বা, $5n^2 + 109n - 100n - 2180 = 0$

বা, $n(5n + 109) - 20(5n + 109) = 0$

বা, $(n - 20)(5n + 109) = 0$

$\therefore\ n - 20 = 0$ অথবা, $5n + 109 = 0$

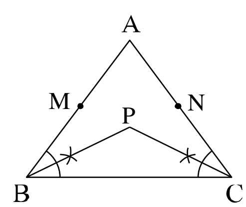
$\therefore\ n = 20$ বা, $5n = -109$

[$n = \frac{-109}{5}$ গ্রহণযোগ্য নয় কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।]

$\therefore$ নির্ণেয় মান $n = 20.$ **(Ans.)**

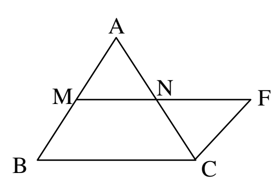
৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে ΔABC এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N এবং $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক BP ও CP পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে।

খ



মনে করি, ΔABC এর AB এবং AC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M এবং N। M ও N যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে,

$MN \parallel BC$ এবং $MN = \frac{1}{2}BC.$

অঙ্কন :

MN কে F পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $NF = MN$ হয়। C, F যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ΔAMN ও ΔCNF এর মধ্যে

$AN = NC$ [AC এর মধ্যবিন্দু N]

$MN = NF$ [অঙ্কনানুসারে]

$\angle ANM = \angle CNF$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\Delta AMN \cong \Delta CNF$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore \angle AMN = \angle NFC$

এবং $\angle MAN = \angle NCF$ [একান্তর কোণ]

$\therefore MF \parallel BC$ বা $MN \parallel BC$

ধাপ-২ : আবার, $MF = BC$

বা, $MN + NF = BC$ [$\because MF = MN + NF$]

বা, $MN + MN = BC$ [ধাপ (১) থেকে]

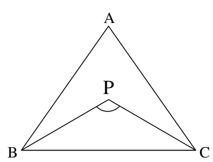
বা, $2MN = BC$

$\therefore MN = \frac{1}{2} BC$

সুতরাং $MN \parallel BC$ এবং $MN = \frac{1}{2} BC$ **(প্রমাণিত)**

গ **বিশেষ নির্বচন :** ΔABC এর $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক BP এবং PC পরস্পর P বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BPC = 90° + \frac{\angle A}{2}$



.

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔABC এ

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ [$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি $= 180°$]

বা, $\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = \frac{180°}{2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90° - \frac{1}{2}\angle A$ .... (i)

ধাপ- ২. এখন, $\angle PBC = \frac{1}{2}\angle B$ [$\because$ PB, $\angle B$ এর সমদ্বিখণ্ডক]

আবার, $\angle PCB = \frac{1}{2}\angle C$ [$\because$ PC, $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক]

ধাপ-৩. এখন ΔBPC এ $\angle BPC + \angle PBC + \angle PCB = 180°$

বা, $\angle BPC + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 180°$ [$\because \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90° - \frac{1}{2}\angle A$]

বা, $\angle BPC + 90° - \frac{1}{2}\angle A = 180°$ [(i) হতে]

বা, $\angle BPC = 180° - 90° + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle BPC = 90° + \frac{\angle A}{2}$. **(প্রমাণিত)**

৫নং প্রশ্নের সমাধান

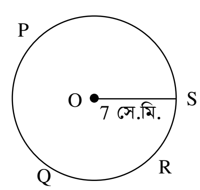
ক বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = OS = 7$ সে. মি.

$\therefore$ বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$ একক

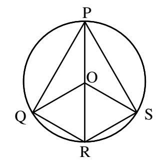
$= 2 \times 3.1416 \times 7$ সে.মি.

$= 43.9824$ সে.মি.

$\therefore$ নির্ণেয় পরিধি 43.9824 সে.মি. **(Ans.)**



খ



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQRS বৃত্তের একই উপচাপ QS এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle QPS$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle QOS$।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle QOS = 2\angle QPS$.

অঙ্কন : মনে করি, PS রেখাংশ কেন্দ্রগামী নয়। এক্ষেত্রে P বিন্দু দিয়ে কেন্দ্রগামী রেখাংশ PR আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔPOQ এর বহিঃস্থ কোণ $\angle QOR = \angle QPO + \angle PQO$

[বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

ধাপ-২. ΔPOQ এ $OP = OQ$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

অতএব, $\angle QPO = \angle PQO$ [সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণ দুইটি সমান]

ধাপ-৩. $\angle QOR = 2\angle QPO$ [ধাপ (১) ও (২) থেকে]

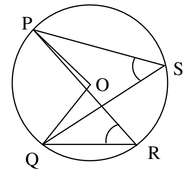
ধাপ-৪. একইভাবে ΔPOS থেকে $\angle SOR = 2\angle SPO$

ধাপ-৫. ধাপ (৩) ও (৪) থেকে

$\angle QOR + \angle SOR = 2\angle QPO + 2\angle SPO$ [যোগ করে]

$\therefore \angle QOS = 2\angle QPS$. **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQRS বৃত্তের PQ চাপের উপর দণ্ডায়মান $\angle PRQ$ এবং $\angle PSQ$ দুইটি বৃত্তস্থ কোণ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle PRQ = \angle PSQ$.

অঙ্কন : O, P এবং O, Q যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : এখানে, PQ চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle POQ$.

সুতরাং, $\angle POQ = 2\angle PSQ$ [$\because$ একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

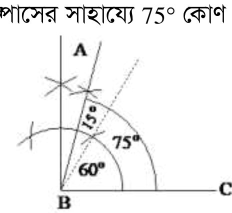
ধাপ-২: অনুরূপভাবে $\angle POQ = 2\angle PRQ$

ধাপ-৩: ধাপ (১) ও (২) থেকে $2\angle PRQ = 2\angle PSQ$

$\therefore \angle PRQ = \angle PSQ$. **(প্রমাণিত)**

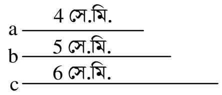
৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক নিম্নে পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে 75° কোণ অঙ্কন করা হলো :

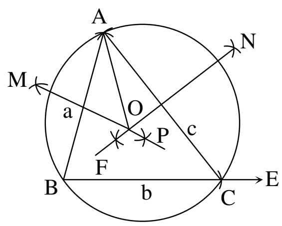


চিত্রে, $\angle ABC = 75°$.

খ



মনে করি, ABC ত্রিভুজের তিনটি বাহু AB = a = 4 সে.মি., BC = b = 5 সে.মি. এবং AC = c = 6 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে যা, ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু A, B ও C বিন্দু দিয়ে যায়।



অঙ্কনের বিবরণ :

১. যেকোনো রশ্মি BE হতে BC = b = 5 সে.মি. অংশ কেটে নেই।

২. B কে কেন্দ্র করে a = 4 সে.মি. ব্যাসার্ধের এবং C কে কেন্দ্র করে c = 6 সে.মি. ব্যাসার্ধের সমান করে বৃত্তচাপ আঁকি যা A বিন্দুতে ছেদ করে।

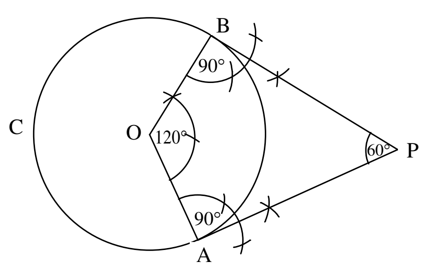
৩. A, B; A, C যোগ করি।

৪. AB ও AC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে PM ও FN রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. A, O যোগ করি।

৬. O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে, বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এই বৃত্তটিই ΔABC এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, 6 সে.মি. ব্যাস বা, $\frac{6}{2} = 3$ সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত, যার কেন্দ্র O. উক্ত বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক আঁকতে হবে যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60°।

অঙ্কনের বিবরণ :

১. OA যেকোনো ব্যাসার্ধ নিই এবং ∠AOB = 120° আঁকি। OB রেখাংশ বৃত্তটিকে B বিন্দুতে ছেদ করেছে।

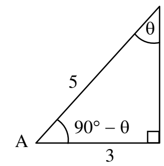
২. এখন, OA এর A বিন্দুতে AP এবং OB এর B বিন্দুতে BP লম্ব আঁকি। মনে করি, AP ও BP লম্বদ্বয় পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। তাহলে, AP ও BP-ই উদ্দিষ্ট স্পর্শকদ্বয় যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60°।

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া, আছে,

$\sec(90° - \theta) = \frac{5}{3}$

$\therefore \sin\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$ **(Ans.)**



খ দেওয়া আছে, $A = 1 + \sin\theta$

$B = 1 - \sin\theta$

বামপক্ষ $= \sec\theta + \tan\theta$

$= \frac{1}{\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta}$

$= \sqrt{\frac{(1 + \sin\theta)^2}{\cos^2\theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1 + \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1 + \sin\theta)^2}{(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta)}}$

$= \sqrt{\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}}$

$= \sqrt{\frac{A}{B}}$

= ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $B - \cos\theta = 0$

বা, $1 - \sin\theta - \cos\theta = 0$ [$\because B = 1 - \sin\theta$]

বা, $1 - \sin\theta = \cos\theta$

বা, $(1 - \sin\theta)^2 = \cos^2\theta$

বা, $1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

বা, $1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta - 1 + \sin^2\theta = 0$

বা, $2\sin^2\theta - 2\sin\theta = 0$

বা, $2\sin\theta(\sin\theta - 1) = 0$

হয়, $2\sin\theta = 0$
বা, $\sin\theta = 0$
বা, $\sin\theta = \sin 0°$
$\therefore \theta = 0°$

অথবা,
$\sin\theta - 1 = 0$
বা, $\sin\theta = 1$
বা, $\sin\theta - \sin 90°$
$\therefore \theta = 90°$

∴ নির্ণেয় $\theta = 0°, 90°$

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $1 - \cos^2\theta = \frac{3}{4}$

বা, $\cos^2\theta = 1 - \frac{3}{4}$

বা, $\frac{1}{\sec^2\theta} = \frac{1}{4}$

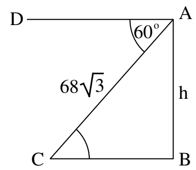
বা, $\sec^2\theta = 4$

বা, $1 + \tan^2\theta = 4$

বা, $\tan^2\theta = 4 - 1 = 3$

$\therefore \tan\theta = \pm\sqrt{3}$ **(Ans.)**

খ



মনে করি, গাছটির উচ্চতা, AB = h মিটার। গাছের শীর্ষবিন্দু A বিন্দুতে A হতে $68\sqrt{3}$ মিটার দূরে ভূতলস্থ কোনো বিন্দু C এর অবনতি কোণ $\angle DAC = 60°$। DA ∥ BC হওয়ায়,
$\angle DAC = \angle ACB = 60°$ [একান্তর কোণ]

ΔABC এ, $\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin 60° = \frac{h}{68\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{68\sqrt{3}}$

$\therefore h = 68\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

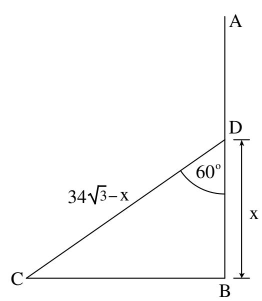
$= 34 \times 3 = 102$

$\therefore$ গাছটির উচ্চতা = 102 মিটার **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,
গাছটির উচ্চতা h = উল্লেখিত দূরত্বের অর্ধেক

$= \frac{68\sqrt{3}}{2}$ মিটার $= 34\sqrt{3}$ মিটার

মনে করি, AB = h উচ্চতার গাছটি ভূমি হতে x মিটার উচ্চতায় D বিন্দুতে ভেঙে যায় এবং ভাঙা অংশ CD, দণ্ডায়মান অংশ BD এর সাথে D বিন্দুতে $\angle CDB = 60°$ উৎপন্ন করে।



$\therefore CD = AD = AB - BD$

$= h - x = 34\sqrt{3} - x$

সমকোণী ΔBDC এ,

$\cos\angle BDC = \frac{BD}{CD}$

বা, $\cos 60° = \frac{x}{34\sqrt{3} - x}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{x}{34\sqrt{3} - x}$

বা, $34\sqrt{3} - x = 2x$

বা, $34\sqrt{3} = 2x + x$

বা, $3x = 34\sqrt{3}$

$\therefore x = \frac{34\sqrt{3}}{3} = 19.63$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক 75 টাকা খরচ হয় 1 বর্গমিটার টাইলস করতে

$\therefore$ 1 " " " $\frac{1}{75}$ " " "

$\therefore$ 45000 " " " $\frac{1 \times 45000}{75}$ " " "

= 600 বর্গ মিটার টাইলস করতে

$\therefore$ হলরুমের ক্ষেত্রফল 600 বর্গমিটার **(Ans.)**

খ ধরি, হলরুমের প্রস্থ x মিটার

$\therefore$ হলরুমের দৈর্ঘ্য $1\frac{1}{2}x$ বা, $\frac{3x}{2}$ মিটার

হলরুমের ক্ষেত্রফল 600 বর্গমিটার ['ক' হতে]

প্রশ্নমতে, $x \times \frac{3x}{2} = 600$

বা, $\frac{3x^2}{2} = 600$

বা, $3x^2 = 1200$

বা, $x^2 = 400$

$\therefore x = 20$

$\therefore$ হলরুমের ভিতরের পরিসীমা $= 2\left(\frac{3x}{2} + x\right)$ মিটার।

$= 2\left(\frac{3 \times 20}{2} + 20\right)$ মিটার

= 2 (30 + 20) মিটার

= 100 মিটার **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, আয়তাকার হলরুমের পরিসীমা 100 মিটার

$\therefore$ বর্গাকার ক্লাসরুমের পরিসীমা = 100 মিটার

বর্গাকার ক্লাসরুমের বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{100}{4} = 25$ মিটার

বর্গাকার ক্লাসরুমের ক্ষেত্রফল $= (25)^2$ বর্গমিটার

= 625 বর্গমিটার

$\therefore$ রুম দুইটির মোট ক্ষেত্রফল = (600 + 625) বর্গমিটার
['ক' হতে, আয়তাকার হলরুমের ক্ষেত্রফল 600 বর্গমিটার]

= 1225 বর্গমিটার

50 সে.মি. $= \frac{50}{100}$ মিটার = 0.5 মিটার

1 টি টাইলসের ক্ষেত্রফল $= (0.5)^2$ বর্গমিটার

= 0.25 বর্গমিটার

$\therefore$ মোট টাইলস সংখ্যা $= \frac{1225}{0.25}$ টি

= 4900 টি **(Ans.)**

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সারণিতে সর্বাধিক গণসংখ্যা 15 আছে (61 – 70) শ্রেণিতে। এটাই প্রচুরক শ্রেণি। সুতরাং, প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণি (51 – 60).

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{51 + 60}{2}$

$= \frac{111}{2} = 55.5$ **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
41 – 50	4	4
51 – 60	10	14
61 – 70	15	29
71 – 80	12	41
81 – 90	6	47
91 – 100	3	50
	n = 50	

এখানে, n = 50

$\therefore \frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 25তম পদের মান। 25 তম পদের অবস্থান (61 – 70) শ্রেণিতে।

∴ মধ্যক শ্রেণি হলো (61 – 70)।

এখানে, $L = 61$, $f_m = 15$, $F_c = 14$, $h = 10$

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 61 + (25 - 14) \times \frac{10}{15}$$

$$= 61 + \frac{110}{15}$$

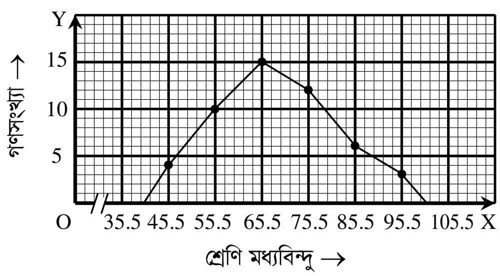
$$= 61 + 7.33$$

$$= 68.33 \text{ (প্রায়)}$$ **(Ans.)**

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
41 – 50	45.5	4
51 – 60	55.5	10
61 – 70	65.5	15
71 – 80	75.5	12
81 – 90	85.5	6
91 – 100	95.5	3

এখন, ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে গণসংখ্যা 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 35.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যার সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
41 – 50	4	4
51 – 60	9	13
61 – 70	15	28
71 – 80	12	40
81 – 90	6	46
91 – 100	4	50
মোট	n = 50	

এখানে, $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$; অর্থাৎ 25-তম পদ (61 – 70) শ্রেণিতে মধ্যক অবস্থিত।

$$\therefore \text{মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান} = \frac{61 + 70}{2} = 65.5$$ **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা f_i	শ্রেণি মধ্যমান x_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
41 – 50	4	45.5	– 3	– 12
51 – 60	9	55.5	– 2	– 18
61 – 70	15	65.5	– 1	– 15
71 – 80	12	75.5 ← a	0	0
81 – 90	6	85.5	1	6
91 – 100	4	95.5	2	8
	n = 50			$\Sigma f_iu_i = -31$

$$\therefore \text{গাণিতিক গড়, } \bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$$

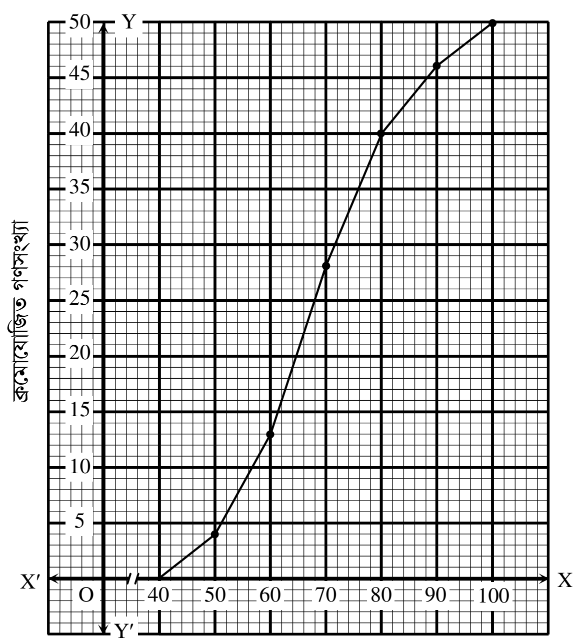
$$= 75.5 + \frac{-31}{50} \times 10$$

$$= 75.5 - 6.2$$

$$= 69.3$$

∴ নির্ণেয় গড় = 69.3 **(Ans.)**

গ 'ক' হতে প্রাপ্ত সারণি ব্যবহার করে, x অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 2 একক এবং y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 40 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



মডেল টেস্ট- ০৬

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	ক	২	ঘ	৩	খ	৪	ক	৫	ঘ	৬	খ	৭	ক	৮	গ	৯	ক	১০	গ	১১	খ	১২	গ	১৩	গ	১৪	খ	১৫	গ
	১৬	গ	১৭	গ	১৮	খ	১৯	ক	২০	ঘ	২১	গ	২২	ক	২৩	গ	২৪	ক	২৫	খ	২৬	ক	২৭	গ	২৮	খ	২৯	গ	৩০	ঘ

সৃজনশীল

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমজোড়ের শর্তানুসারে আমরা পাই, $m + n = 7$

এবং $n = 5$

$\therefore m + 5 = 7$

বা, $m = 7 - 5 = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় $(m, n) = (2, 5)$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$A = \{x \in N : 2 < x < 7\}$
$= \{3, 4, 5, 6\}$
$\therefore A' = U \backslash A$
$= \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \backslash \{3, 4, 5, 6\}$
$= \{2, 7, 8\}$

প্রশ্নানুসারে, $C = A' = \{2, 7, 8\}$

$\therefore P(C) = \{\varnothing, \{2\}, \{7\}, \{8\}, \{2, 7\}, \{2, 8\}, \{7, 8\}, \{2, 7, 8\}\}$

এখানে, C এর উপাদান সংখ্যা, $n = 3$ এবং $P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 8 = 2^3 = 2^n$

$\therefore P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $S = \{(a, b) : a \in B, b \in B$ এবং $b = a + 2\}$

এবং $B = \{2, 4, 6, 8\}$

S এ বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $b = a + 2$.

এখন, প্রত্যেক $a \in B$ এর জন্য $b = a + 2$ এর মান নির্ণয় করে একটি তালিকা তৈরি করি।

a	2	4	6	8
b = a + 2	4	6	8	10

যেহেতু, $10 \notin B$, কাজেই $(8, 10) \notin S$

$\therefore S = \{(2, 4), (4, 6) (6, 8)\}$

$\therefore$ ডোমেন $= \{2, 4, 6\}$ **(Ans.)**

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক বামপক্ষ $= \dfrac{3^n - 1}{(\sqrt{3})^n + 1}$

$$= \frac{\{(\sqrt{3})^2\}^n - 1}{(\sqrt{3})^n + 1}$$

$$= \frac{\{(\sqrt{3})^n\}^2 - (1)^2}{(\sqrt{3})^n + 1}$$

$$= \frac{\{(\sqrt{3})^n + 1\}\{(\sqrt{3})^n - 1\}}{\{(\sqrt{3})^n + 1\}}$$

$= (\sqrt{3})^n - 1$

= ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ **(দেখানো হলো)**

খ দেওয়া আছে, $a = 2, b = 3$ এবং $c = 5$

$$\therefore \frac{a^{n+1} . b^{2n-m} . c^{m+n} . (ab)^m}{(ab)^n . (ac)^{m+2} . (bc)^n} \div (5^2)^{-1}$$

$$= \frac{2^{n+1} . 3^{2n-m} . 5^{m+n} . (2 \times 3)^m}{(2 \times 3)^n . (2 \times 5)^{m+2} . (3 \times 5)^n} \div \frac{1}{5^2}$$

$$= \frac{2^{n+1} . 3^{2n-m} . 5^{m+n} . 2^m . 3^m}{2^n . 3^n . 2^{m+2} . 5^{m+2} . 3^n . 5^n} \times 5^2$$

$$= \frac{2^{n+1+m} . 3^{2n-m+m} . 5^{m+n+2}}{2^{n+m+2} . 3^{n+n} . 5^{m+2+n}}$$

$= 2^{n+1+m-n-m-2} . 3^{2n-2n} . 5^{m+n+2-m-n-2}$

$= 2^{-1} . 3^0 . 5^0$

$= \dfrac{1}{2} \times 1 \times 1$

$= \dfrac{1}{2}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $a = 2, b = 3$ এবং $c = 5$

বামপক্ষ $= \dfrac{b \log_{10}\sqrt{b} + b\log_{10}a - b \log_{10}\sqrt{ac}}{\log_{10}\left(\dfrac{ab}{c}\right)} \div \dfrac{3}{2}$

$$= \frac{3\log_{10}\sqrt{3} + 3\log_{10}2 - 3\log_{10}\sqrt{2{\times}5}}{\log_{10}\left(\dfrac{2{\times}3}{5}\right)} \div \frac{3}{2}$$

$$= \frac{\log_{10}(\sqrt{3})^3 + \log_{10}2^3 - \log_{10}(\sqrt{10})^3}{\log_{10}\dfrac{6}{5}} \div \frac{3}{2}$$

$$= \frac{\log_{10}3^{\frac{3}{2}} + \log_{10}2^3 - \log_{10}10^{\frac{3}{2}}}{\log_{10}\dfrac{12}{10}} \div \frac{3}{2}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}\log_{10}3 + 3\log_{10}2 - \frac{3}{2}\log_{10}10}{\log_{10}12 - \log_{10}10} \div \frac{3}{2}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}(\log_{10}3 + 2\log_{10}2 - \log_{10}10)}{\log_{10}(3{\times}2^2) - \log_{10}10} \div \frac{3}{2}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}(\log_{10}3 + 2\log_{10}2 - 1)}{(\log_{10}3 + 2\log_{10}2 - 1)} \div \frac{3}{2} \quad [\because \log_{10}10 = 1]$$

$= \dfrac{3}{2} \div \dfrac{3}{2}$

$= 1$

= ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, l, m ও n ক্রমিক সমানুপাতী

অর্থাৎ, $l : m = m : n$

বা, $\frac{l}{m} = \frac{m}{n}$

$\therefore m^2 = ln$

$\therefore$ ডানপক্ষ $= \frac{l^2 + m^2}{m^2 + n^2}$

$= \frac{l^2 + ln}{ln + n^2}$ [$m^2 = ln$ বসিয়ে]

$= \frac{l(l + n)}{n(l + n)}$

$= \frac{l}{n} =$ বামপক্ষ

$\therefore \frac{l}{n} = \frac{l^2 + m^2}{m^2 + n^2}$. **(দেখানো হলো)**

খ ধরি, $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = k$

$\therefore a = xk, b = yk$ এবং $c = zk$

বামপক্ষ $= \frac{a^3 + b^3 + c^3}{x^3 + y^3 + z^3}$

$= \frac{(xk)^3 + (yk)^3 + (zk)^3}{x^3 + y^3 + z^3}$

$= \frac{x^3k^3 + y^3k^3 + z^3}{x^3 + y^3 + z^3}$

$= \frac{k^3(x^3 + y^3 + z^3)}{(x^3 + y^3 + z^3)} = k^3$

ডানপক্ষ $= \frac{abc}{xyz}$

$= \frac{xk. yk. zk}{xyz}$

$= \frac{k^3 xyz}{xyz}$

$= k^3$

$\therefore \frac{a^3 + b^3 + c^3}{x^3 + y^3 + z^3} = \frac{abc}{xyz}$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $b^2p - 2b + p = 0$

বা, $b^2p + p = 2b$

বা, $p(b^2 + 1) = 2b$

বা, $\frac{b^2 + 1}{2b} = \frac{1}{p}$

বা, $\frac{b^2 + 1 + 2b}{b^2 + 1 - 2b} = \frac{1 + p}{1 - p}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{(b + 1)^2}{(b - 1)^2} = \frac{1 + p}{1 - p}$

বা, $\frac{b + 1}{b - 1} = \frac{\sqrt{1 + p}}{\sqrt{1 - p}}$ [বর্গমূল করে]

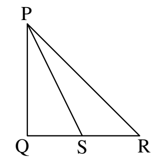
বা, $\frac{b + 1 + b - 1}{b + 1 - b + 1} = \frac{\sqrt{1 + p} + \sqrt{1 - p}}{\sqrt{1 + p} - \sqrt{1 - p}}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2b}{2} = \frac{\sqrt{1 + p} + \sqrt{1 - p}}{\sqrt{1 + p} - \sqrt{1 - p}}$

বা, $b = \frac{\sqrt{1 + p} + \sqrt{1 - p}}{\sqrt{1 + p} - \sqrt{1 - p}}$. **(প্রমাণিত)**

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, ΔPQR এ $\angle PQR = 90°$ এবং QR এর উপর একটি বিন্দু S। P, S যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $PR^2 - PS^2 = QR^2 - QS^2$।



প্রমাণ :

ধাপ-১ : PQR সমকোণী ত্রিভুজে

$PR^2 = PQ^2 + QR^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]

ধাপ-২ : PQS সমকোণী ত্রিভুজে

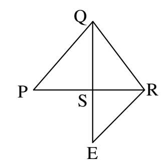
$PS^2 = PQ^2 + QS^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]

ধাপ-৩ : $PR^2 - PS^2 = PQ^2 + QR^2 - PQ^2 - QS^2$

[ধাপ (১) ও ধাপ (২) হতে]

$\therefore PR^2 - PS^2 = QR^2 - QS^2$. **(প্রমাণিত)**

খ মনে করি, ΔPQR-এর PR বাহুর মধ্যবিন্দু S। Q, S যোগ করি।



প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ + QR > 2QS$.

অঙ্কন : QS কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $QS = SE$ হয়। E, R যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ΔQPS এবং ΔERS-এ

$PS = RS$ [$\because$ PR-এর মধ্যবিন্দু S]

$QS = ES$ [অঙ্কন অনুসারে]

$\angle QSP = \angle ESR$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore \Delta QPS \cong \Delta ERS$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore PQ = ER$

আবার, $QE = QS + SE$

ধাপ-২ : এখন, ΔQER-এ

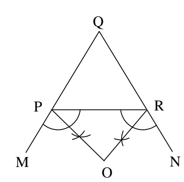
$QR + ER > QE$ [$\because$ ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $QR + PQ > QS + SE$ [(১) থেকে]

বা, $PQ + QR > QS + QS$ [অঙ্কনানুসারে]

$\therefore PQ + QR > 2QS$. **(প্রমাণিত)**

গ ΔPQR এর QP কে M পর্যন্ত এবং QR কে N পর্যন্ত বর্ধিত করি। এতে P ও R বিন্দুতে যথাক্রমে বহিঃস্থ $\angle MPR$ ও বহিঃস্থ $\angle NRP$ উৎপন্ন হয়। $\angle MPR$ ও $\angle NRP$ এর সমদ্বিখণ্ডক PO ও RO পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।



প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle POR = 90° - \frac{1}{2}\angle Q$.

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ΔPQR এর বহিঃস্থ $\angle MPR = \angle Q + \angle R$

[বহিঃস্থ কোণ এর অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

অনুরূপভাবে, $\angle NRP = \angle Q + \angle P$

ধাপ-২ : এখন, ΔPOR এ

$\angle POR + \angle OPR + \angle ORP = 180°$

[$\because$ ত্রিভুজের তিনকোণের সমষ্টি $180°$]

বা, $\angle POR + \frac{1}{2}\angle MPR + \frac{1}{2}\angle NRP = 180°$

বা, $\angle POR + \frac{1}{2}(\angle Q + \angle R) + \frac{1}{2}(\angle Q + \angle P) = 180°$ [(১) হতে]

বা, $\angle POR + \frac{1}{2}(\angle P + \angle Q + \angle R + \angle Q) = 180°$

বা, $\angle POR + \frac{1}{2}(180° + \angle Q) = 180°$ [$\because \angle P + \angle Q + \angle R = 180°$]

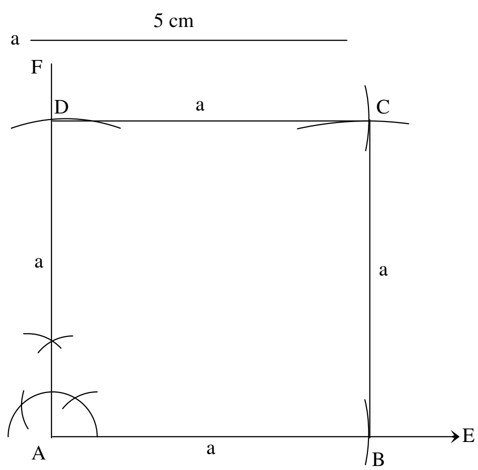
বা, $\angle POR + 90° + \frac{1}{2}\angle Q = 180°$

বা, $\angle POR = 180° - 90° - \frac{1}{2}\angle Q$

$\therefore \angle POR = 90° - \frac{1}{2}\angle Q$. **(প্রমাণিত)**

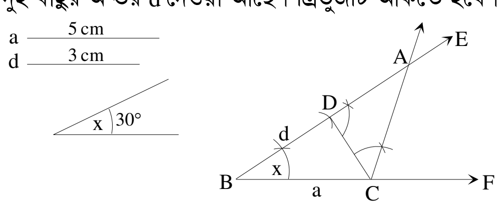
৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



উপরের চিত্রে ABCD ই নির্ণেয় বর্গ।

খ মনে করি, ত্রিভুজের ভূমি a, ভূমি সংলগ্ন সূক্ষ্মকোণ $\angle x$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর d দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

১. যেকোনো একটি রশ্মি BF থেকে ভূমি a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই।

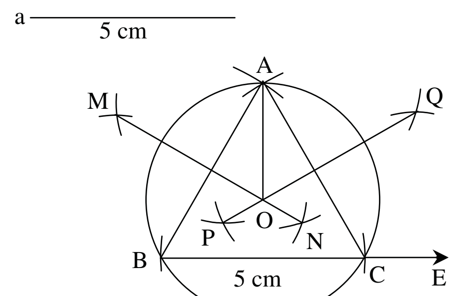
২. BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle CBE$ আঁকি।

৩. BE রশ্মি থেকে d এর সমান BD অংশ কেটে নিই।

৪. C, D যোগ করি। DC রেখাংশের যে পাশে E বিন্দু আছে সেই পাশে C বিন্দুতে $\angle EDC$ এর সমান $\angle DCA$ আঁকি। CA রশ্মি BE রশ্মিকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



মনে করি, একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহু $a = 5$ cm দেওয়া আছে। ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি BE থেকে $a = 5$ cm এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

২. B ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে BC এর একই পাশে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

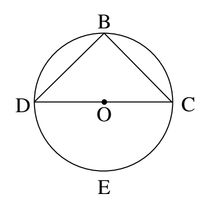
৩. A, B ও A, C যোগ করি। তাহলে ΔABC-ই উদ্দিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ যার পরিবৃত্ত অঙ্কন করতে হবে।

৪. AB ও AC এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে MN ও PQ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. A, O যোগ করি। O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি যা A, B ও C বিন্দু দিয়ে যায়। তাহলে এই বৃত্তটিই উদ্দিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের পরিবৃত্ত।

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক **বিশেষ নির্বচন :** O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে CD একটি ব্যাস এবং $\angle DBC$ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle DBC =$ এক সমকোণ।



অঙ্কন : DC এর যে পাশে B বিন্দু অবস্থিত, তার বিপরীত পাশে বৃত্তের উপর একটি বিন্দু E নিই।

প্রমাণ :

ধাপ-১. DEC চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ

$\angle DBC = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ সরলকোণ $\angle DOC$)

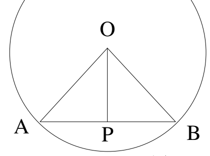
[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

ধাপ-২. কিন্তু সরলকোণ $\angle DOC =$ দুই সমকোণ।

$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2}$ (দুই সমকোণ) $=$ এক সমকোণ।

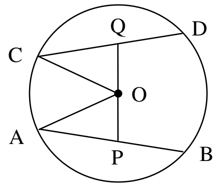
অর্থাৎ, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

খ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $OP \perp AB$ ।
প্রমাণ করতে হবে যে, $AP = BP$.



অঙ্কন : O, A; O, B যোগ করি।
প্রমাণ :
ধাপ-১. $OP \perp AB$ হওয়ায় $\angle OPA = \angle OPB$ = এক সমকোণ
অতএব, ΔOAP ও ΔOBP উভয় সমকোণী ত্রিভুজ [কল্পনা]
ধাপ-২. এখন, ΔOAP ও ΔOBP সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে
$OA = OB$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং $OP = OP$ [সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta OAP \cong \Delta OAP$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]
$\therefore AP = BP$.
অর্থাৎ, P, AB এর মধ্যবিন্দু। **(প্রমাণিত)**

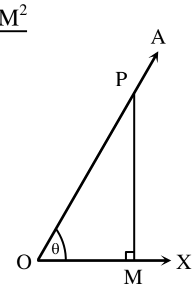
গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তের AB ও CD দুইটি সমান জ্যা। O থেকে AB এবং CD জ্যা এর উপর যথাক্রমে OP এবং OQ লম্ব। O, A এবং O, R যোগ করি।
প্রমাণ করতে হবে যে $OP = OQ$.
প্রমাণ :
ধাপ-১. $OP \perp AB$ ও $OQ \perp CD$.
সুতরাং, $AP = BP$ এবং $CQ = DQ$. [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।]
$\therefore AP = \frac{1}{2} AB$ এবং $CQ = \frac{1}{2} CD$.
ধাপ-২. কিন্তু $AB = CD$
$\therefore AP = CQ$
ধাপ-৩. এখন ΔOAP এবং ΔOCQ সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে [কল্পনা]
অতিভুজ OA = অতিভুজ OC [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং $AP = CQ$ [ধাপ ২]
$\therefore \Delta OAP \cong \Delta OCQ$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]
$\therefore OP = OQ$. **(প্রমাণিত)**

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, $\angle XOA = \theta$ একটি সূক্ষ্মকোণ।
চিত্রানুযায়ী, $\sec^2\theta = (\sec\theta)^2 = \left(\frac{OP}{OM}\right)^2$
$= \frac{OP^2}{OM^2} = \frac{OM^2 + PM^2}{OM^2}$
[OP সমকোণী ΔPOM এর অতিভুজ বলে]
$= \frac{OM^2}{OM^2} + \frac{PM^2}{OM^2}$
$= 1 + \left(\frac{PM}{OM}\right)^2$
$= 1 + (\tan\theta)^2$
$= 1 + \tan^2\theta$
$\therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ **(প্রমাণিত)**

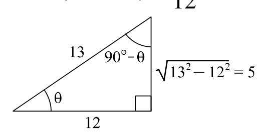


খ দেওয়া আছে, $\cos p + \cot p = x$
এবং $\cot p - \cos p = y$
এখন, $x^2 - y^2 = (\cos p + \cot p)^2 - (\cot p - \cos p)^2$
$= 4 \cot p \cos p$
$= 4\sqrt{\cot^2 p \cos^2 p}$
$= 4\sqrt{\cot^2 p(1 - \sin^2 p)}$
$= 4\sqrt{\cot^2 p - \cot^2 p \, . \sin^2 p}$
$= 4\sqrt{\cot^2 p - \frac{\cos^2 p}{\sin^2 p} \, . \sin^2 p}$
$= 4\sqrt{\cot^2 p - \cos^2 p}$
$= 4\sqrt{(\cot p + \cos p)(\cot p - \cos p)}$
$= 4\sqrt{xy}$
$\therefore$ বামপক্ষ $= \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{xy}} = \frac{4\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}} = 4$ = ডানপক্ষ
অর্থাৎ, $\frac{x^2 - y^2}{\sqrt{xy}} = 4$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,
$2\sin^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$
বা, $2(1 - \cos^2\theta) + 3\cos\theta - 3 = 0$
বা, $2 - 2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$
বা, $-2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 1 = 0$
বা, $2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 1 = 0$ [উভয়পক্ষকে (-1) দ্বারা গুণ করে]
বা, $2\cos^2\theta - 2\cos\theta - \cos\theta + 1 = 0$
বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 1) - 1(\cos\theta - 1) = 0$
বা, $(\cos\theta - 1)(2\cos\theta - 1) = 0$
$\therefore \cos\theta - 1 = 0$ অথবা, $2\cos\theta - 1 = 0$
বা, $\cos\theta = 1$ বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$
বা, $\cos\theta = \cos 0°$ বা, $\cos\theta = \cos 60°$. [$\because \cos 60° = \frac{1}{2}$]
বা, $\theta = 0°$ $\therefore \theta = 60°$
[$\theta = 0°$ গ্রহণযোগ্য নয় কারণ θ সূক্ষ্মকোণ]
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $\theta = 60°$ **(Ans.)**

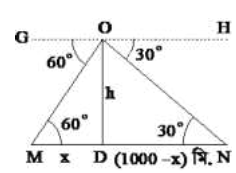
৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\text{cosec}(90° - \theta) = \frac{13}{12}$



প্রদত্ত রাশি $= \sin\theta + \cos\theta = \frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{5 + 12}{13} = \frac{17}{13}$ **(Ans.)**

খ



দেওয়া আছে, O থেকে M ও N এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 30°
সুতরাং, $\angle GOM = 60°$ এবং $\angle HON = 30°$
এবং MN = 1 কিলোমিটার = 1000 মিটার

মনে করি, MD = x মিটার, উচ্চতা, OD = h মিটার

$\therefore$ ND = MN – MD = (1000 – x) মিটার

GO || MD এবং OM ছেদক

$\therefore$ $\angle$OMD = একান্তর $\angle$GOM = 60°

আবার, HO || ND এবং ON ছেদক

$\therefore$ $\angle$OND = একান্তর $\angle$HON = 30°

এখন, সমকোণী ΔOMD- এ $\tan \angle OMD = \frac{OD}{MD}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

$\therefore h = \sqrt{3}x$ .... (i)

আবার, $\tan \angle OND = \frac{OD}{ND}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{1000 - x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{1000 - x}$

বা, $1000 - x = \sqrt{3}h$

বা, $1000 - x = \sqrt{3} . \sqrt{3}x$ [(i) নং সমীকরণ থেকে]

বা, $1000 - x = 3x$

বা, $3x + x = 1000$

বা, $4x = 1000$

$\therefore$ x = 250 মিটার

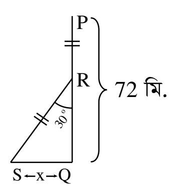
সুতরাং, $h = \sqrt{3} \times 250 = 250\sqrt{3}$ মিটার = 433.013 মিটার (প্রায়)

$\therefore$ উচ্চতা OD = 433.013 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ চিত্রানুসারে, PQ = 72 মি., QS = x মি.

ধরি, PR = RS = y মি.

$\therefore$ QR = PQ – PR = (72 – y) মি.



$\therefore$ ΔQRS-এ, $\sin 30° = \frac{QS}{RS}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{x}{y}$

$\therefore$ y = 2x মি.

আবার, $\tan 30° = \frac{QS}{QR}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{72 - y}$

বা, $\sqrt{3}x = 72 - 2x$ [y এর মান বসিয়ে]

বা, $\sqrt{3}x + 2x = 72$

বা, $x(2 + \sqrt{3}) = 72$

বা, $x = \frac{72}{2 + \sqrt{3}}$

$\therefore$ x = 19.29 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা = 12 সে.মি.

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = \frac{12}{3}$ সে.মি.

= 4 সে.মি.

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 4\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

খ মনে করি, সিলিন্ডারের উচ্চতা = h সে.মি.

প্রশ্নমতে,

সিলিন্ডারের ভূমির ব্যাসার্ধ, r = বৃত্তের ব্যাসার্ধ = 5 সে.মি.

দেওয়া আছে,

সিলিন্ডারের আয়তন = 150 π ঘন সে.মি.

$\therefore \pi r^2 h = 150\pi$

বা, $h = \frac{150\pi}{\pi \times (5)^2}$

বা, $h = \frac{150\pi}{25\pi}$

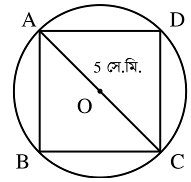
$\therefore h = 6$

$\therefore$ সিলিন্ডারটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi rh$ বর্গ সে.মি.

$= 2 \times 3.1416 \times 5 \times 6$

= 188.496 বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তের ব্যাসার্ধ, r = 5 সে.মি.



$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi \times 5^2$ বর্গ সে.মি.

$= 3.1416 \times 25$ বর্গ সে.মি.

= 78.54 বর্গ সে.মি.

এখানে, বৃত্তে অন্তর্লিখিত ABCD বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = বৃত্তের ব্যাস = 2 × 5 সে.মি. = 10 সে.মি.

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{10}{\sqrt{2}}$ সে.মি.

$= \frac{5\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ সে.মি.

$= 5\sqrt{2}$ সে.মি.

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (5\sqrt{2})^2$ বর্গ সে.মি. = 50 বর্গ সে.মি.

অতএব, বৃত্তটির ক্ষেত্রফল ও ঐ বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গের ক্ষেত্রফলের পার্থক্য = (78.54 – 50) বর্গ সে.মি.

= 28.54 বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের ক্রমানুসারে সাজিয়ে পাই,

37, 42, 45, 47, 50, 52, 53, 55, 55, 57, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 70, 70, 70, 70, 72, 73, 74, 75, 78, 82, 85, 87, 95

এখানে, 70 সংখ্যাটি সর্বোচ্চ 4 বার, 55 সংখ্যাটি 2 বার এবং বাকি সংখ্যাগুলো 1 বার করে আছে।

$\therefore$ প্রদত্ত উপাত্তের প্রচুরক 70. **(Ans.)**

খ এখানে, সর্বোচ্চ নম্বর 95 এবং সর্বনিম্ন নম্বর 37

$\therefore$ পরিসর = (95 – 37) + 1

= 58 + 1

= 59

শ্রেণিব্যাপ্তি 10 ধরে শ্রেণিসংখ্যা $= \frac{59}{10} = 5.9 \approx 6$

নিম্নে মধ্যক নির্ণয়ের জন্য ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
36 – 45	III	3	3
46 – 55	~~IIII~~ I	6	9
56 – 65	~~IIII~~ II	7	16
66 – 75	~~IIII~~ IIII	9	25
76 – 85	III	3	28
86 – 95	II	2	30
		n = 30	

এখানে, $n = 30 \therefore \frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$

অর্থাৎ, মধ্যক 15 তম পদ যা (56 – 65) শ্রেণিতে অবস্থিত।

$\therefore$ মধ্যক শ্রেণি হলো (56 – 65).

$\therefore L = 56, F_C = 9, f_m = 7, h = 10$

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_C\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 56 + (15 - 9) \times \frac{10}{7}$$

$$= 56 + \frac{6 \times 10}{7}$$

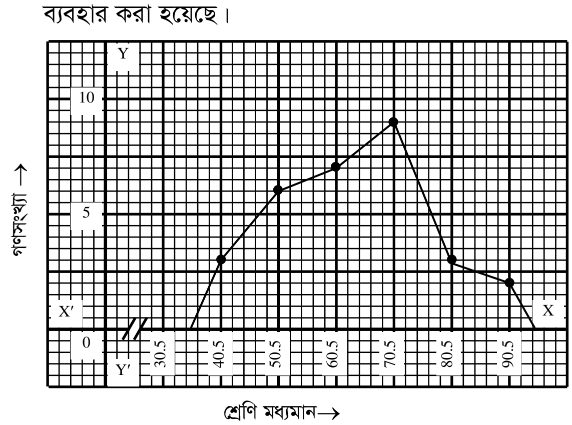
$$= 56 + 8.57$$

$$= 64.57 \textbf{ (Ans.)}$$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনী সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা
36 – 45	40.5	3
46 – 55	50.5	6
56 – 65	60.5	7
66 – 75	70.5	9
76 – 85	80.5	3
86 – 95	90.5	2
		n = 30

x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যমানের 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর 2 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 30.5 পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বিদ্যমান বোঝাতে ছেদ চিহ্ন (–//–) ব্যবহার করা হয়েছে।



১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 20 আছে (60 – 64) শ্রেণিতে।

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণি (60 – 64)।

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{60 + 64}{2} = \frac{124}{2} = 62$ **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45 – 49	4	4
50 – 54	8	12
55 – 59	10	22
60 – 64	20	42
65 – 69	12	54
70 – 75	6	60
	n = 60	

এখানে, $n = 60 \quad \therefore \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 30তম পদের মান। 30 তম পদের অবস্থান হবে (60 – 64) শ্রেণিতে। সুতরাং মধ্যক শ্রেণি হলো (60 – 64)।

সুতরাং $L = 60, F_c = 22, f_m = 20, h = 5$

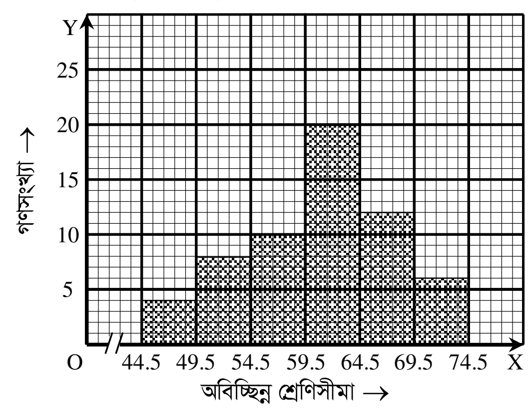
$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} = 60 + (30 - 22) \times \frac{5}{20}$$

$$= 60 + \frac{40}{20} = 62 \textbf{ (Ans.)}$$

গ আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
45 – 49	44.5 – 49.5	4
50 – 54	49.5 – 54.5	8
55 – 59	54.5 – 59.5	10
60 – 64	59.5 – 64.5	20
65 – 69	64.5 – 69.5	12
70 – 74	69.5 – 74.5	6

ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি সীমার এক একক এবং y অক্ষ বরাবর প্রতি বাহু দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার এক একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 44.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



মডেল টেস্ট- ০৭

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর																														
	১	খ	২	ক	৩	গ	৪	ক	৫	গ	৬	ক	৭	গ	৮	খ	৯	গ	১০	ক	১১	খ	১২	গ	১৩	ক	১৪	ঘ	১৫	খ
	১৬	খ	১৭	গ	১৮	ক	১৯	খ	২০	গ	২১	ক	২২	খ	২৩	খ	২৪	গ	২৫	খ	২৬	গ	২৭	ঘ	২৮	ক	২৯	ক	৩০	গ

সৃজনশীল

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $M = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x \leq 6\}$

$= \{2, 3, 5\}$

এবং $N = \{2, 4, 6\}$

যেহেতু, '2' উপাদানটি M ও N উভয় সেটেই বিদ্যমান, সেহেতু M ও N সেটদ্বয় পরস্পর নিচ্ছেদ সেট নয়। **(দেখানো হলো)**

খ এখানে, $M = \{2, 3, 5\}$ ['ক' হতে]

$N = \{2, 4, 6\}$

$\therefore M \cup N = \{2, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\}$

$= \{2, 3, 4, 5, 6\}$

সুতরাং, $M/N = \{2, 3, 5\} \setminus \{2, 4, 6\}$

$= \{3, 5\}$

$N \setminus M = \{2, 4, 6\} \cap \{2, 3, 5\}$

$= \{4, 6\}$

$M \cap N = \{2, 3, 5\} \cap \{2, 4, 6\}$

$= \{2\}$

$\therefore (M \setminus N) \cup (N \setminus M) \cup (M \cap N) = \{3, 5\} \cup \{4, 6\} \cup \{2\}$

$= \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$\therefore M \cup N = (M \setminus N) \cup (N \setminus M) \cup (M \cap N)$. **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $R = \{(x, y) : x \in M, y \in N$ এবং $y = 2x\}$

যেখানে, $M = \{2, 3, 5\}$ ['ক' হতে]

$N = \{2, 4, 6\}$

এবং R বর্ণনাকারী সমীকরণ, $y = 2x$

প্রত্যেক $x \in M$ এর জন্য সংশ্লিষ্ট y এর মান নির্ণয় করি:

x	2	3	5
y	4	6	10

এখানে, $10 \notin N \therefore (5, 10) \notin R$

$\therefore R = \{(2, 4), (3, 6)\}$

$\therefore$ ডোমেন $R = \{2, 3\}$ **(Ans.)**

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ জোট : $\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 10 \\ 2x - 3y = -2 \end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{-3}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{10}{-2} = -5$

আমরা পাই, $\frac{3}{2} \neq \frac{2}{-3}$

অতএব, সমীকরণ জোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণ জোটটির একটি মাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

খ দেওয়া আছে,

$3x + 2y = 10$ বা, $3x + 2y - 10 = 0$ ... ... (i)

$2x - 3y = -2$ বা, $2x - 3y + 2 = 0$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) এ আড়গুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{4 - 30} = \frac{y}{-20 - 6} = \frac{1}{-9 - 4}$$

বা, $\frac{x}{-26} = \frac{y}{-26} = \frac{1}{-13}$

$\therefore \frac{x}{-26} = \frac{1}{-13}$

বা, $x = \frac{-26}{-13} = 2$

এবং $\frac{y}{-26} = \frac{1}{-13}$

বা, $y = \frac{-26}{-13} = 2$

$\therefore (3x, 3y) = (3.2, 3.2) = (6, 6)$ **(Ans.)**

গ প্রদত্ত সমীকরণ জোট : $3x + 2y = 10$ ... ... (i)

$2x - 3y = -2$ ... ... (ii)

(i)নং সমীকরণ হতে পাই,

$3x + 2y = 10$ বা, $2y = 10 - 3x \quad \therefore y = \frac{10 - 3x}{2}$

এখন, সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে, y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	– 2	0	2
y	8	5	2

আবার (ii)নং সমীকরণ হতে পাই,

$2x - 3y = -2$ বা, $3y = 2 + 2x \therefore y = \frac{2 + 2x}{3}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	– 1	2	5
y	0	2	4

এখন, ছক কাগজের XOX′ বরাবর X-অক্ষ এবং YOY′ বরাবর Y-অক্ষ এবং O মুলবিন্দু নিই। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 2 বাহুর দৈর্ঘ্যেকে একক ধরি।

ছক কাগজে সমীকরণ (i) নং হতে প্রাপ্ত $(-2, 8), (0, 5)$ ও $(2, 2)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও পরপর বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা।

একইভাবে সমীকরণ (ii) নং হতে প্রাপ্ত $(-1, 0), (2, 2)$ ও $(5, 4)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে পরস্পর যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা যা পূর্বের সরলরেখাকে P বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে পাই, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 2)

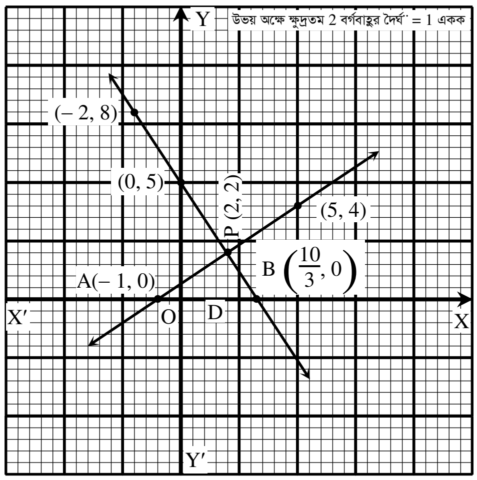
সরলরেখাদ্বয় x-অক্ষের সাথে PAB ত্রিভুজ গঠন করেছে।

ছক কাগজ থেকে পাই,

ΔPAB এর ভূমি, $AB = \frac{10}{3} - (-1) = \frac{13}{3}$

এবং উচ্চতা, $PD = 2$ একক

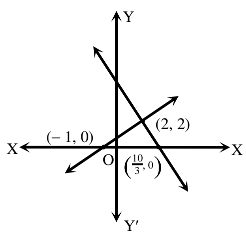
$\therefore$ ΔPAB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \frac{13}{3} \times 2 = \frac{13}{3}$ বর্গ একক **(Ans.)**



বিকল্প সমাধান :

'খ' হতে,

রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু (2, 2)



(i) নং হতে, $3x + 2y = 10$

$\therefore \frac{x}{\frac{10}{3}} + \frac{y}{5} = 1$

$\therefore$ রেখাটি x অক্ষকে $\left(\frac{10}{3}, 0\right)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

(ii) নং হতে,

$2x - 3y = -2$

বা, $\frac{\frac{x}{-2}}{2} + \frac{\frac{y}{-2}}{-3} = 1$

$\therefore \frac{x}{(-1)} + \frac{y}{\left(\frac{2}{3}\right)} = 1$

$\therefore$ রেখাটি x অক্ষকে $(-1, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

x অক্ষের সাথে (2, 2), (− 1, 0) ও $\left(\frac{10}{3}, 0\right)$ বিন্দুগুলো ত্রিভুজ গঠন করে।

$\therefore$ নির্ণেয় ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1 & \frac{10}{3} & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গএকক

$= \frac{1}{2}\left(-0 + \frac{20}{3} + 0 - 0 - 0 + 2\right)$ বর্গএকক

$= \frac{1}{2}\left(\frac{20}{3} + 2\right)$ বর্গএকক

$= \left(\frac{10}{2} + 1\right)$ বর্গএকক

$= \frac{13}{3}$ বর্গএকক **(Ans.)**

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা : $7 + 13 + 19 + \ldots\ldots$

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 7$

সাধারণ অন্তর, $d = 13 - 7 = 6$

$\therefore$ ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

আমরা জানি, সমান্তর ধারার nতম পদ $= a + (n-1)d$

$\therefore$ 15তম পদ $= 7 + (15 - 1) \times 6$

$= 7 + 14 \times 6 = 91$ **(Ans.)**

খ প্রদত্ত ধারা : $11 + 9 + 7 + \ldots\ldots$

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 11$

সাধারণ অন্তর, $d = 9 - 11 = -2$

দেওয়া আছে, ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= -133$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\} = -133$

বা, $\frac{n}{2}\{2 \times 11 + (n-1)(-2)\} = -133$

বা, $\frac{n}{2}(22 - 2n + 2) = -133$

বা, $n(12 - n) = -133$

বা, $12n - n^2 = -133$

বা, $n^2 - 12n - 133 = 0$

বা, $n^2 - 19n + 7n - 133 = 0$

বা, $n(n - 19) + 7(n - 19) = 0$

বা, $(n - 19)(n + 7) = 0$

হয়, $n - 19 = 0$ অথবা, $n + 7 = 0$

$\therefore n = 19 \qquad \therefore n = -7$

n এর ঋণাত্মক মান সম্ভব নয়।

$\therefore$ n এর মান 19 **(Ans.)**

গ মনে করি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ $= a$

সাধারণ অনুপাত $= r$

$\therefore$ nতম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ তৃতীয় পদ $= ar^{3-1} = ar^2$

এবং অষ্টম পদ $= ar^{8-1} = ar^7$

শর্তমতে, $ar^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .... (i)

এবং $ar^7 = \frac{4\sqrt{2}}{27}$ .... (ii)

(ii) নং কে (i) নং দিয়ে ভাগ করে পাই,

$\frac{ar^7}{ar^2} = \frac{\frac{4\sqrt{2}}{27}}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$

বা, $r^5 = \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}}$

বা, $r^5 = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^5$

$\therefore r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

r এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$a\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

বা, $a.\frac{2}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $a = \frac{3}{2\sqrt{3}}$

$\therefore a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ ধারাটির পঞ্চম পদ $= ar^{5-1}$

$= ar^4$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^4$

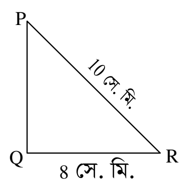
$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4}{9}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{9}$ **(Ans.)**

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, ΔPQR এ $\angle Q =$ এক সমকোণ,

PR = 10 সে. মি. এবং QR = 8 সে. মি.



PQR সমকোণী ত্রিভুজে

$PQ^2 + QR^2 = PR^2$

[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $PQ^2 + 8^2 = (10)^2$

বা, $PQ^2 + 64 = 100$

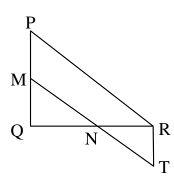
বা, $PQ^2 = 100 - 64 = 36$

বা, $PQ = \sqrt{36}$

$\therefore$ PQ = 6 সে. মি.

$\therefore$ PQ এর দৈর্ঘ্য 6 সে. মি.।

খ মনে করি, ΔPQR এ $\angle Q =$ এক সমকোণ, PQ ও QR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N। M, N যোগ করি।



প্রমাণ করতে হবে যে, M ও N এর সংযোজক রেখাংশ MN এর দৈর্ঘ্য, PR এর দৈর্ঘ্যের অর্ধেকের সমান অর্থাৎ $MN = \frac{1}{2}PR$।

অঙ্কন : MN কে T পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন MN = NT হয়। T এবং R যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ΔQMN এবং ΔRTN এর মধ্যে

MN = NT [অঙ্কনানুসারে]

QN = RN [$\because$ PR এর মধ্যবিন্দু N]

এবং $\angle QNM = \angle RNT$ [বিপ্রতীপ কোণ]

সুতরাং $\Delta QMN \cong \Delta RTN$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

সুতরাং QM = RT এবং $\angle MQN = \angle TRN$

আবার, M, PQ এর মধ্যবিন্দু বলে PM = QM

ফলে, PM = RT

আবার, $\angle MQN =$ একান্তর $\angle TRN$ বলে

$QM \parallel RT$ বা $PQ \parallel RT$

অর্থাৎ $PM \parallel RT$

ধাপ-২ : এখন, PRTM চতুর্ভুজে PM ও RT পরস্পর সমান ও সমান্তরাল বলে MT ও PR পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হবে।

সুতরাং $MT \parallel PR$

এবং MT = PR

বা, MN + NT = PR [$\because$ MT = MN + NT]

বা, MN + MN = PR [$\because$ NT = MN]

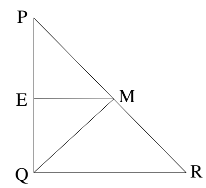
বা, 2MN = PR

$\therefore MN = \frac{1}{2}PR$. **(প্রমাণিত)**

গ মনে করি, ΔPQR এ $\angle Q =$ এক সমকোণ এবং PR বাহুর মধ্যবিন্দু M। Q, M যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, QM = MR = PM।

অঙ্কন : PQ এর মধ্যবিন্দু E নিই। E, M যোগ করি।



প্রমাণ :

ধাপ ১ : PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও M।

$\therefore$ PE = QE

এবং PM = MR

E ও M এর সংযোজক রেখাংশ M।

$\therefore EM \parallel QR$

[$\because$ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল]

যেহেতু $QR \perp PQ$

সেহেতু $EM \perp PQ$

$\therefore \Delta PEM$ ও ΔQEM উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।

ধাপ-২ : ΔPEM ও ΔQEM এ

PE = QE [ধাপ (১) হতে]

$\angle PEM = \angle QEM$ [উভয়ে সমকোণ]

এবং EM = EM [সাধারণ বাহু]

$\therefore \Delta PEM \cong \Delta QEM$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

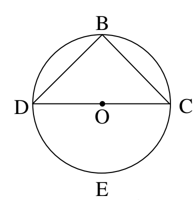
$\therefore$ PM = QM

$\therefore$ QM = MR = PM [ধাপ (১) হতে]

অতএব, QM = MR = PM **(প্রমাণিত)**

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক **বিশেষ নির্বচন :** O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে CD একটি ব্যাস এবং $\angle DBC$ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।



প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle DBC =$ এক সমকোণ।

অঙ্কন : DC এর যে পাশে B বিন্দু অবস্থিত, তার বিপরীত পাশে বৃত্তের উপর একটি বিন্দু E নিই।

প্রমাণ :

ধাপ-১. DEC চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ

$\angle DBC = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ সরলকোণ $\angle DOC$)

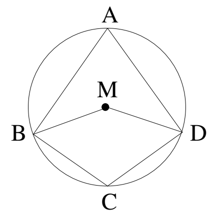
[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

ধাপ-২. কিন্তু সরলকোণ $\angle DOC =$ দুই সমকোণ।

$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2}$ (দুই সমকোণ) = এক সমকোণ।

অর্থাৎ, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, M কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BAD + \angle BCD = 180°$.

অঙ্কন : M, D এবং M, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : একই চাপ BAD এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle BMD = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle BCD$)

[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

অর্থাৎ, প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle BMD = 2\angle BCD$

ধাপ-২ : আবার, একই চাপ BCD এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle BMD = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle BAD$) [একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

অর্থাৎ $\angle BMD = 2\angle BAD$

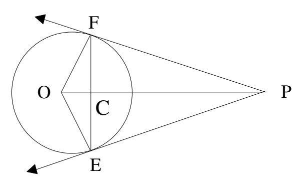
$\therefore \angle BMD +$ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle BMD = 2(\angle BCD + \angle BAD)$

কিন্তু $\angle BMD +$ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle QMD =$ চার সমকোণ

$\therefore\ 2(\angle BCD + \angle BAD) =$ চার সমকোণ

$\therefore \angle BAD + \angle BCD =$ দুই সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু P থেকে অঙ্কিত দুইটি স্পর্শক PE ও PF বৃত্তকে E ও F বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। E, F যোগ করায় EF স্পর্শ-জ্যা পাওয়া গেল। P, O যোগ করা হলো। OP সরলরেখা স্পর্শ-জ্যা EF কে C বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, OP স্পর্শ-জ্যা EF এর লম্বদ্বিখণ্ডক।

অঙ্কন : O, E এবং O, F যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু P থেকে PE এবং PF দুটি স্পর্শক।

$\therefore\quad PE = PF$

[$\because$ বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান]

ধাপ-২ : এখন, ΔOEP এবং ΔOFP-এ,

$PE = PF$

$OE = OF$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং OP উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু।

$\therefore \Delta OEP \cong \Delta OFP$ [ত্রিভুজদ্বয়ের তিনটি অনুরূপ বাহু পরস্পর সমান]

সুতরাং, $\angle EOP = \angle FOP$

অর্থাৎ, $\angle EOC = \angle FOC$ ....(i)

ধাপ-৩ : এখন, ΔOEC এবং ΔOFC-এ,

$OE = OF$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

OC উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle EOC =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle FOC$ [(i) নং থেকে পাই]

$\therefore \Delta OEC \cong \Delta OFC$

[উভয় ত্রিভুজের দুটি অনুরূপ বাহু এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণদ্বয় সমান]

$\therefore EC = FC$ ....(ii)

এবং $\angle OCE = \angle OCF$

ধাপ-৪ : কিন্তু, এরা রৈখিক যুগল কোণ বলে প্রত্যেকেই সমকোণ।

$\therefore \angle OCE = \angle OCF = 1$ সমকোণ

অর্থাৎ, $OP \perp EF$ ....(iii)

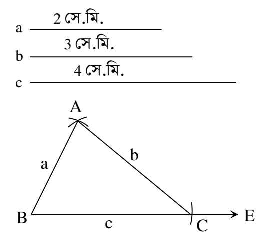
ধাপ-৫ : (ii) নং এবং (iii) নং থেকে পাই,

$EC = FC$ অর্থাৎ C স্পর্শ-জ্যা EF এর মধ্যবিন্দু এবং $OP \perp$ স্পর্শ-জ্যা EF.

$\therefore$ OP স্পর্শ-জ্যা EF-এর লম্বসমদ্বিখণ্ডক। **(প্রমাণিত)**

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



দেওয়া আছে, ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $a = 2$ সে.মি., $b = 3$ সে.মি. এবং $c = 4$ সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

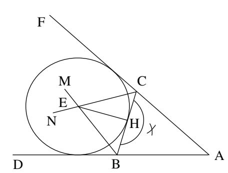
১. যে কোনো রশ্মি BE থেকে c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BC অংশ কেটে নিই।

২. BC রেখাংশের B ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে B ও C এর একই পাশে দুটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপ দুটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করেছে।

৩. A, B ও A, C যোগ করি।

তাহলে, ΔABC-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

খ



মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ। এর বহির্বৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজের একটি বাহুকে এবং অপর দুই বাহুর বর্ধিতাংশকে স্পর্শ করে।

অঙ্কন :

১. AB ও AC বাহুদ্বয়কে যথাক্রমে D ও F পর্যন্ত বর্ধিত করি।

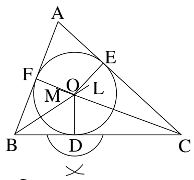
২. $\angle DBC$ ও $\angle FCB$ এর সমদ্বিখণ্ডক BM এবং CN আঁকি। মনে করি, E তাদের ছেদবিন্দু।

৩. E থেকে BC এর ওপর EH লম্ব আঁকি এবং মনে করি, তা BC কে H বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. E কে কেন্দ্র করে EH এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

তাহলে, এই বৃত্তটিই নির্ণেয় বহির্বৃত্ত।

গ



দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের AB = 2 সে.মি., AC = 3 সে.মি. এবং BC = 4 সে.মি.। এর অন্তর্বৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ, ΔABC এর ভেতরে এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা BC, CA ও AB বাহু তিনটির প্রত্যেকটিকে স্পর্শ করে।

অঙ্কন :

১. $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে BL ও CM আঁকি। মনে করি, তারা O বিন্দুতে ছেদ করে।

২. O থেকে BC এর উপর OD লম্ব আঁকি এবং মনে করি, তা BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. O কে কেন্দ্র করে OD এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

তাহলে, এ বৃত্তটিই নির্ণেয় অন্তর্বৃত্ত।

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan 9x = \cot 9x$

বা, $\dfrac{\sin 9x}{\cot 9x} = \dfrac{\cot 9x}{\sin 9x}$

বা, $\sin^2 9x = \cos^2 9x$

বা, $\sin^2 9x = 1 - \sin^2 9x$

বা, $2\sin^2 9x = 1$

বা, $\sin^2 9x = \dfrac{1}{2}$

বা, $\sin 9x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\sin 9x = \sin 45°$

বা, $9x = 45°$

বা, $x = \dfrac{45°}{9}$

$\therefore\ x = 5°$

$\therefore$ নির্ণেয় মান 5°।

খ দেওয়া আছে, $\cos B = \sqrt{3}\sin B$

বা, $\dfrac{\cos B}{\sin B} = \sqrt{3}$

বা, $\cot B = \sqrt{3}$

বা, $\dfrac{1}{\tan B} = \sqrt{3}$

$\therefore\ \tan B = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= \dfrac{\operatorname{cosec}^2 B - \sec^2 B}{\sec^2 B + \operatorname{cosec}^2 B}$

$= \dfrac{(1 + \cot^2 B) - (1 + \tan^2 B)}{(1 + \cot^2 B) + (1 + \tan^2 B)}$ $\left[\because \operatorname{cosec}^2 B = 1 + \cot^2 B \text{ এবং } \sec^2 B = 1 + \tan^2 B\right]$

$= \dfrac{\left\{1 + (\sqrt{3})^2\right\} - \left\{1 + \left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right\}}{\left\{1 + (\sqrt{3})^2\right\} + \left\{1 + \left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right\}}$ $\left[\because \tan B = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \text{ এবং } \cot B = \sqrt{3}\right]$

$= \dfrac{(1 + 3) - \left(1 + \dfrac{1}{3}\right)}{(1 + 3) + \left(1 + \dfrac{1}{3}\right)}$

$= \dfrac{1 + 3 - 1 - \dfrac{1}{3}}{1 + 3 + 1 + \dfrac{1}{3}} = \dfrac{3 - \dfrac{1}{3}}{5 + \dfrac{1}{3}}$

$= \dfrac{\dfrac{9 - 1}{3}}{\dfrac{15 + 1}{3}} = \dfrac{\dfrac{8}{3}}{\dfrac{16}{3}}$

$= \dfrac{8}{3} \times \dfrac{3}{16} = \dfrac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \dfrac{1}{2}$. **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

$\sqrt{2} - \sin P = \cos P$

বা, $\sin P = \sqrt{2} - \cos P$

বা, $\sin^2 P = (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2}\cos P + \cos^2 P$ [বর্গ করে]

বা, $\sin^2 P = 2 - 2\sqrt{2}\cos P + \cos^2 P$

বা, $1 - \cos^2 P = 2 - 2\sqrt{2}\cos P + \cos^2 P$

বা, $2\cos^2 P - 2\sqrt{2}\cos P + 1 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos P)^2 - 2\sqrt{2}\cos P \,.\, 1 + 1^2 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos P - 1)^2 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos P - 1 = 0$

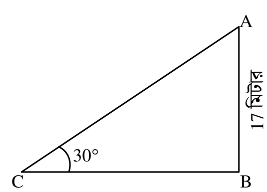
বা, $\cos P = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\cos P = \cos 45°$

$\therefore\ P = 45°$ **(Ans.)**

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, মিনারটির পাদবিন্দু B, ভূতলের নির্দিষ্ট বিন্দু C এবং শীর্ষবিন্দু A। সুতরাং মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য = BC, AB = 17 মিটার এবং C বিন্দুতে শীর্ষবিন্দু A এর উন্নতি $\angle ACB = 30°$.

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\tan \angle ACB = \dfrac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

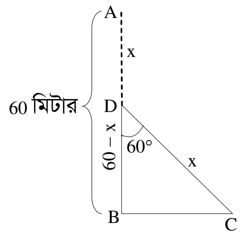
বা, $\tan 30° = \dfrac{AB}{BC}$

বা, $\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{17}{BC}$

বা, $BC = 17\sqrt{3} = 17 \times 1.73205 = 29.44$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য 29.44 মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

খ মনে করি, গাছটির দৈর্ঘ্য $AB = 60$ মিটার।



ধরি, গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য, $AD = CD = x$ মিটার

$\therefore BD = AB - AD = 60 - x$

$\angle BDC = 60°$

এখন, ΔBDC এ

$\cos \angle BDC = \frac{BD}{CD}$

বা, $\cos 60° = \frac{60 - x}{x}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{60 - x}{x}$

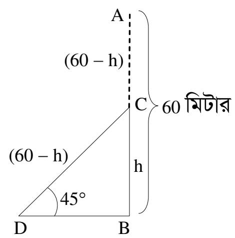
বা, $x = 120 - 2x$

বা, $3x = 120$

$\therefore x = 40$

$\therefore$ গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য 40 মিটার **(Ans.)**

গ



মনে করি, গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য, $AB = 60$ মিটার এবং দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য, $BC = h$ মিটার। ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য, $AC = CD = (60 - h)$ মিটার। ভাঙা অংশ ভূমির সাথে $45°$ কোণ উৎপন্ন করে। অর্থাৎ $\angle CDB = 45°$।

এখন, ΔBCD-এ, $\sin \angle CDB = \frac{BC}{CD}$

বা, $\sin 45° = \frac{h}{60 - h}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{60 - h}$

বা, $h\sqrt{2} = 60 - h$

বা, $h\sqrt{2} + h = 60$

বা, $h(\sqrt{2} + 1) = 60$

বা, $h = \frac{60}{\sqrt{2} + 1}$

$\therefore h = 24.85$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ গাছটির দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য 24.85 মিটার (প্রায়)।

<u>৯নং প্রশ্নের সমাধান</u>

ক আমরা জানি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে বৃত্তের ব্যাস $= 2r$

এবং বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$

প্রশ্নমতে, $2\pi r - 2r = 66$

বা, $2r(\pi - 1) = 66$

বা, $2r = \frac{66}{\pi - 1}$

বা, $r = \frac{66}{2(\pi - 1)}$

$\therefore r = 15.41$

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ 15.41 সে. মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ মনে করি, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ $= x$ মিটার

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= 3x$ মিটার

এবং আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= 3x^2$ মিটার

প্রশ্নমতে, $3x^2 = 1200$

বা, $x^2 = 400$

$\therefore x = 20$

অর্থাৎ, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ $= 20$ মিটার

দৈর্ঘ্য $= 3 \times 20 = 60$ মিটার

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $= 2$ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

$= 2\ (60 + 20)$ মিটার

$= 160$ মিটার

অতএব, বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা $= 160$ মিটার

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের একবাহুর দৈর্ঘ্য $= (160 \div 4) = 40$ মিটার

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= (40)^2$ বর্গমিটার

$= 1600$ বর্গমিটার

আবার, পাথরের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $= 50$ সে.মি. $= 0.5$ মিটার

একটি পাথরের ক্ষেত্রফল $= (0.5)^2$ বর্গমিটার

$= 0.25$ বর্গমিটার

সুতরাং মোট পাথর লাগবে $(1600 \div 0.25)$ টি $= 6400$ টি

আবার,

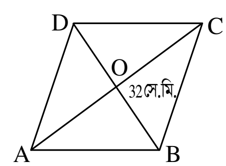
প্রতিটি পাথরের মূল্য 25 টাকা হলে বর্গক্ষেত্রটি বাঁধতে মোট খরচ হবে $= (6400 \times 25)$ টাকা

$= 160000$ টাকা

অর্থাৎ, মোট পাথর লাগবে 6400 টি

এবং মোট খরচ হবে 160000 টাকা **(Ans.)**

গ মনে করি, ABCD একটি রম্বস এবং AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।



অর্থাৎ, রম্বসের একটি কর্ণ,

$AC = 32$ সে. মি. এবং রম্বসের

পরিসীমা $= 80$ সে.মি

$\therefore$ এক বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{80}{40} = 20$ সে. মি.

যেহেতু রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

সুতরাং, $OA = \frac{32}{2} = 16$ সে. মি

এখন AOD সমকোণী ত্রিভুজে

$OA = 16$ সে. মি., $AD = 20$ সে. মি.

এখন, $AD^2 = OA^2 + OD^2$ [AD অতিভুজ]

বা, $OD^2 = AD^2 - OA^2$

বা, $OD^2 = 20^2 - 16^2 = 400 - 256 = 144$

$\therefore OD = 12$

$\therefore$ কর্ণ $BD = 2 \times OD = 2 \times 12 = 24$ সে. মি.

এখানে, $AC = 32$ সে. মি

$BD = 24$ সে. মি

অতএব রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AC \times BD$

$= \frac{1}{2} \times 32 \times 24 = 384$ বর্গ সে. মি.

$\therefore$ রম্বসের অপর কর্ণ 24 সে.মি. এবং ক্ষেত্রফল 384 বর্গ সে.মি.

(Ans.)

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক সারণি থেকে দেখা যায় (48 – 53) শ্রেণিতে গণসংখ্যা 25 যা সর্বাধিক।

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণি (48 – 53)

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{48 + 53}{2} = \frac{101}{2} = 50.5$ **(Ans.)**

খ

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
30 – 35	32.5	3	– 3	– 9
36 – 41	38.5	10	– 2	– 20
42 – 47	44.5	18	– 1	– 18
48 – 53	50.5 ← a	25	0	0
54 – 59	56.5	8	1	8
60 – 65	62.5	6	2	12
		n = 70		$\Sigma f_iu_i = -27$

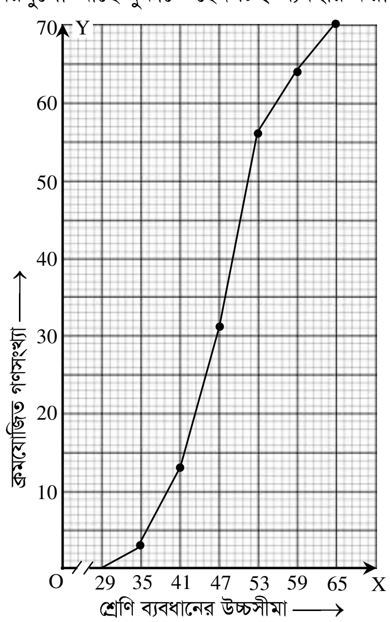
$\therefore$ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_iu_i}{n} \times h = 50.5 + \frac{(-27)}{70} \times 6$

$= 50.5 - 2.314 = 48.186$ **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কন :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
30 – 35	3	3
36 – 41	10	13
42 – 47	18	31
48 – 53	25	56
54 – 59	8	64
60 – 65	6	70

এখন, x অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 5 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 6 একক এবং y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 29 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্র

প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

এখানে, L = যে শ্রেণিতে প্রচুরক অবস্থিত তার নিম্নসীমা

f_1 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা – পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা

f_2 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা – পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা

h = শ্রেণি ব্যাপ্তি

খ প্রদত্ত উপাত্তসমূহের সর্বোচ্চ নম্বর = 99

এবং সর্বনিম্ন নম্বর = 50

$\therefore$ পরিসর = (99 – 50) + 1 = 50

$\therefore$ শ্রেণি ব্যবধান 10 ধরে শ্রেণি সংখ্যা $= \frac{50}{10} = 5$টি

গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা f_i	মধ্যবিন্দু x_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
50 – 59	|||	3	54.5	– 2	– 6
60 – 69	~~||||~~		6	64.5	– 1	– 6
70 – 79	~~||||~~ ||||	9	74.5 → a	0	0
80 – 89	~~||||~~ ||||	9	84.5	1	9
90 – 99	|||	3	94.5	2	6
		n = 30			$\Sigma f_iu_i = 3$

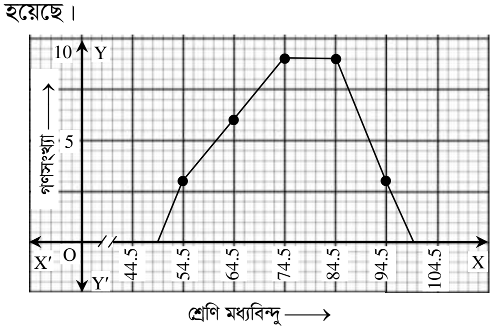
$\therefore$ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_iu_i}{n} \times h = 74.5 + \left(\frac{3}{30}\right) \times 10$

$= 74.5 + 1 = 75.5$ **(Ans.)**

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

নম্বর	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	শিক্ষার্থী সংখ্যা
50 – 59	54.5	3
60 – 69	64.5	6
70 – 79	74.5	9
80 – 89	84.5	9
90 – 99	94.5	3

এখন, ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 44.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



মডেল টেস্ট- ০৮

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	খ	২	গ	৩	ঘ	৪	ঘ	৫	খ	৬	গ	৭	ঘ	৮	ঘ	৯	ঘ	১০	গ	১১	ঘ	১২	গ	১৩	খ	১৪	খ	১৫	খ
	১৬	খ	১৭	ক	১৮	ক	১৯	ঘ	২০	ঘ	২১	ঘ	২২	খ	২৩	ঘ	২৪	ক	২৫	গ	২৬	ক	২৭	গ	২৮	গ	২৯	গ	৩০	ক

সৃজনশীল

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \{-3-2, -1, 0, 1\}$

এখানে, A সেটের প্রত্যেকটি উপাদান পূর্ণসংখ্যা এবং -3 এর ছোট নয় ও 1 এর বড় নয়।

$\therefore A = \{x \in z : -3 \le x \le 1\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$R = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $x - y + 2 = 0\}$

যেখানে $Q = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$

R এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,

$x - y + 2 = 0$

বা, $y = x + 2$

প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = x + 2$ নির্ণয় করি,

x	-3	-2	-1	0	1
y	-1	0	1	2	3

এখানে, $2, 3 \notin A$

$\therefore (0, 2), (1, 3) \notin R$

$\therefore S = \{(-3, -1), (-2, 0), (-1, 1)\}$

$\therefore$ ডোম $R = \{-3, -2, -1\}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

$$f(x) = \frac{1 + x^3 + x^6}{x^3}$$

বামপক্ষ $= f(x^2)$

$$= \frac{1 + (x^2)^3 + (x^2)^6}{(x^2)^3}$$

$$= \frac{1 + x^6 + x^{12}}{x^6}$$

ডানপক্ষ $f(x^{-2}) = \dfrac{1 + (x^{-2})^3 + (x^{-2})^6}{(x^{-2})^3}$

$$= \frac{1 + x^{-6} + x^{-12}}{x^{-6}}$$

$$= \frac{1 + \frac{1}{x^6} + \frac{1}{x^{12}}}{\frac{1}{x^6}}$$

$$= \frac{\frac{x^{12} + x^6 + 1}{x^{12}}}{\frac{1}{x^6}}$$

$$= \frac{1 + x^6 + x^{12}}{x^{12}} \times \frac{x^6}{1}$$

$$= \frac{1 + x^6 + x^{12}}{x^6}$$

= ডানপক্ষ

$\therefore f(x^2) = f(x^{-2})$ **(দেখানো হলো)**

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(\sqrt{7})^{5x-1} = \left(\sqrt[5]{7}\right)^{2x-3}$

বা, $7^{\frac{5x-1}{2}} = 7^{\frac{2x-3}{5}}$

বা, $\dfrac{5x-1}{2} = \dfrac{2x-3}{5}$

বা, $25x - 5 = 4x - 6$

বা, $21x = -1$

$\therefore x = -\dfrac{1}{21}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $A = 2, B = 3, C = 5$

$$\therefore \frac{(A)^{2x+1}.(B)^{2x+y}.(C)^{x+y}.(AB)^x}{(B)^{x-2}.(AB)^{2x+2}.(AC)^x.(BC)^y}$$

$$= \frac{2^{2x+1} . 3^{2x+y} . 5^{x+y} . (2 \times 3)^x}{3^{x-2} . (2 \times 3)^{2x+2} . (2 \times 5)^x . (3 \times 5)^y}$$

$$= \frac{2^{2x+1} . 3^{2x+y} . 5^{x+y} . 3^x . 2^x}{3^{x-2} . 3^{2x+2} . 2^{2x+2} . 5^x . 2^x . 3^y . 5^y}$$

$$= \frac{2^{2x+1+x} . 3^{2x+y+x} . 5^{x+y}}{2^{2x+2+x} . 3^{y-2+2x+2+y} . 5^{x+y}}$$

$$= \frac{2^{3x+1} . 3^{3x+y} . 5^{x+y}}{2^{3x+2} . 3^{3x+y} . 5^{x+y}}$$

$$= 2^{3x+1-3x-2} . 3^{3x+y-3x-y} . 5^{x+y-x-y}$$

$$= 2^{-1} . 3^0 . 5^0$$

$$= \frac{1}{2} . 1 . 1 = \frac{1}{2} \textbf{ (Ans.)}$$

গ দেওয়া আছে, $A = 2, B = 3, C = 5$ এবং $D = 7$

বামপক্ষ $= D \log \dfrac{AC}{B^2} - A \log \dfrac{C^2}{A^2B} + B \log \dfrac{B^4}{A^4C}$

$$= 7 \log \frac{2 \times 5}{3^2} - 2\log \frac{5^2}{2^2 \times 3} + 3 \log \frac{3^4}{2^4 \times 5}$$

$$= \log \left(\frac{2.5}{3^2}\right)^7 + \log \left(\frac{3^4}{2^4.5}\right)^3 - \log \left(\frac{5^2}{2^2.3}\right)^2$$

$$= \log \left(\frac{2^7.5^7}{3^{14}}\right) + \log \left(\frac{3^{12}}{2^{12}.5^3}\right) - \log \frac{5^4}{2^4.3^2}$$

$$= \log \left(\frac{2^7.5^7}{3^{14}} . \frac{3^{12}}{2^{12}.5^3}\right) - \log \frac{5^4}{2^4.3^2}$$

$$= \log \frac{\frac{2^7.5^7}{3^{14}} . \frac{3^{12}}{2^{12}.5^3}}{\frac{5^4}{2^4.3^2}} = \log \left(\frac{2^7.5^7.3^{12}}{3^{14}.2^{12}.5^3} \times \frac{2^4.3^2}{5^4}\right)$$

$$= \log \left(\frac{2^{11}.3^{14}.5^7}{3^{14}.2^{12}.5^7}\right) = \log (2^{11-12} . 3^{14-14} . 5^{7-7})$$

$$= \log 2^{-1}. 3^0. 5^0 = \log (2^{-1} \times 1 \times 1)$$

$= -\log 2 =$ ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক $7 + 10 + 13 + 16 + \ldots \ldots \ldots$

ধারাটির, প্রথম পদ $a = 7$

এবং সাধারণ অন্তর $d = 10 - 7 = 3$

ধরি, ধারাটির n তম পদ 160

তাহলে, $a + (n - 1)d = 160$

বা, $7 + (n - 1) \times 3 = 160$

বা, $7 + 3n - 3 = 160$

বা, $3n = 160 - 7 + 3$ বা, $3n = 156$

বা, $n = \frac{156}{3}$ $\therefore n = 52$

$\therefore$ ধারাটির 52 তম পদ 160. **(Ans.)**

খ ধারাটির, প্রথম পদ $a = 3$

এবং সাধারণ অনুপাত $r = \frac{6}{3} = 2 > 1$

$\therefore$ ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$= \frac{3(2^n - 1)}{2 - 1} = 3(2^n - 1)$

$\therefore$ t সংখ্যক পদের সমষ্টি $S_t = 3(3^t - 1)$

প্রশ্নমতে,

$3(2^t - 1) = 1533$

বা, $2^t - 1 = 511$

বা, $2^t = 512$

বা, $2^t = 2^9$

$\therefore$ $t = 9$

$\therefore$ নির্ণেয় $t = 9$. **(Ans.)**

গ ধরি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ $= a$

এবং সাধারণ অন্তর $= d$

$\therefore$ ধারাটির p তম পদ $= a + (p - 1)d = a + pd - d$

এবং q তম পদ $= a + (q - 1)\, d = a + qd - d$

প্রশ্নমতে,

$a + pd - d = q^2$ .... (i)

এবং $a + qd - d = p^2$ .... (ii)

(i) নং থেকে (ii)নং বিয়োগ করে পাই,

$a + pd - d - a - qd + d = q^2 - p^2$

বা, $pd - qd = q^2 - p^2$

বা, $d(p - q) = -(p^2 - q^2)$

বা, $d = \frac{-(p + q)\,(p - q)}{(p - q)}$

$\therefore$ $d = -(p + q)$

(i) নং সমীকরণে $d = -(p + q)$ বসিয়ে পাই,

$a + p\{-(p + q)\} - \{-(p + q)\} = q^2$

বা, $a - p^2 - pq + p + q = q^2$

$\therefore$ $a = p^2 + q^2 + pq - p - q$

$\therefore$ ধারাটির $(p - 1 + q)$ তম পদ

$= a + (p - 1 + q - 1)\, d$

$= p^2 + q^2 + pq - p - q + (p + q - 2)\, \{-(p + q)\}$

$= p^2 + q^2 + pq - p - q - (p + q)(p + q - 2)$

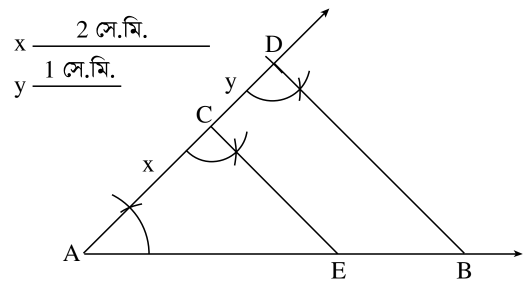
$= p^2 + q^2 + pq - p - q - p^2 - pq + 2p - pq - q^2 + 2q$

$= p + q - pq$

$\therefore$ নির্ণেয় $(p - 1 + q)$ তম পদ $= p + q - pq$. **(Ans.)**

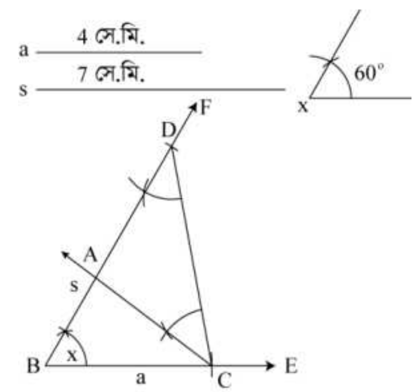
৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



এখানে, $AB = 4$ সে.মি. দৈর্ঘ্যের রেখাংশকে $AE : EB = 2 : 1$ অনুপাতে বিভক্ত করা হলো।

খ



মনে করি, ত্রিভুজের ভূমি $a = 4$ সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 60°$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি $s = 7$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

১. যেকোনো রশ্মি BE নিই।

২. BE থেকে a এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

৩. B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle CBF$ আঁকি।

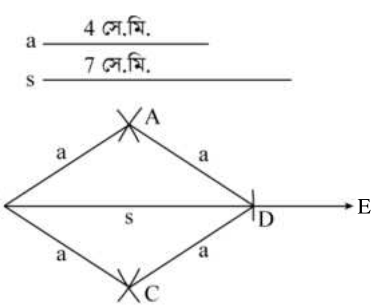
৪. BF থেকে s এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই।

৫. C, D যোগ করি।

৬. CD এর C বিন্দুতে $\angle BDC$ এর সমান $\angle DCA$ আঁকি যা BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



মনে করি, রম্বসের বাহু $a = 4$ সে.মি., একটি কর্ণ $s = 7$ সে.মি. দেওয়া আছে, রম্বসটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের :

১. যেকোনো রশ্মি BE নিই।

২. BE থেকে s এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই।

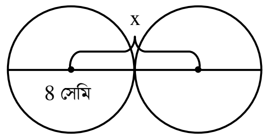
৩. B ও D কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর উভয়পাশে দুইটি করে বৃত্তচাপ আঁকি। একদিকের বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে এবং অপর দিকের বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. A, B; B, C; C, D এবং A, D যোগ করি।

তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



প্রথম বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r_1 = \frac{8}{2} = 4$ সেমি

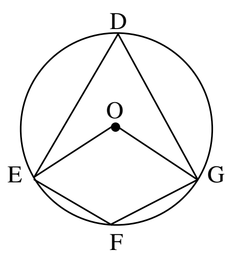
দ্বিতীয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r_2 = \frac{6}{2} = 3$ সেমি

$\therefore$ কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $x = r_1 + r_2$

$= (4 + 3)$ সেমি

$= 7$ সেমি **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে DEFG চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle EDG + \angle EFG =$ দুই সমকোণ।

প্রমাণ :

ধাপ-১. একই চাপ EDG এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ $\angle EFG = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle EOG$)

[$\because$ বৃত্তের যেকোনো চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

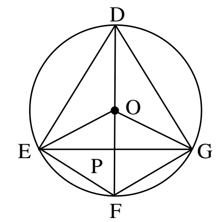
ধাপ-২. আবার, একই চাপ EFG এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ $\angle EDG = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle EOG$)

ধাপ-৩. $\angle EFG + \angle EDG = \frac{1}{2}$ কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle EOG$ + $\frac{1}{2}$ কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle EMG$

বা, $\angle EDG + \angle EFG = \frac{1}{2} \times 360° = 180°$

$\therefore$ $\angle EDG + \angle EFG =$ দুই সমকোণ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তে DEFG একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। এর DF ও EG কর্ণদ্বয় পরস্পরকে T বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle DOE + \angle FOG = 2\angle DTE$.

প্রমাণ :

ধাপ-১. DE চাপের উপর অবস্থিত $\angle DOE = 2\ \angle DGE$

[বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ-২. FG চাপের উপর অবস্থিত

$\angle FOG = 2\ \angle FDG$ [একই কারণে]

ধাপ-৩. $\angle DOE + \angle FOG$

$= 2(\angle DGE + \angle FDG)$ [ধাপ (১) ও (২) হতে]

$= 2(\angle DGT + \angle GDT)$

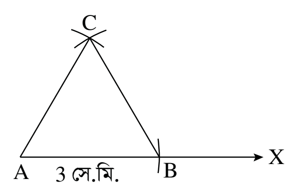
ধাপ-৪. ΔGDT এর বহিঃস্থ $\angle DTE =$ অন্তঃস্থ $(\angle DGT + \angle GDT)$ [ধাপ (৩) হতে]

$\therefore$ $\angle DOE + \angle FOG = 2\angle DTE$. **(প্রমাণিত)**

৬নং প্রশ্নের সমাধান

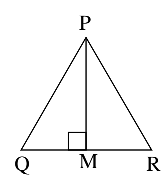
ক P = 12 সে.মি.

$\therefore$ $\frac{P}{4} = \frac{12}{4}$ সে.মি. = 3 সে.মি.



চিত্রে, ABC উদ্দিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ।

খ



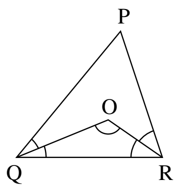
বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔPQR-সমবাহু অর্থাৎ PQ = QR = RP এবং PM, QR এর ওপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, $4PM^2 = 3PQ^2$

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. $PM \perp QR$	[দেওয়া আছে]
$\therefore$ $\angle PMQ = \angle PMR = 90°$	
২. এখন, সমকোণী ΔPQM এবং সমকোণী ΔPRM-এ অতিভুজ PQ = অতিভুজ PR	[$\because$ PQR সমবাহু ত্রিভুজ]
এবং PM = PM	[$\because$ সাধারণ বাহু]
$\therefore$ $\Delta PQM \cong \Delta PRM$	[$\because$ সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা]
সুতরাং, QM = RM	
$\therefore$ QR = 2QM	

৩. আবার, সমকোণী ΔPQM-এ $\angle PMQ = 90^\circ$ এবং অতিভুজ = PQ.	
৪. পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $PQ^2 = PM^2 + QM^2$	
বা, $PM^2 = PQ^2 - QM^2$	
বা, $4PM^2 = 4PQ^2 - 4QM^2$	[উভয়পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]
বা, $4PM^2 = 4PQ^2 - (2QM)^2$	[$\because$ QR = 2QM]
বা, $4PM^2 = 4PQ^2 - QR^2$	[$\because$ PQ = QR]
বা, $4PM^2 = 4PQ^2 - PQ^2$	
$\therefore$ $4PM^2 = 3PQ^2$ **(প্রমাণিত)**	

গ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ত্রিভুজ PQR এর $\angle Q$ এবং $\angle R$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। অর্থাৎ, QO এবং RO যথাক্রমে $\angle PQR$ এবং $\angle PRQ$ এর সমদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle QOR = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle P$

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. ΔPQR-এ $\angle P + \angle Q + \angle R = 180^\circ$	[$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]
বা, $\frac{1}{2}\angle P + \frac{1}{2}\angle Q + \frac{1}{2}\angle R = 90^\circ$	[উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে পাই]
$\therefore$ $\frac{1}{2}\angle Q + \frac{1}{2}\angle R = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle P$ ..... (i)	
২. ΔQOR-এ $\angle QOR + \angle OQR + \angle ORQ = 180^\circ$	
বা, $\angle QOR + \frac{1}{2}\angle Q + \frac{1}{2}\angle R = 180^\circ$	[$\because$ QO এবং RO রেখা যথাক্রমে $\angle Q$ ও $\angle R$-এর সমদ্বিখণ্ডক]
বা, $\angle QOR + 90^\circ - \frac{1}{2}\angle P = 180^\circ$	[(i) নং হতে]
বা, $\angle QOR = 180^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2}\angle P$	
$\therefore$ $\angle QOR = \angle 90^\circ + \frac{1}{2}\angle P$ **(প্রমাণিত)**	

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\tan(90^\circ - A) = \sqrt{3}$

বা, $\tan(90^\circ - A) = \tan 60^\circ$

বা, $90^\circ - A = 60^\circ$

বা, $A = 90^\circ - 60^\circ$

$\therefore A = 30^\circ$

$\therefore$ নির্ণেয় $A = 30^\circ$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$x + \frac{1}{z} = a$

বা, $\operatorname{cosec}\theta + \frac{1}{\tan\theta} = a$ [$\because x = \operatorname{cosec}\theta$ এবং $z = \tan\theta$]

বা, $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = a$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = a$

বা, $\frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta} = a$

বা, $\frac{(1 + \cos\theta)^2}{\sin^2\theta} = a^2$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{(1 + \cos\theta)^2}{1 - \cos^2\theta} = a^2$

বা, $\frac{(1 + \cos\theta)^2}{(1 + \cos\theta)(1 - \cos\theta)} = a^2$

বা, $\frac{1 + \cos\theta}{1 - \cos\theta} = a^2$

বা, $\frac{1 + \cos\theta + 1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta - 1 + \cos\theta} = \frac{a^2 + 1}{a^2 - 1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2\cos\theta} = \frac{a^2 + 1}{a^2 - 1}$

বা, $\frac{1}{\cos\theta} = \frac{a^2 + 1}{a^2 - 1}$

$\therefore \cos\theta = \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \sqrt{2}$

বা, $\frac{1}{\operatorname{cosec}\theta} + \frac{1}{\sec\theta} = \sqrt{2}$

বা, $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$

বা, $\sin\theta = \sqrt{2} - \cos\theta$

বা, $\sin^2\theta = (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$ [বর্গ করে]

বা, $\sin^2\theta = 2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$

বা, $1 - \cos^2\theta = 2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$

বা, $2\cos^2\theta - 2\sqrt{2}\cos\theta + 1 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos\theta)^2 - 2.\sqrt{2}\cos\theta . 1 + 1^2 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos\theta - 1)^2 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta - 1 = 0$

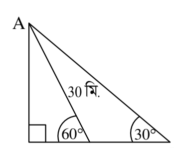
বা, $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\cos\theta = \cos 45^\circ$

$\therefore \theta = 45^\circ$ **(Ans.)**

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক



এখানে, $\angle ABC = 30^\circ$, $\angle ACD = 60^\circ$

$\angle ACB = 180^\circ - \angle ACD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

ΔABC এ, $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$

[$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

বা, $\angle BAC + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$

বা, $\angle BAC + 150 = 180^\circ$

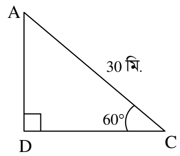
$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

$\therefore \angle BAC$ এর মান 30°

খ

এখানে, ΔADC এর $\angle ACD = 60°$ এবং

$AC = 30$ মিটার



Δ ADC-এ,

$\sin\angle ACD = \frac{AD}{AC}$

বা, $\sin 60° = \frac{AD}{30}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AD}{30}$

বা, $2AD = 30\sqrt{3}$

বা, $AD = \frac{30\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{13}$ মিটার

আবার, , ΔADC এ $\cos\angle ACD = \frac{CD}{AC}$

বা, $\cos 60° = \frac{CD}{30}$

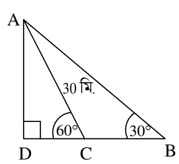
বা, $\frac{1}{2} = \frac{CD}{30}$

বা, $2CD = 30$

বা, $CD = \frac{30}{2} = 15$ মিটার

$\therefore$ AD এর দৈর্ঘ্য $15\sqrt{3}$ মিটার এবং CD এর দৈর্ঘ্য 15 মিটার।

গ



এখানে, $AC = 30$ মিটার। ΔABD এর $\angle ABD = 30°$

খ হতে পাই, $AD = 15\sqrt{3}$ মিটার

এবং $CD = 15$ মিটার

ΔABD এ $\sin\angle ABD = \frac{AD}{AB}$

বা, $\sin 30° = \frac{15\sqrt{3}}{AB}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{AB}$

$\therefore AB = 30\sqrt{3}$ মিটার

আবার, ΔABD এ $\tan\angle ABD = \frac{AD}{BD}$

বা, $\tan 30° = \frac{15\sqrt{3}}{BD}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{15\sqrt{3}}{BD}$

বা, $BD = 15\sqrt{3} \times \sqrt{3}$

$\therefore BD = 45$ মিটার

$BC = BD - CD = (45 - 15)$ মিটার $= 30$ মিটার

Δ ABC এর পরিসীমা $= AB + BC + AC$

$= (30\sqrt{3} + 30 + 30)$ মিটার

$= (60 + 30\sqrt{3})$ মিটার

$= 111.96$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ ΔABC এর পরিসীমা 111.96 মিটার (প্রায়)।

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

লোহার পাইপের ভিতরের ব্যাস = 16 সে.মি.

$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r = \frac{16}{2} = 8$ সে.মি. $= 0.08$ মি.

এবং পাইপের উচ্চতা, $h = 7$ মি.

$\therefore$ পাইপের ভিতরের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$ বর্গ একক

$= 2 \times 3.1416 \times 0.08 \times 7$ বর্গ মি.

$= 3.5186$ বর্গ মি. **(উত্তর)**

খ দেওয়া আছে,

পাইপের উচ্চতা, $h = 7$ মি.

$= 700$ সে.মি.

পাইপের বাইরের ব্যাস = 18 সে.মি.

$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $R = \frac{18}{2} = 9$ সে.মি.

$\therefore$ পাইপের বাইরের আয়তন $= \pi R^2h$ ঘন একক

$= 3.1416 \times (9)^2 \times 700$ ঘন সে.মি.

$= 178128.72$ ঘন সে.মি.

পাইপের ভিতরের ব্যাস = 16 সে.মি.

$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r = \frac{16}{2} = 8$ সে.মি.

$\therefore$ পাইপের ভিতরের আয়তন $= \pi r^2h$ ঘন একক

$= 3.1416 \times (8)^2 \times 700$ ঘন সে.মি.

$= 140743.68$ ঘন সে.মি.

$\therefore$ পাইপে ব্যবহৃত লোহার আয়তন $= 178128.72 - 140743.68$

$= 37385.04$ ঘন সে.মি.

$\therefore$ পাইপে ব্যবহৃত লোহার ওজন $= (37385.04 \times 7.2)$ গ্রাম

$= \frac{269172.288}{1000}$ কেজি

$= 269.17$ কেজি (প্রায়) **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য 7 সে.মি., 8 সে.মি. এবং 9 সে.মি.

$\therefore$ ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা $= \frac{7 + 8 + 9}{2}$ সে.মি.

$= 12$ সে.মি.

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{12(12-7)(12-8)(12-9)}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{12 \times 5 \times 4 \times 3}$ বর্গ সে.মি.

$= 26.83$ বর্গ সে.মি.

মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য x সে.মি.

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$ বর্গ সে.মি.

প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = 26.83$

বা, $x^2 = \frac{26.83 \times 4}{\sqrt{3}}$

বা, $x = \sqrt{61.96}$

$\therefore x = 7.87$ সে.মি.

অতএব, সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $= 3 \times 7.87$ সে.মি.

$= 23.61$ সে.মি. **(Ans.)**

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সারণিতে সর্বাধিক গণসংখ্যা 17 আছে (54–63) শ্রেণিতে। এটাই প্রচুরক শ্রেণি।

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণি (44 – 53).

$\therefore$ মধ্যবিন্দু $= \frac{44+53}{2} = \frac{97}{2} = 48.5$ **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
24 – 33	6	6
34 – 43	9	15
44 – 53	11	26
54 –63	17	43
64 – 73	8	51
74 – 83	5	56
84 – 93	4	60
	n = 60	

এখানে, $n = 60; \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

অর্থাৎ মধ্যক 30 তম পদ যা (54 – 63) শ্রেণিতে অবস্থিত।

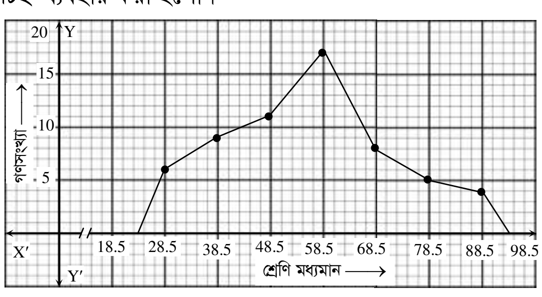
$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$
$$= 54 + \left(\frac{60}{2} - 26\right) \times \frac{10}{17}$$
$$= 54 + \frac{40}{17}$$
$$= 54 + 2.353$$
$$= 56.353 \text{ (Ans.)}$$

এখানে,
$L = 54$
$n = 60$
$F_c = 26$
$h = 10$
$f_m = 17$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
24 – 33	28.5	6
34 – 43	38.5	9
44 – 53	48.5	11
54 –63	58.5	17
64 – 73	68.5	8
74 – 83	78.5	5
84 – 93	88.5	4

এখন, ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শিক্ষার্থী সংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 18.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হলো।



১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 20 আছে (61 – 65) শ্রেণিতে অর্থাৎ প্রচুরক শ্রেণি (61 – 65)

সুতরাং প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{61+65}{2} = 63$ **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
46 – 50	48	5	– 3	– 15
51 – 55	53	8	– 2	– 16
56 – 60	58	10	– 1	– 10
61 – 65	63 ← a	20	0	0
66 – 70	68	13	1	13
71 – 75	73	6	2	12
		n = 62		$\Sigma f_iu_i = -16$

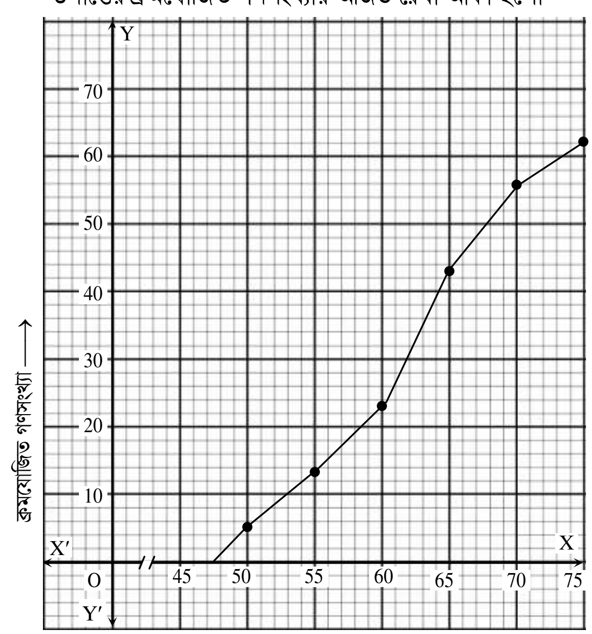
$$\therefore \text{গড় } \bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h = 63 + \frac{-16}{62} \times 5$$
$$= 63 - \frac{80}{62} = 61.71$$

$\therefore$ নির্ণেয় গড় 61.71 কেজি **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
46 – 50	5	5
51– 55	8	13
56 – 60	10	23
61 – 65	20	43
66 – 70	13	56
71 – 75	6	62

ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে শ্রেণিব্যাপ্তির উচ্চসীমা এবং y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের এক ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের ক্রমযোজিত গণসংখ্যার অজিভ রেখা আঁকা হলো–



মডেল টেস্ট- ০৯

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	গ	২	খ	৩	ঘ	৪	খ	৫	ক	৬	ক	৭	গ	৮	গ	৯	ক	১০	গ	১১	খ	১২	ক	১৩	ক	১৪	ক	১৫	খ
	১৬	ক	১৭	ক	১৮	গ	১৯	খ	২০	গ	২১	ক	২২	ঘ	২৩	ক	২৪	ঘ	২৫	ক	২৬	খ	২৭	খ	২৮	খ	২৯	ঘ	৩০	খ

সৃজনশীল

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক $16a^2 + \frac{1}{16a^2} - 2 + 16a - \frac{1}{a}$

$= (4a)^2 + \left(\frac{1}{4a}\right)^2 - 2.4a.\frac{1}{4a} + 4\left(4a - \frac{1}{4a}\right)$

$= \left(4a - \frac{1}{4a}\right)^2 + 4\left(4a - \frac{1}{4a}\right)$

$= \left(4a - \frac{1}{4a}\right)\left(4a - \frac{1}{4a} + 4\right)$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $x^2 = 5 + 2\sqrt{6}$

$= 3 + 2\sqrt{3 \times 2} + 2$

$= (\sqrt{3})^2 + 2 . \sqrt{3} . \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$

$= (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

$\therefore x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

আবার, $\frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$

$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

$\therefore x - \frac{1}{x} = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) - (\sqrt{3} - \sqrt{2})$

$= \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

বামপক্ষ $= \frac{x^6 - 1}{x^3} - \sqrt{2}\left(\frac{x^4 + 1}{x^2}\right)$

$= \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) - \sqrt{2}\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$

$= \left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)\right\} - \sqrt{2}\left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2.x.\frac{1}{x}\right\}$

$= \{(2\sqrt{2})^3 + 3. 2\sqrt{2}\} - \sqrt{2}\{(2\sqrt{2})^2 + 2\}$

$= 8 \times 2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - \sqrt{2}\ (8 + 2)$

$= 16\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 10\sqrt{2}$

$= 22\sqrt{2} - 10\sqrt{2}$

$= 12\sqrt{2} =$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{x^6 - 1}{x^3} - \sqrt{2}\left(\frac{x^4 + 1}{x^2}\right) = 12\sqrt{2}.$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $p = \sqrt{5} - \sqrt{3}$

বা, $\frac{1}{p} = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ [ব্যস্তকরণ করে]

$= \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})}$ [লব ও হরকে $(\sqrt{5} + \sqrt{3}$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{5 - 3}$

$= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}$

$\therefore \frac{2}{p} = 2.\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2} = \sqrt{5} + \sqrt{3}$

$\therefore p - \frac{2}{p} = \sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{5} - \sqrt{3} = -2\sqrt{3}$

এখন, $p^3 - \frac{8}{p^3} = (p)^3 - \left(\frac{2}{p}\right)^3$

$= \left(p - \frac{2}{p}\right)^3 + 3.p.\frac{2}{p}\left(p - \frac{2}{p}\right)$

$= \left(p - \frac{2}{p}\right)^3 - 6\left(p - \frac{2}{p}\right)$

$= (-2\sqrt{3})^3 - 6(-2\sqrt{3})$

$= -8.3\sqrt{3} + 12\sqrt{3}$

$= -24\sqrt{3} + 12\sqrt{3}$

$= -12\sqrt{3}$ **(Ans.)**

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$a + b + c = 0$

বা, $a + b = -c$

বা, $(a + b)^3 = (-c)^3$ [উভয়পক্ষকে ঘন করে]

বা, $a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = -c^3$

বা, $a^3 + b^3 + 3ab(-c) = -c^3$ [$\because a + b = -c$]

বা, $a^3 + b^3 - 3abc = -c^3$

$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ **(প্রমাণিত)**

খ দেওয়া আছে, $6y^{-1} = m^{-1} + n^{-1}$

বা, $\frac{6}{y} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$

বা, $\frac{6}{y} = \frac{n + m}{mn}$

বা, $6mn = y(m + n)$

বা, $\frac{6mn}{m + n} = y$

বা, $\frac{y}{3m} = \frac{2n}{m + n}$ [3m দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{y + 3m}{y - 3m} = \frac{2n + m + n}{2n - m - n}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{y + 3m}{y - 3m} = \frac{3n + m}{n - m}$

আবার, $\frac{y}{3n} = \frac{2m}{m + n}$

বা, $\frac{y + 3n}{y - 3n} = \frac{2m + m + n}{2m - m - n}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{y + 3n}{y - 3n} = \frac{3m + n}{m - n}$

এখন, $\frac{y+3m}{y-3m}+\frac{y+3n}{y-3n}=\frac{3n+m}{n-m}+\frac{3m+n}{m-n}$

$=\frac{3n+m}{n-m}-\frac{3m+n}{n-m}$

$=\frac{3n+m-3m-n}{n-m}$

$=\frac{2n-2m}{n-m}$

$=\frac{2(n-m)}{(n-m)}$

$=2$

$\therefore \frac{y+3m}{y-3m}+\frac{y+3n}{y-3n}=2$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$m^2-\frac{2m}{x}+1=0$

বা, $m^2+1=\frac{2m}{x}$

বা, $\frac{m^2+1}{2m}=\frac{1}{x}$

বা, $\frac{m^2+1+2m}{m^2+1-2m}=\frac{1+x}{1-x}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{(m+1)^2}{(m-1)^2}=\frac{1+x}{1-x}$

বা, $\frac{m+1}{m-1}=\frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}}$ [বর্গমূল করে]

বা, $\frac{m+1+m-1}{m+1-m+1}=\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2m}{2}=\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$

$\therefore m=\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$ **(দেখানো হলো)**

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি = $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

$\therefore 1^3+2^3+3^3+\text{- - - - -}+10^3=\left\{\frac{10(10+1)}{2}\right\}^2$

$=(5\times 11)^2$

$=(55)^2=3025.$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

কোনো সমান্তর ধারার x তম পদ y এবং y তম পদ x

এখন, x = 10, y = 16 হলে,

ধারাটির 10ম পদ 16 এবং 16তম পদ 10 হবে।

ধরি, ধারাটির প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অন্তর = d

$\therefore$ nতম পদ $= a+(n-1)d$

$\therefore$ 10তম পদ $= a+(10-1)d = a+9d$

এবং 16তম পদ $= a+(16-1)d = a+15d$

শর্তমতে,

$a+9d=16$ .... (i)

এবং $a+15d=10$ .... (ii)

(i)নং থেকে (ii)নং বিয়োগ করে পাই,

$a+9d-a-15d=16-10$

বা, $-6d=6 \therefore d=-1$

(i)নং সমীকরণে $d=-1$ বসিয়ে পাই,

$a+9(-1)=16$

বা, $a-9=16 \therefore a=25$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 26টি পদের সমষ্টি $=\frac{26}{2}\{2\times 25+(26-1)(-1)\}$

$=13\{50+25(-1)\}$

$=13(50-25)$

$=13\times 25=325$

$\therefore$ নির্ণেয় 26টি পদের সমষ্টি 325. **(Ans.)**

গ ধরি, ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত = r

আমরা জানি,

nতম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ ২য় পদ $= ar^{2-1}=ar$

এবং ৪র্থ পদ $= ar^{4-1}=ar^3$

শর্তমতে, $ar=-1$ ... ... (i)

এবং $ar^3=-1$ ... ... (ii)

(ii)নং কে (i)নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{ar^3}{ar}=\frac{-1}{-1}$

বা, $r^2=1$

$\therefore r=-1$ $[\because r<1]$

(i)নং এ $r=-1$ বসিয়ে পাই,

$a.(-1)=-1$

$\therefore a=1$

$\therefore$ ধারাটির (2n – 1) সংখ্যক পদের সমষ্টি $=\frac{a(1-r^{2n-1})}{1-r}$ $[\because r<1]$

$=\frac{1\{1-(-1)^{2n-1}\}}{1-(-1)}$

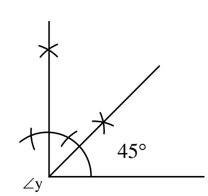
$=\frac{1-(-1)}{1+1}$ [(2n – 1) বিজোড়]

$=\frac{1+1}{2}=\frac{2}{2}=1.$

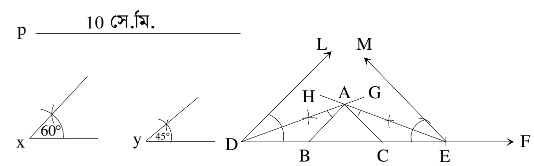
$\therefore$ নির্ণেয় (2n – 1) সংখ্যক পদের সমষ্টি 1. **(Ans.)**

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



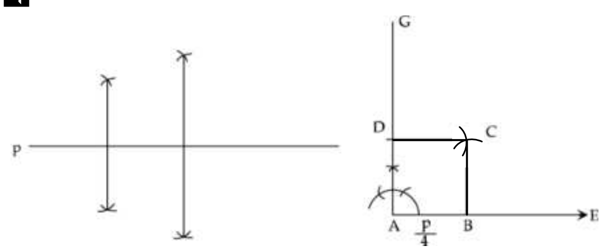
খ



মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x=60°$ ও $\angle y=45°$ এবং পরিসীমা p = 10 সেমি দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন : যেকোনো রশ্মি DF থেকে পরিসীমা p এর সমান করে DE অংশ কাটি। DE এর D ও E বিন্দুতে যথাক্রমে $\frac{1}{2}\angle x = \angle EDG$ ও $\frac{1}{2}\angle y = \angle DEH$ আঁকি। DG ও EH পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে। এবার A বিন্দুতে $\angle EDA = \angle DAB$ এবং $\angle DEA = \angle EAC$ আঁকি। DE কে AB ও AC যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কিত হলো।

গ



ত্রিভুজের পরিসীমা p = 10 সেমি দেওয়া আছে। অর্থাৎ, 10 সেমি পরিসীমাবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. পরিসীমা p = 10 সেমি কে প্রথমে সমান দুভাগে বিভক্ত করি।

২. অতঃপর পুনরায় তার অর্ধেক অংশকে সমান দুভাগে বিভক্ত করি। ফলে ক্ষুদ্রতম অংশ $\frac{p}{4}$ এর সমান হবে।

৩. যেকোনো রশ্মি AE হতে $AB = \frac{p}{4}$ কেটে নিই।

৪. AB রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle EAG = 90°$ আঁকি। AG হতে $AD = \frac{p}{4}$ নেই।

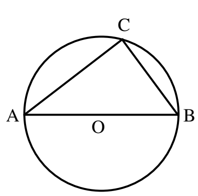
৫. B ও D বিন্দুকে কেন্দ্র করে $\frac{p}{4}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle EAG$ এর অভ্যন্তরে দুটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

৬. B, C এবং C, D যোগ করি।
তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট বর্গক্ষেত্র।

<u>৫নং প্রশ্নের সমাধান</u>

ক অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB একটি ব্যাস এবং $\angle ACB$ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACB$ এক সমকোণ।



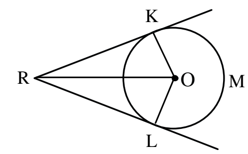
অঙ্কন : AB এর যে পাশে C বিন্দু অবস্থিত, তার বিপরীত পাশে বৃত্তের উপর একটি বিন্দু D নিই।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ADB চাপের উপর দণ্ডায়মান
বৃত্তস্থ $\angle ACB = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ সরল কোণ $\angle AOB$)
[∵ একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

ধাপ-২ : কিন্তু সরলকোণ $\angle AOB$ = দুই সমকোণ।
$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2}$ (দুই সমকোণ) = এক সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

খ



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট LKM বৃত্তের R একটি বহিঃস্থ বিন্দু এবং RL ও RK রশ্মিদ্বয় বৃত্তের L ও K বিন্দুতে দুইটি স্পর্শক। প্রমাণ করতে হবে যে, RL = RK.

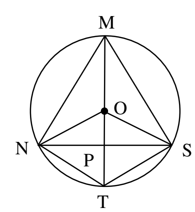
অঙ্কন : O, L; O, K এবং O, R যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১: যেহেতু RL স্পর্শক এবং OL স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।
সেহেতু $RL \perp OL$ [∵ স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব]
$\therefore \angle RLO$ = এক সমকোণ।
অনুরূপভাবে, $\angle RKO$ = এক সমকোণ।
$\therefore \Delta RLO$ এবং ΔRKO উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।

ধাপ-২ : এখন, RLO ও RKO সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে
অতিভুজ RO = অতিভুজ RO
এবং OL = OK [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$\therefore \Delta RLO \cong \Delta RKO$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা]
$\therefore$ RL = RK **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তে MNTS একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। এর MT ও NS কর্ণদ্বয় পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle MON + \angle TOS = 2\angle MPN$

প্রমাণ :

ধাপ-১. MN চাপের উপর অবস্থিত $\angle MON = 2\angle MSN$
[বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

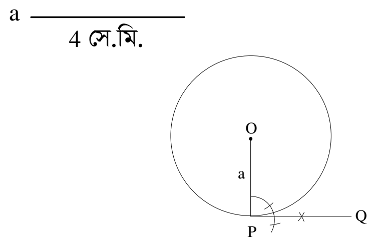
ধাপ-২. TS চাপের উপর অবস্থিত
$\angle TOS = 2\angle TMS$ [একই কারণে]

ধাপ-৩. $\angle MON + \angle TOS$
$= 2(\angle MSN + \angle TMS)$ [ধাপ (১) ও (২) হতে]
$= 2(\angle MSP + \angle SMP)$

ধাপ-৪. ΔSMP এর বহিঃস্থ $\angle MPN$ = অন্তঃস্থ ($\angle MSP + \angle SMP$) [ধাপ (৩) হতে]
$\therefore \angle MON + \angle TOS = 2\angle MPN$. **(প্রমাণিত)**

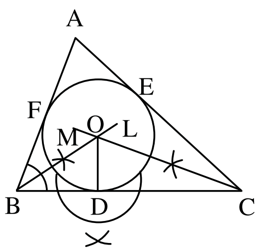
৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, PQ উদ্দিষ্ট স্পর্শক।

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, a = 4 সে. মি., b = 5 সে. মি. এবং c = 7 সে. মি. বাহুবিশিষ্ট ABC একটি ত্রিভুজ। ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ, ΔABC এর ভেতরে এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা BC, CA ও AB বাহু তিনটির প্রত্যেকটিকে স্পর্শ করে।

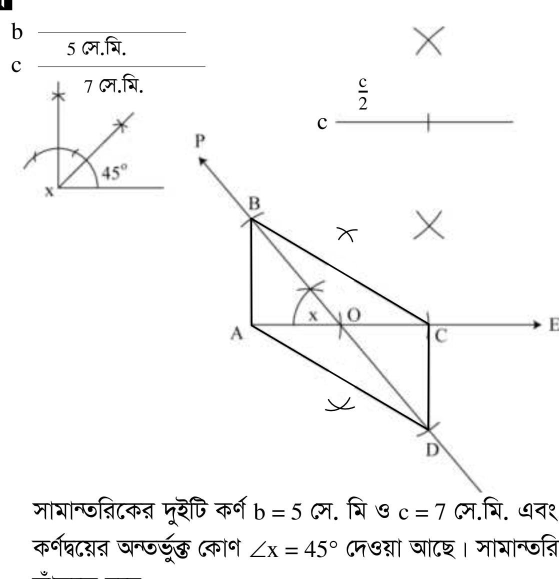
অঙ্কন :

১. $\angle$ABC ও $\angle$ACB এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে BL ও CM আঁকি। মনে করি, তারা O বিন্দুতে ছেদ করে।

২. O থেকে BC এর উপর OD লম্ব আঁকি এবং মনে করি, তা BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. O কে কেন্দ্র করে OD এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে, এ বৃত্তটিই নির্ণেয় অন্তর্বৃত্ত।

গ



সামান্তরিকের দুইটি কর্ণ b = 5 সে. মি ও c = 7 সে.মি. এবং কর্ণদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x = 45°$ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি AE হতে AC = b নিই।

২. AC এর মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করি।

৩. O বিন্দুতে $\angle AOP = \angle x$ আঁকি। OP এর বিপরীত রশ্মি OQ আঁকি।

৪. OP ও OQ রশ্মিদ্বয় হতে $\frac{1}{2}$c এর সমান করে OB ও OD অংশ কেটে নিই।

A, B; A, D; B, C ও C, D যোগ করি।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\tan x = \cot y = \sqrt{3}$

অর্থাৎ, $\tan x = \sqrt{3}$ এবং $\cot y = \sqrt{3}$

বা, $\tan x = \tan 60°$ বা, $\cot y = \cot 30°$

$\therefore x = 60°$ $\quad\therefore y = 30°$

$\therefore \cos(x + y) = \cos(60° + 30°)$

$= \cos 90°$

$= 0$

$\therefore$ নির্ণেয় মান = 0. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$p^2 + p^4 = 1$

বা, $\cos^2A + \cos^4A = 1$ [$\because p = \cos A$]

বা, $\cos^4A = 1 - \cos^2A$

বা, $\cos^4A = \sin^2A$

বা, $\frac{\cos^4A}{\sin^4A} = \frac{\sin^2A}{\sin^4A}$

বা, $\left(\frac{\cos A}{\sin A}\right)^4 = \frac{1}{\sin^2A}$

বা, $\left(\frac{\cos A}{\sin A}\right)^4 = \mathrm{cosec}^2A$

বা, $\left(\frac{\cos A}{\sin A}\right)^4 = 1 + \cot^2A$

বা, $\left(\frac{\cos A}{\sin A}\right)^4 - \cot^2A = 1$

বা, $\left(\frac{\cos A}{\sin A}\right)^4 - \left(\frac{\cos A}{\sin A}\right)^2 = 1$

$\therefore \left(\frac{p}{q}\right)^4 - \left(\frac{p}{q}\right)^2 = 1$ [$\because p = \cos A, q = \sin A$] **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$p - q = \sqrt{5}q$

বা, $\cos A - \sin A = \sqrt{5}\sin A$ [$\because p = \cos A, q = \sin A$]

বা, $\cos A = \sqrt{5}\sin A + \sin A$

বা, $\cos A = (\sqrt{5} + 1)\sin A$

বা, $(\sqrt{5} - 1)\cos A = (\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1)\sin A$

[উভয়পক্ষকে $(\sqrt{5} - 1)$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\sqrt{5}\cos A - \cos A = \{(\sqrt{5})^2 - (1)^2\}\sin A$

বা, $\sqrt{5}\cos A - \cos A = (5 - 1)\sin A$

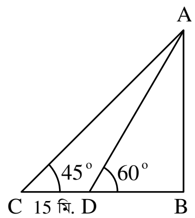
বা, $\sqrt{5}\cos A - \cos A = 4\sin A$

বা, $\sqrt{5}p - p = 4q$

$\therefore 4q + p = \sqrt{5}p$. **(প্রমাণিত)**

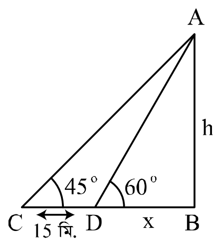
৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, AB একটি খুঁটি। C বিন্দুতে খুঁটির শীর্ষের উন্নতি কোণ $\angle ACB = 45°$। C বিন্দু থেকে খুঁটির দিকে CD = 15 মিটার এগিয়ে গেলে খুঁটি শীর্ষের উন্নতি কোণ $\angle ADB = 60°$ হয়।

খ



মনে করি, খুঁটির উচ্চতা AB = h মিটার।

$\angle ACB = 45°$, $\angle ADB = 60°$, CD = 15 মিটার, BD= x মিটার।

$BC = BD + CD$

$= (x + 15)$ মিটার

এখন ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 45° = \frac{h}{x+15}$

বা, $1 = \frac{h}{x+15}$

বা, $x + 15 = h$

$\therefore x = h - 15$

আবার, ABD সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

বা, $h = \sqrt{3}x$

বা, $h = \sqrt{3}(h - 15)$

বা, $h = \sqrt{3}h - 15\sqrt{3}$

বা, $\sqrt{3}h - h = 15\sqrt{3}$

বা, $h(\sqrt{3} - 1) = 15\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{15\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$

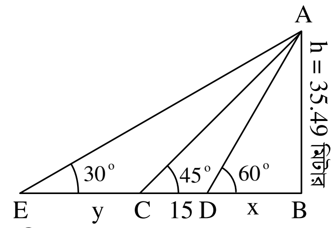
$= 35.49$ মিটার (প্রায়)।

নির্ণেয় খুঁটির উচ্চতা 35.49 মিটার (প্রায়)।

গ 'খ' হতে প্রাপ্ত,

খুঁটির উচ্চতা AB = h = 35.49 মিটার (প্রায়)।

মনে করি, C বিন্দু হতে CE = y মিটার দূরে খুঁটির শীর্ষের উন্নতি কোণ $\angle AEB = 30°$।



ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 45° = \frac{35.49}{BC}$

বা, $1 = \frac{35.49}{BC}$

$\therefore BC = 35.49$

$\therefore BE = BC + CE$

$= 35.49 + y$

আবার,

AEB সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan \angle AEB = \frac{AB}{BE}$

বা, $\tan 30° = \frac{35.49}{35.49 + y}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{35.49}{35.49 + y}$

বা, $y + 35.49 = 61.4705$

বা, $y = 61.4705 - 35.49$

$\therefore y = 25.98$ মিটার (প্রায়)।

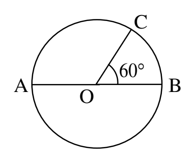
$\therefore$ ভূতলস্থ যে বিন্দুতে শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° হয়, প্রথমোক্ত বিন্দু থেকে ঐ বিন্দুর দূরত্ব 25.98 মিটার (প্রায়)।

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

বৃত্তের ব্যাসার্ধ, r = 6 মিটার

এবং কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, $\theta = 60°$



আমরা জানি,

বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল $= \frac{\theta}{360°}\pi r^2$ বর্গ একক

$= \frac{60}{360} \times 3.1416 \times (6)^2$ বর্গ মিটার

$= \frac{1}{6} \times 3.1416 \times 36$ বর্গ মিটার

$= 18.85$ বর্গ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

খ মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a মিটার

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গমিটার

ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 4 মিটার বাড়ালে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}(a + 4)^2$ বর্গমিটার।

প্রশ্নানুসারে, $\frac{\sqrt{3}}{4}(a+4)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 20\sqrt{3}$

বা, $(a+4)^2 - a^2 = 80$ [$\frac{\sqrt{3}}{4}$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $a^2 + 8a + 16 - a^2 = 80$

বা, $8a = 64$

$\therefore a = 8$ মি. **(Ans.)**

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (8)^2$ বর্গমিটার

$= 16\sqrt{3}$ বর্গমিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ মনে করি,

ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য $a = 5x$ মিটার

প্রস্থ $b = 4x$ "

উচ্চতা $c = 3x$ "

আমরা জানি,

ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= 2(ab + bc + ca)$ বর্গমিটার

$= 2(5x \,.\, 4x + 4x \,.\, 3x + 3x \,.\, 5x)$ বর্গমিটার

$= 2(20x^2 + 12x^2 + 15x^2)$ বর্গমিটার

$= 2 \times 47x^2$ বর্গমিটার

$= 94x^2$ বর্গমিটার

প্রশ্নমতে,

$94x^2 = 1504$

বা, $x^2 = \frac{1504}{94}$

$\therefore x^2 = 16$

আমরা জানি,

ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ মিটার

$= \sqrt{(5x)^2 + (4x)^2 + (3x)^2}$ মিটার

$= \sqrt{25x^2 + 16x^2 + 9x^2}$ মিটার

$= \sqrt{50x^2}$ মিটার

$= \sqrt{50 \times 16}$ মিটার [$\because x^2 = 16$]

$= 20\sqrt{2}$ মিটার **(Ans.)**

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক 3, 5, 2, 7, 9, 6, 2, 7

উপাত্তসমূহের মধ্যে 2 দুইবার, 7 দুইবার এবং বাকি সংখ্যাগুলো একবার করে আছে।

সুতরাং প্রচুরক হবে দুইটি।

প্রচুরক 2 ও 7 **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
36 – 40	4	4
41 – 45	8	12
46 – 50	11	23
51 – 55	15	38
56 – 60	13	51
61 – 65	6	57
66 – 70	3	60
	n = 60	

এখানে, $n = 60$

$\therefore \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

অতএব, মধ্যক 30-তম পদ যার অবস্থান (51 – 55) শ্রেণিতে।

$\therefore$ মধ্যক শ্রেণি হলো (55 – 55)।

এখানে, $L = 51, F_c = 23, f_m = 15, h = 5$

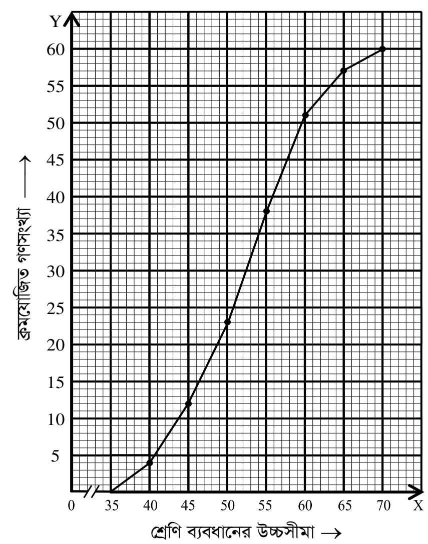
$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 51 + (30 - 23) \times \frac{5}{15}$

$= 51 + 2.33$

$= 53.33$ (প্রায়) **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের জন্য 'খ' এর সারণি ব্যবহার করা হলো। ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 35 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক মধ্যক নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
61 – 65	3	3
66 – 70	5	8
71 – 75	12	20
76 – 80	14	34
81 – 85	10	44
86 – 90	9	53
91 – 95	5	58
96 – 100	2	60
মোট	n = 60	

এখানে, $n = 60$

$\therefore \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

অতএব, মধ্যক 30-তম পদ যার অবস্থান (76 – 80) শ্রেণিতে।

$\therefore$ মধ্যক শ্রেণি (76 – 80)।

$\therefore$ মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান $= \dfrac{76+80}{2} = 78$ **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণেয়র সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \dfrac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
61 – 65	63	3	– 3	– 9
66 – 70	68	5	– 2	– 10
71 – 75	73	12	– 1	– 12
76 – 80	78 ← a	14	0	0
81 – 85	83	10	1	10
86 – 90	88	9	2	18
91 – 95	93	5	3	15
96 – 100	98	2	4	8
		n = 60		$\Sigma f_i u_i = 20$

$\therefore$ নির্ণেয় গড়, $\bar{x} = a + \dfrac{\sum f_i u_i}{n} \times h$

$= 78 + \left(\dfrac{20}{60}\right) \times 5$

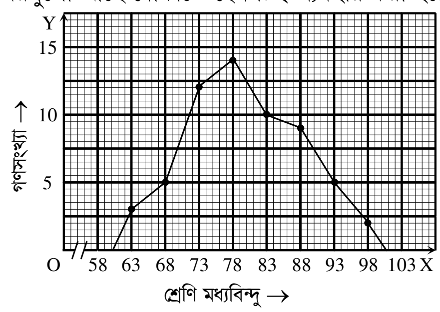
$= 79.67$

$\therefore$ নির্ণেয় গড় = 79.67। **(Ans.)**

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
61 – 65	63	3
66 – 70	68	5
71 – 75	73	12
76 – 80	78	14
81 – 85	83	10
86 – 90	88	9
91 – 95	93	5
96 – 100	98	2

এখন, ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে গণসংখ্যার একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 58 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



মডেল টেস্ট- ১০

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর																														
	১	খ	২	খ	৩	গ	৪	খ	৫	খ	৬	ঘ	৭	গ	৮	খ	৯	গ	১০	গ	১১	খ	১২	ক	১৩	গ	১৪	ঘ	১৫	খ
	১৬	ঘ	১৭	ঘ	১৮	ক	১৯	গ	২০	খ	২১	গ	২২	ঘ	২৩	ক	২৪	খ	২৫	ক	২৬	ঘ	২৭	ঘ	২৮	ক	২৯	খ	৩০	ঘ

সৃজনশীল

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 5$ এবং $x^3 < 126\}$

অর্থাৎ যেসব স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ 5 অপেক্ষা বড় এবং ঘন 126 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।

এখানে, $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\ldots\ldots\}$

$x = 1$ হলে, $x^2 = 1^2 = 1 \not> 5$ এবং $x^3 = 1^3 = 1 < 126$

$x = 2$ হলে, $x^2 = 2^2 = 4 \not> 5$ এবং $x^3 = 2^3 = 8 < 126$

$x = 3$ হলে, $x^2 = 3^2 = 9 > 5$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 126$

$x = 4$ হলে, $x^2 = 4^2 = 16 > 5$ এবং $x^3 = 4^3 = 64 < 126$

$x = 5$ হলে, $x^2 = 5^2 = 25 > 5$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 < 126$

$x = 6$ হলে, $x^2 = 6^2 = 36 < 5$ এবং $x^3 = 6^3 = 216 \not< 126$

$\therefore$ নির্ণেয় সেট, $A = \{3, 4, 5\}$

খ দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mathbb{N} : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x \leq 7\}$

অর্থাৎ যেসব স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যা 7 এর সমান বা ছোট তাদের সেট।

7 এর সমান বা ছোট স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যাসমূহ হচ্ছে 2, 3, 5, 7

$\therefore$ $B = \{2, 3, 5, 7\}$

'ক' হতে পাই, $A = \{3, 4, 5\}$

$C = B \setminus A = \{2, 3, 5, 7\} \setminus \{3, 4, 5\} = \{2, 7\}$

এখন, $A \cap B = \{3, 4, 5\} \cap \{2, 3, 5, 7\} = \{3, 5\}$

$A \times B = \{3, 4, 5\} \times \{2, 3, 5, 7\}$

$= \{(3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 2), (5, 3), (5, 5), (5, 7)\}$

এবং $B \times C = \{2, 3, 5, 7\} \times \{2, 7\}$

$= \{(2, 2), (2, 7), (3, 2), (3, 7), (5, 2), (5, 7), (7, 2), (7, 7)\}$

বামপক্ষ $= (A \cap B) \times C$

$= \{3, 5\} \times \{2, 7\}$

$= \{(3, 2), (3, 7), (5, 2), (5, 7)\}$

ডানপক্ষ $= (A \times B) \cap (B \times C)$

$= \{(3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 2), (5, 3), (5, 5), (5, 7)\} \cap \{(2, 2), (2, 7), (3, 2), (3, 7), (5, 2), (5, 7), (7, 2), (7, 7)\}$

$= \{(3, 2), (3, 7), (5, 2), (5, 7)\}$

$\therefore (A \cap B) \times C = (A \times B) \cap (B \times C)$. **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে পাই,

$B = \{2, 3, 5, 7\}$

$P(B) = \{\varnothing, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}\}$

এখানে, B এর উপাদান সংখ্যা, n = 4

P(B) এর উপাদান সংখ্যা $= 16 = 2^4 = 2^n$

$\therefore$ B এর উপাদান সংখ্যা n হলে, P(B) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। **(প্রমাণিত)**

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= 9c^2 + \frac{1}{9c^2} - 2 + 9c - \frac{1}{c}$

$$= (3c)^2 - 2.\ 3c\ .\frac{1}{3c} + \left(\frac{1}{3c}\right)^2 + 9c - \frac{1}{c}$$

$$= \left(3c - \frac{1}{3c}\right)^2 + 3\left(3c - \frac{1}{3c}\right)$$

$$= \left(3c - \frac{1}{3c}\right)\left(3c - \frac{1}{3c} + 3\right)$$

$\therefore$ নির্ণেয় উৎপাদকে বিশ্লেষণ $\left(3c - \frac{1}{3c}\right)\left(3c - \frac{1}{3c} + 3\right)$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $(l + m)^2 = \sqrt[3]{125} = 5$

এবং $(l - m)^2 = \sqrt[3]{64} = 4$

বামপক্ষ $= 4\ (l^3m + lm^3)$

$= 4\ lm\ (l^2 + m^2)$

$= \frac{1}{2}.\ 4lm\ .\ 2\ (l^2 + m^2)$

$= \frac{1}{2}\{(l + m)^2 - (l - m)^2\}\ \{(l + m)^2 + (l - m)^2\}$

[$\because 4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2$ এবং $2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$]

$= \frac{1}{2}(5 - 4)(5 + 4)$

$= \frac{1}{2} \times 1 \times 9$

$= \frac{9}{2}$

= ডানপক্ষ

$\therefore 4(l^3m + lm^3) = \frac{9}{2}$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $k^2 + \frac{1}{k^2} = \frac{85}{4}$

বা, $\left(k - \frac{1}{k}\right)^2 + 2.k.\frac{1}{k} = \frac{85}{4}$

বা, $\left(k - \frac{1}{k}\right)^2 = \frac{85}{4} - 2$

বা, $\left(k - \frac{1}{k}\right)^2 = \frac{77}{4}$

$\therefore k - \frac{1}{k} = \frac{\sqrt{77}}{2}$ [$\because k > 0$]

বামপক্ষ $= 8\left(k^3 - \frac{1}{k^3}\right)$

$= 8\left\{\left(k - \frac{1}{k}\right)^3 + 3.k.\frac{1}{k}\left(k - \frac{1}{k}\right)\right\}$

$= 8\left\{\left(\frac{\sqrt{77}}{2}\right)^3 + 3 \times \frac{\sqrt{77}}{2}\right\}$

$= 8\left(\frac{77\sqrt{77}}{8} + \frac{3\sqrt{77}}{2}\right)$

$= 77\sqrt{77} + 12\sqrt{77}$

$= 89\sqrt{77}$

= ডানপক্ষ

$\therefore 8\left(k^3 - \frac{1}{k^3}\right) = 89\sqrt{77}$. **(দেখানো হলো)**

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\frac{y}{m} + \frac{m}{y} = \frac{y}{n} + \frac{n}{y}$

বা, $\frac{y}{m} - \frac{y}{n} = \frac{n}{y} - \frac{m}{y}$

বা, $\frac{ny - my}{mn} = \frac{n - m}{y}$

বা, $\frac{y\ (n - m)}{mn} = \frac{n - m}{y}$

বা, $\frac{y}{mn} = \frac{1}{y}$ [উভয়পক্ষকে $n - m$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $y^2 = mn$

বা, $y = \pm\sqrt{mn}$ [বর্গমূল করে]

বা, $y = \sqrt{mn}$ অথবা $-\sqrt{mn}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $\sqrt{mn}$, $-\sqrt{mn}$. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

(i) নং ধারা : $2 + 7 + 12 + 17 + ...$ একটি সমান্তর ধারা।

ধারাটির ১ম পদ, $a = 2$

সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 2 = 5$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$

প্রশ্নানুসারে, $\frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\} = 2235$

বা, $\frac{n}{2}\{2 \times 2 + (n - 1)5\} = 2235$

বা, $n\ (4 + 5n - 5) = 2235 \times 2$

বা, $n(5n - 1) = 4470$

বা, $5n^2 - n - 4470 = 0$

বা, $5n^2 - 150n + 149n - 4470 = 0$

বা, $5n(n - 30) + 149\ (n - 30) = 0$

বা, $(n - 30)\ (5n + 149) = 0$

$\therefore n - 30 = 0$ অথবা, $5n + 149 = 0$

বা, $n = 30$ বা, $5n = -149$

$\therefore n = -\frac{149}{5}$ [গ্রহণযোগ্য নয়]

$\therefore$ n এর মান 30. **(Ans.)**

গ (ii) নং ধারা : $7 + x + y + z + 4375 + ...$ একটি গুণোত্তর ধারা।

ধারাটির ১ম পদ, $a = 7$

এবং সাধারণ অনুপাত $= r$

$\therefore$ ধারাটির ৫ম পদ $= ar^{5-1} = ar^4$

প্রশ্নমতে, $ar^4 = 4375$

বা, $7 \times r^4 = 4375$

বা, $r^4 = \frac{4375}{7}$

বা, $r^4 = 625$

বা, $r^4 = (5)^4$

$\therefore r = 5$

$\therefore$ ধারাটির ২য় পদ, $x = ar^{2-1} = ar = 7 \times 5 = 35$

ধারাটির ৩য় পদ, $y = ar^{3-1} = 7 \times (5)^2 = 7 \times 25 = 175$

ধারাটির ৪র্থ পদ, $z = ar^{4-1} = 7 \times (5)^3 = 7 \times 125 = 875$

$\therefore$ নির্ণেয় $x = 35$, $y = 175$ এবং $z = 875$. **(Ans.)**

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\angle PNR = 55°$

$MN = MO$

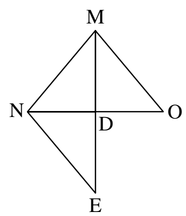
$\angle MNO = \angle MON = 180° - \angle PNO$

$= 180° - 2\angle PNR$

$= 180° - 2 \times 55° = 70°$

$\therefore \angle NMO = 180° - (70° + 70°) = 40°$ **(Ans.)**

খ



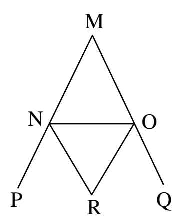
বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔMNO এর $ND = OD$। M, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $MN + MO > 2MD$

অঙ্কন : MD কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $DE = MD$ হয়। N, E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. ΔMOD এবং ΔDEN-এ	
$OD = DN$	[দেওয়া আছে]
$MD = DE$	[অঙ্কনানুসারে]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle MDO$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle EDN$	[বিপ্রতীপ কোণ]
$\therefore \Delta MOD \cong \Delta DEN$	[বাহু- কোণ-বাহু উপপাদ্য]
সুতরাং $MO = EN$	
২. আবার, ΔMEN-এ,	[ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
$MN + NE > ME$	
বা, $MN + MO > MD + DE$	[ধাপ (১) থেকে]
বা, $MN + MO > MD + MD$	[অঙ্কনানুসারে]
$\therefore MN + MO > 2MD$ **(প্রমাণিত)**	

গ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, $\angle PNR = \angle ONR$ এবং $\angle QOR = \angle NOR$ অর্থাৎ ΔMNO এর বহিঃস্থ $\angle PNO$ এবং $\angle QON$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় R বিন্দুতে মিলিত হয়।

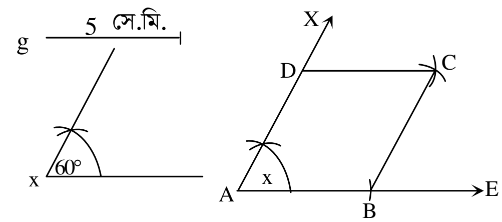
প্রমাণ করতে হবে যে, $2\angle NRO + \angle NMO = 180°$.

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. ΔMNO-এ $\angle M + \angle N + \angle O = 180°$	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]
২. ΔMNO-এর বহিঃস্থ $\angle PNO = \angle M + \angle O$	[ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ, অন্তঃস্থ বিপরীত দুই কোণের সমষ্টির সমান]
বা, $\frac{1}{2}\angle PNO = \frac{1}{2}\angle M + \frac{1}{2}\angle O$	
বা, $\angle RNO = \frac{1}{2}\angle M + \frac{1}{2}\angle O$	
অনুরূপভাবে, $\angle RON = \frac{1}{2}\angle M + \frac{1}{2}\angle N$	
৩. ΔNRO-এ	[ধাপ-২ হতে পাই]
$\angle NRO + \angle RNO + \angle RON = 180°$	
বা, $\angle NRO + \frac{1}{2}\angle M + \frac{1}{2}\angle O + \frac{1}{2}\angle M + \frac{1}{2}\angle N = 180°$	
বা, $\angle NRO + \frac{1}{2}\angle M + \frac{1}{2}(\angle M + \angle N + \angle O) = 180°$	[ধাপ-১ হতে]
বা, $\angle NRO + \frac{1}{2}\angle M + \frac{1}{2} \times 180° = 180°$	
বা, $\angle NRO + \frac{1}{2}\angle M + 90° = 180°$	
বা, $\angle NRO + \frac{1}{2}\angle M = 180° - 90°$	
বা, $2\angle NRO + \angle M = 180°$	
$\therefore 2\angle NRO + \angle NMO = 180°$ **(প্রমাণিত)**	

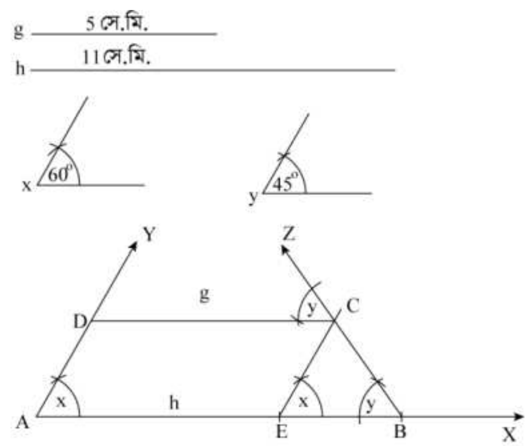
৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ABCD রম্বসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য, $g = 5$ সে.মি. এবং একটি কোণ $\angle x = 60°$ দেওয়া আছে। রম্বসটি অঙ্কন করা হলো।

খ



এখানে, ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয় $g = 5$ সে.মি, $h = 11$ সে.মি. এবং বৃহত্তর বাহু h সংলগ্ন কোণদ্বয় $\angle x = 60°$ এবং $\angle y = 45°$ দেওয়া আছে। ট্রাপিজিয়ামটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

১. যে কোনো রশ্মি AX থেকে $AB = h = 11$ সে.মি. নিই।

২. AB রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle x = 60°$ এর সমান $\angle BAY$ এবং B বিন্দুতে $\angle y = 45°$ এর সমান $\angle ABZ$ আঁকি।

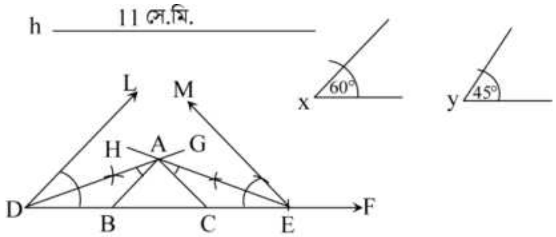
৩. আবার AB রেখাংশ থেকে $AE = g = 5$ সে.মি. কেটে নিই।

৪. E বিন্দুতে $EC \parallel AY$ আঁকি যা BZ রশ্মিকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. আবার $CD \parallel BA$ আঁকি যা AY রশ্মিকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ABCD ই উদ্দিষ্ট ট্রাপিজিয়াম।

গ



মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 60°$ ও $\angle y = 45°$ এবং পরিসীমা h = 11 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যে কোনো একটি রশ্মি DF থেকে পরিসীমা h এর সমান করে DE অংশ কেটে নিই।

২. D ও E বিন্দুতে DE রেখাংশের একই পাশে $\angle x$ এর সমান $\angle EDL$ এবং $\angle y$ এর সমান $\angle DEM$ আঁকি।

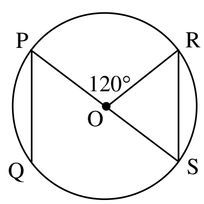
৩. কোণ দুটির দ্বিখণ্ডক যথাক্রমে DG ও EH আঁকি। মনে করি, DG ও EH রেখাংশদ্বয় পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. A বিন্দুতে $\angle ADE$ এর সমান $\angle DAB$ এবং $\angle AED$ এর সমান $\angle EAC$ আঁকি। AB এবং AC রেখাংশদ্বয় DE রেখাংশকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, $\triangle ABC$-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের সমান সমান জ্যা PQ এবং RS.

চিত্রানুসারে, $\angle POR = 120°$

তাহলে একই চাপ PR এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle PSR$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle POR$.

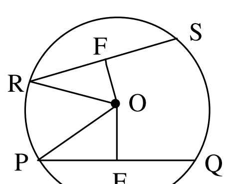
$\therefore \angle PSR = \frac{1}{2}\angle POR$

বা, $\angle PSR = \frac{1}{2} \times 120°$

বা, $\angle PSR = 60°$

$\therefore \frac{1}{2}\angle PSR = \frac{1}{2} \times 60° = 30°$. **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQRS বৃত্তের PQ ও RS দুইটি সমান জ্যা। O থেকে PQ এবং RS জ্যা এর উপর যথাক্রমে OE এবং OF লম্ব আঁকি। O, P এবং O, R যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, OE = OF.

প্রমাণ :

ধাপ-১. $OE \perp PQ$ ও $OF \perp RS$.

সুতরাং, PE = QE এবং RF = SF. [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যে কোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।]

$\therefore PE = \frac{1}{2}PQ$ এবং $RF = \frac{1}{2}RS$.

ধাপ-২. কিন্তু PQ = RS

$\therefore PE = RF$

ধাপ-৩. এখন $\triangle OPE$ এবং $\triangle ORF$ সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে

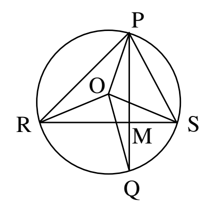
অতিভুজ OP = অতিভুজ OR [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং PE = RF [ধাপ ২]

$\therefore \triangle OPE \cong \triangle ORF$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

$\therefore OE = OF$. **(প্রমাণিত)**

গ এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQ এবং RS জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে M বিন্দুতে সমকোণে ছেদ করেছে। O, P; O, R; O, Q এবং O, S যোগ করায় কেন্দ্রে $\angle POR$ ও $\angle QOS$ উৎপন্ন হলো। প্রমাণ করতে হবে যে,



$\angle POR + \angle QOS = 180°$।

অঙ্কন : P, R ও P, S যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ বলে, PR চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ, $\angle POR = 2 \times$ বৃত্তস্থ কোণ $\angle PSR$

বা, $\angle POR = 2\angle PSR$

ধাপ-২. একইভাবে, $\angle QOS = 2\angle QPS$

ধাপ-৩. ধাপ (১) ও (২) হতে পাই,

$$\begin{aligned}\angle POR + \angle QOS &= 2\angle PSR + 2\angle QPS\\ &= 2(\angle PSR + \angle QPS)\\ &= 2(\angle PSM + \angle MPS)\end{aligned}$$

কিন্তু PMS সমকোণী ত্রিভুজে $\angle MPS + \angle PSM = \angle PMS = 90°$

$\therefore \angle POR + \angle QOS = 2 \times 90° = 180°$

$\therefore \angle POR + \angle QOS = 180°$. **(প্রমাণিত)**

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{5}{6}$

প্রদত্ত রাশি $= \cos^4\theta - \sin^4\theta$

$$\begin{aligned}&= (\cos^2\theta)^2 - (\sin^2\theta)^2\\ &= (\cos^2\theta + \sin^2\theta)(\cos^2\theta - \sin^2\theta)\\ &= 1 \times \frac{5}{6} \quad \text{[মান বসিয়ে]}\\ &= \frac{5}{6} \ \textbf{(Ans.)}\end{aligned}$$

খ দেওয়া আছে,

cosec(2c) = a

cot(2c) = b

এখন,

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$$

বা, $\frac{\text{cosec } 2c + \cot 2c}{\text{cosec } 2c - \cot 2c} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ [মান বসিয়ে]

বা, $\dfrac{\text{cosec } 2c + \cot 2c + \text{cosec } 2c - \cot 2c}{\text{cosec } 2c + \cot 2c - \text{cosec } 2c + \cot 2c} = \dfrac{2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3}}$

[যোজন বিয়োজন করে]

বা, $\dfrac{2 \text{ cosec } 2c}{2 \cot 2c} = \dfrac{4}{2\sqrt{3}}$

বা, $\dfrac{\text{cosec } 2c}{\cot 2c} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\dfrac{\frac{1}{\sin 2c}}{\frac{\cos 2c}{\sin 2c}} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\dfrac{1}{\sin 2c} \times \dfrac{\sin 2c}{\cos 2c} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\dfrac{1}{\cos 2c} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\sec 2c = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\sec 2c = \sec 30°$

বা, $2c = 30°$

$\therefore c = 15°$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $\cos\theta = p$

এখন, $4p^2 - (2 + 2\sqrt{3})\, p + \sqrt{3} = 0$

বা, $4\cos^2\theta - (2 + 2\sqrt{3}) \cos\theta + \sqrt{3} = 0$ [মান বসিয়ে]

বা, $4\cos^2\theta - 2\cos\theta - 2\sqrt{3} \cos\theta + \sqrt{3} = 0$

বা, $2\cos\theta\, (2\cos\theta - 1) - \sqrt{3}\, (2\cos\theta - 1) = 0$

বা, $(2\cos\theta - 1)\, (2\cos\theta - \sqrt{3}) = 0$

হয়, $2\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\cos\theta = \dfrac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos 60°$

$\therefore \theta = 60°$

অথবা, $2\cos\theta - \sqrt{3} = 0$

বা, $\cos\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

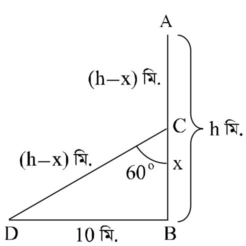
বা, $\cos\theta = \cos 30°$

$\therefore \theta = 30°$

$\therefore \theta = 60°, 30°$ **(Ans.)**

<u>৮নং প্রশ্নের সমাধান</u>

ক



মনে করি, গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য AB = h মিটার। গাছটি BC = x মিটার উচ্চতায় C বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে দণ্ডায়মান অংশের সাথে ∠BCD = 60° কোণ উৎপন্ন করে BD = 10 মিটার দূরে D বিন্দুতে ভূমি স্পর্শ করে। ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য AC = CD = AB – BC = (h – x) মিটার

খ এখানে গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য AB = h মিটার, BD = 10 মিটার, ∠BCD = 60°

এবং ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য AC = CD।

BCD সমকোণী ত্রিভুজে,

$\sin \angle BCD = \dfrac{BD}{CD}$

বা, $\sin 60° = \dfrac{10}{CD}$

বা, $\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{10}{CD}$

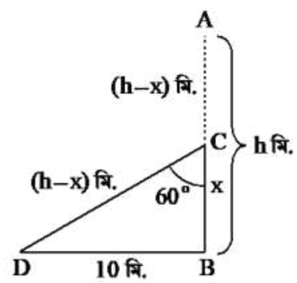
বা, $\sqrt{3}\, CD = 20$

বা, $CD = \dfrac{20}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ CD = 11.547 মিটার (প্রায়)।

$\therefore$ গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য 11.547 মিটার (প্রায়)।

গ



এখানে, গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য AB = h মিটার,

BD = 10 মিটার,

∠BCD = 60° এবং ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য AC = CD = (h – x) মিটার

BCD-সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan \angle BCD = \dfrac{BD}{BC}$

বা, $\tan 60° = \dfrac{10}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \dfrac{10}{x}$

$\therefore x = \dfrac{10}{\sqrt{3}}$

আবার, BCD সমকোণী ত্রিভুজে,

$\cos \angle BCD = \dfrac{BC}{CD}$

বা, $\cos 60° = \dfrac{x}{h - x}$

বা, $\dfrac{1}{2} = \dfrac{x}{h - x}$

বা, $h - x = 2x$

বা, $h = 2x + x$

বা, $h = 3x$

বা, $h = 3 \times \dfrac{10}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$

$\therefore$ h = 17.321(প্রায়)

$\therefore$ গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য 17.321 মিটার (প্রায়)।

৯নং প্রশ্নের সমাধান

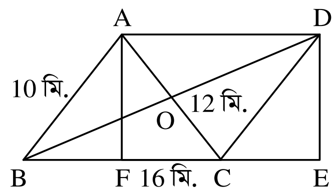
ক দেওয়া আছে, ত্রিভুজের বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $a = 8$ সে.মি. ও $b = 9$ সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $C = 45°$

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} ab \sin C$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 9 \times \sin 45°$ বর্গ সে.মি.

$= 18\sqrt{2}$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

খ



মনে করি, ABCD সামান্তরিকের BD ও AC কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে। $BD > AC$।

চিত্রে, $BC = 16$ মি. $AC = 12$ মি. এবং $AB = 10$ মি.

$\therefore$ ΔABC এর অর্ধপরিসীমা

$s = \frac{10 + 16 + 12}{2}$ মি. $= \frac{38}{2}$ মি. $= 19$ মি.

$\therefore$ Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল

$= \sqrt{s(s - BC)(s - AC)(s - AB)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{19(19 - 16)(19 - 12)(19 - 10)}$ বর্গ মি.

$= \sqrt{19 \times 3 \times 7 \times 9}$ বর্গ মি.

$= \sqrt{3591}$ বর্গ মি.

$= 59.925$ বর্গ মি. (প্রায়)

$AF \perp BC$ এবং $DE \perp$ বর্ধিত BC আঁকি।

এখন ΔABF ও ΔDCE এ

$\angle ABF = \angle DCE$ [অনুরূপ কোণ]

$\angle BFA = \angle CED = 1$ সমকোণ

এবং $AB = DC$ [সামান্তরিকের বিপরীত বাহু]

$\therefore \Delta ABF \cong \Delta CDE$

$\therefore AF = DE$ এবং $BF = CE$

আবার, Δ ক্ষেত্র ABC $= \frac{1}{2} \times BC \times AF$

$= \frac{1}{2} \times 16 \times AF$

$= 8AF$ বর্গ মিটার

$\therefore 8AF = 59.925$

বা, $AF = \frac{59.925}{8} = 7.49$ মি.

$\therefore DE = 7.49$ মি.

এখন, সমকোণী ΔABF-এ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 = AF^2 + BF^2$

বা, $BF^2 = AB^2 - AF^2$

$= 10^2 - 7.49^2$

$= 100 - 56.1001$

$= 43.8999$

$\therefore BF = 6.626$ মি.

$\therefore CE = 6.626$ মি.

$\therefore BE = BC + CF = (16 + 6.626)$ মি. $= 22.626$ মি.

এখন, সমকোণী ΔBDE এ,

$BD^2 = BE^2 + DE^2$

$= (22.626)^2 + (7.46)^2$

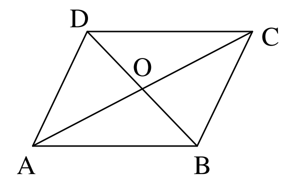
$= 511.936 + 56.1001$

$= 568.036$

$\therefore BD = 23.8335$ মি. (প্রায়)

$\therefore$ অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য 23.8335 মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ



মনে করি, ABCD একটি রম্বস, যার দুইটি কর্ণ AC এবং BD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

রম্বসের বাহু AB = সামান্তরিকের বৃহত্তম বাহু = 16 মি.

এবং কর্ণ BD = সামান্তরিকের ক্ষুদ্রতম কর্ণ = 12 মি.

আমরা জানি,

রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$\therefore OB = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} \times 12$ মিটার $= 6$ মিটার

AOB সমকোণী ত্রিভুজ থেকে আমরা পাই

$AB^2 = OA^2 + OB^2$

বা, $(16)^2 = OA^2 + (6)^2$

বা, $OA^2 = (16)^2 - (6)^2$

বা, $OA^2 = 256 - 36$

বা, $OA^2 = 220$

$\therefore OA = 14.83$ মিটার

$\therefore$ রম্বসের অপর কর্ণ $AC = 2.OA$ [$\because$ O, AC এর মধ্যবিন্দু]

$= 2 \times 14.83$ মিটার

$= 29.66$ মিটার

এবং রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BD \times AC$ বর্গ একক

[রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ রম্বসের কর্ণদ্বয়ের গুণফল]

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 29.66$ বর্গমিটার

$= 177.96$ বর্গমিটার

$\therefore$ রম্বসের ক্ষেত্রফল 177.96 বর্গমিটার। (প্রায়) **(Ans.)**

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, উপাত্তগুলো সর্বোচ্চ নম্বর = 100

এবং সর্বনিম্ন নম্বর = 30

$\therefore$ পরিসর $= (100 - 30) + 1$

$= 70 + 1$

$= 71$

খ শ্রেণিব্যবধান 6 ধরলে শ্রেণিসংখ্যা $= \frac{71}{6} = 11.83 \approx 12$ টি

$\therefore$ নির্ণেয় শ্রেণিসংখ্যা 12 টি।

গণসংখ্যার সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
29 – 34	|	1	1
35 – 40	卌	5	6
41 – 46	|||	3	9
47 – 52	|	1	10
53 – 58	|||	3	13
59 – 64	|||	3	16
65 – 70	卌 |	6	22
71 – 76	|||	3	25
77 – 82	||	2	27
83 – 88	|||	3	30
89 – 94	|	1	31
95 – 100	||||	4	35
	মোট	n = 35	

এখানে, $\frac{n+1}{2} = \frac{35+1}{2} = \frac{36}{2} = 18$;

অর্থাৎ 18-তম পদ (65 – 70) শ্রেণিতে মধ্যক অবস্থিত।

সুতরাং $L = 65, F_c = 16, f_m = 6, h = 6$

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} = 65 + (17.5 - 16) \times \frac{6}{6}$

$= 65 + 1.5 = 66.5$

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যক 66.5।

গ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা f_i	শ্রেণি মধ্যমান x_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
29 – 34	1	31.5	– 6	– 6
35 – 40	5	37.5	– 5	– 25
41 – 46	3	43.5	– 4	– 12
47 – 52	1	49.5	– 3	– 3
53 – 58	3	55.5	– 2	– 6
59 – 64	3	61.5	– 1	– 3
65 – 70	6	67.5← a	0	0
71 – 76	3	73.5	1	3
77 – 82	2	79.5	2	4
83 – 88	3	85.5	3	9
89 – 94	1	91.5	4	4
95 – 100	4	97.5	5	20
	n = 35			$\Sigma f_iu_i = -15$

$\therefore$ গাণিতিক গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

$= 67.5 + \frac{-15}{35} \times 6$

$= 67.5 - 2.57$

$= 64.93$

$\therefore$ নির্ণেয় গড় = 64.93 **(Ans.)**

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমানুসারে সাজিয়ে পাই, 10, 14, 16, 18, 22, 26, 28, 30; এখানে উপাত্ত সংখ্যা ৪টি যা জোড়।

$$\therefore \text{মধ্যক} = \frac{\frac{8}{2}\text{ তম পদ} + \left(\frac{8}{2}+1\right)\text{ তম পদ}}{2}$$

$$= \frac{4\text{ তম পদ} + 5\text{ তম পদ}}{2}$$

$$= \frac{18+22}{2}$$

$$= \frac{40}{2} = 20 \text{ (Ans.)}$$

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপবিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
31 – 40	35.5	6	– 3	– 18
41 – 50	45.5	8	– 2	– 16
51 – 60	55.5	10	– 1	– 10
61 – 70	65.5←a	12	0	0
71 – 80	75.5	5	1	5
81 – 90	85.5	7	2	14
91 – 100	95.5	2	3	6
		n = 50		$\sum f_iu_i = -19$

$\therefore$ নির্ণেয় গড় $\bar{x} = a + \frac{\sum f_iu_i}{n} \times h$

$= 65.5 + \frac{-19}{50} \times 10$

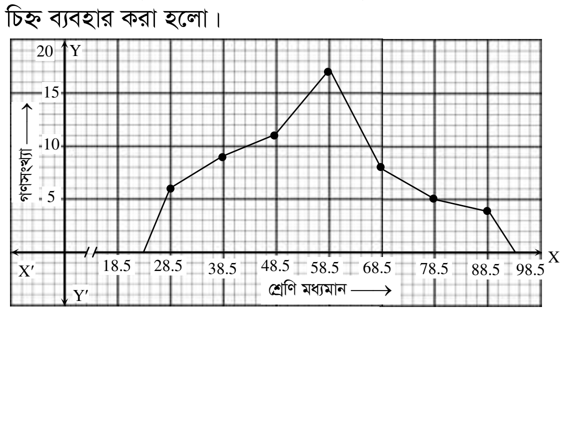
$= 65.5 - 3.8$

$= 61.7$ **(Ans.)**

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
31 – 40	35.5	6
41 – 50	45.5	8
51 – 60	55.5	10
61 – 70	65.5	12
71 – 80	75.5	5
81 – 90	85.5	7
91 – 100	95.5	2

এখন, ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শিক্ষার্থী সংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 25.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হলো।



মডেল টেস্ট- ১১

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	ক	২	গ	৩	ক	৪	ঘ	৫	খ	৬	খ	৭	ক	৮	গ	৯	ঘ	১০	গ	১১	গ	১২	গ	১৩	ঘ	১৪	ঘ	১৫	ক
	১৬	গ	১৭	ঘ	১৮	ক	১৯	গ	২০	ক	২১	ক	২২	গ	২৩	খ	২৪	ক	২৫	খ	২৬	ক	২৭	ঘ	২৮	খ	২৯	খ	৩০	ক

সৃজনশীল

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$P = \{x \in N : x^2 + x - 72 = 0\}$

x এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,

$x^2 + x - 72 = 0$

বা, $x^2 + 9x - 8x - 72 = 0$

বা, $x (x + 9) - 8 (x + 9) = 0$

বা, $(x - 8) (x + 9) = 0$

হয়, $x - 8 = 0$ অথবা, $x + 9 = 0$

$\therefore x = 8$ $\therefore x = -9$

$\therefore P = \{-9, 8\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$S = \{(x, y) : x \in Q, y \in Q$ এবং $x - y = 2\}$

যেখানে $Q = \{-2, -1, 0, 1\}$

S এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,

$x - y = 2$

বা, $y = x - 2$

প্রত্যেক $x \in Q$ এর জন্য $y = x - 2$ নির্ণয় করি,

x	-2	-1	0	1
y	-4	-3	-2	-1

এখানে, $-4, -3 \notin Q$

$\therefore (-2, -4), (-1, -3) \notin S$

$\therefore S = \{(0, -2), (1, -1)\}$

$\therefore$ ডোমেন $S = \{0, 1\}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

$f(m) = \dfrac{1 + m^3 + m^6}{m^3}$

বামপক্ষ $= f(t^2)$

$= \dfrac{1 + (t^2)^3 + (t^2)^6}{(t^2)^3}$

$= \dfrac{1 + t^6 + t^{12}}{t^6}$

ডানপক্ষ $f(t^{-2}) = \dfrac{1 + (t^{-2})^3 + (t^{-2})^6}{(t^{-2})^3}$

$= \dfrac{1 + t^{-6} + t^{-12}}{t^{-6}}$

$= \dfrac{1 + \frac{1}{t^6} + \frac{1}{t^{12}}}{\frac{1}{t^6}}$

$= \dfrac{\frac{t^{12} + t^6 + 1}{t^{12}}}{\frac{1}{t^6}}$

$= \dfrac{1 + t^6 + t^{12}}{t^{12}} \times \dfrac{t^6}{1}$

$= \dfrac{1 + t^6 + t^{12}}{t^6}$

= ডানপক্ষ

$\therefore f(t^2) = f(t^{-2})$ **(দেখানো হলো)**

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক উৎপাদকে বিশ্লেষণ :

$4p^2 - 4q^2 + 4q - 1$

$= 4p^2 - \{(2q)^2 - 2.2q.1 + (1)^2\}$

$= (2p)^2 - (2q - 1)^2$

$= (2p + 2q - 1) (2p - 2q + 1)$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $a + b + c = m$

$a^2 + b^2 + c^2 = n$

আবার, $c = 0, m = 3, n = 5$

$\therefore a + b = 3$

এবং $a^2 + b^2 = 5$

বা, $a^2 + 2ab + b^2 = 5 + 2ab$

বা, $(a + b)^2 = 5 + 2ab$

বা, $(3)^2 = 5 + 2ab$ [$a + b = 3$ বসিয়ে]

বা, $9 - 5 = 2ab$

বা, $2ab = 4$

$\therefore ab = 2$

এখন, $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab (a + b)$

$= (3)^3 - 3. 2. 3$ [$a + b = 3, ab = 2$ বসিয়ে]

$= 27 - 18 = 9$

$\therefore$ নির্ণেয় মান : 9 **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $y^2 = 11 + \sqrt{120}$

$\therefore y = \sqrt{11 + \sqrt{120}}$

$= \sqrt{11 + \sqrt{4 \times 30}}$

$= \sqrt{11 + 2\sqrt{30}}$

$= \sqrt{6 + 5 + 2\sqrt{6}\sqrt{5}}$

$= \sqrt{(\sqrt{6})^2 + 2\sqrt{6}.\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2)}$

$= \sqrt{(\sqrt{(6)} + \sqrt{5})^2}$

$= \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$\therefore \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}$

$= \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5})}$ [$(\sqrt{6} - \sqrt{5})$ দ্বারা লব ও হরকে গুণ করে]

$= \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2}$

$= \sqrt{6} - \sqrt{5}$

$\therefore y + \frac{1}{y} = \sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{5} = 2\sqrt{6}$

এখন, $y^2 + \frac{1}{y^2} = \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 - 2.y.\frac{1}{y}$

$= (2\sqrt{6})^2 - 2$

$= 24 - 2 = 22$

এবং, $y^3 + \frac{1}{y^3} = \left(y + \frac{1}{y}\right)^3 - 3.y.\frac{1}{y}\,(y + \frac{1}{y})$

$= (2\sqrt{6})^3 - 3.2\sqrt{6}$

$= 48\sqrt{6} - 6\sqrt{6}$

$= 42\sqrt{6}$

আবার, $\left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)\left(y^3 + \frac{1}{y^3}\right) = 22 \times 42\sqrt{6}$

বা, $y^5 + \frac{1}{y^5} + y + \frac{1}{y} = 924\sqrt{6}$

বা, $y^5 + \frac{1}{y^5} + 2\sqrt{6} = 924\sqrt{6}$ [মান বসিয়ে]

বা, $y^5 + \frac{1}{y^5} = 924\sqrt{6} - 2\sqrt{6}$

$\therefore y^2\left(y^3 + \frac{1}{y^7}\right) = 922\sqrt{6}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান : $922\sqrt{6}$ **(Ans.)**

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ধারাটির r তম পদ = 101

প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ, a = 5

এবং সাধারণ অন্তর, d = 17 – 5 = 12

আমরা জানি, r তম পদ = a + (r – 1)d

বা, $101 = 5 + (r - 1) \times 12$ [a ও d এর মান বসিয়ে]

বা, $101 = 5 + 12r - 12$

বা, $101 = 12r + 7$

বা, $12r = 101 + 7$

বা, $12r = 108$

বা, $r = \frac{108}{12} = 9$

$\therefore$ ধারাটির 9 তম পদ 101. **(Ans.)**

খ প্রদত্ত ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

যার প্রথম পদ, a = 7

এবং সাধারণ অন্তর, d = 4 – 7 = – 3

আমরা জানি, সমান্তর ধারায় ১ম n সংখ্যক পদের যোগফল,

$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)\,d\}$

শর্তমতে, $-430 = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)\,d\}$

বা, $-430 = \frac{n}{2}\{2.7 + (n - 1)(-3)\}$

বা, $-430 = \frac{n}{2}\{14 - 3n + 3\}$

বা, $-430 = \frac{n}{2}(17 - 3n)$

বা, $-860 = 17n - 3n^2$

বা, $3n^2 - 17n - 860 = 0$

বা, $3n^2 - 60n + 43n - 860 = 0$

বা, $3n(n - 20) + 43\,(n - 20) = 0$

বা, $(n - 20)\,(3n + 43) = 0$

হয়, $n - 20 = 0$ অথবা, $3n + 43 = 0$

বা, n = 20বা, 3n = – 43

বা, $n = \frac{-43}{3}$ [গ্রহণযোগ্য নয়]

$\therefore$ n এর মান 20 **(Ans.)**

গ (ii) নং ধারা : $7 + x + y + z + 1792$ একটি গুণোত্তর ধারা।

ধারাটির ১ম পদ, a = 7

এবং সাধারণ অনুপাত = r

$\therefore$ ধারাটির 5 তম পদ $= ar^{5-1} = ar^4$

প্রশ্নমতে, $ar^4 = 1792$

বা, $7 \times r^4 = 1792$

বা, $r^4 = \frac{1792}{7}$

বা, $r^4 = 256$

বা, $r^4 = (4)^4$

$\therefore r = 4$

$\therefore$ ধারাটির ২য় পদ, $x = ar^{2-1} = ar = 7 \times 4 = 28$

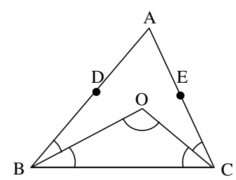
ধারাটির ৩য় পদ, $y = ar^{3-1} = 7 \times (4)^2 = 7 \times 16 = 112$

ধারাটির ৪র্থ পদ, $z = ar^{4-1} = 7 \times (4)^3 = 7 \times 64 = 448$

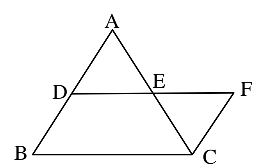
$\therefore$ নির্ণেয় x = 28, y = 112 এবং z = 448. **(Ans.)**

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, ΔABC এর AB বাহুর মধ্যবিন্দু D এবং AC এর মধ্যবিন্দু E। $\angle B$ এবং $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।



খ **বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, ΔABC-এ AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দুদ্বয় যথাক্রমে D ও E-এর সংযোজক রেখাংশ DE.



প্রমাণ করতে হবে যে, DE || BC এবং $DE = \frac{1}{2}BC$

অঙ্কন : DE-কে F পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন DE = EF হয়। F, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔADE ও ΔECF-এ

AE = EC [E, AC-এর মধ্যবিন্দু]

DE = EF [অঙ্কন অনুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle AED$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle CEF$ [বিপ্রতীপ কোণ]

অতএব, $\Delta ADE \cong \Delta ECF$

AD = FC = BD এবং

$\angle DAE = \angle ECF$ [একান্তর কোণ]

$\therefore$ AD || FC অর্থাৎ AB || FC

ধাপ-২. আবার, BD = FC

সুতরাং, BDFC একটি সামান্তরিক

ধাপ-৩. অতএব, $DF \parallel BC$,

[সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় সমান ও সমান্তরাল]

$DE \parallel BC$ এবং

$DF = BC$

বা, $DE + EF = BC$

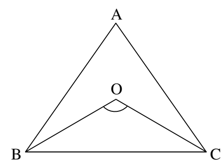
বা, $DE + DE = BC$ [(১) থেকে]

বা, $2DE = BC$

$\therefore DE = \frac{1}{2} BC$

সুতরাং $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2} BC$ **(প্রমাণিত)**

গ **বিশেষ নির্বচন :** ΔABC এর $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক BO এবং OC পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2} \angle A$.



প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔABC এ

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ [$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি $= 180°$]

বা, $\frac{1}{2} \angle A + \frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle C = \frac{180°}{2}$

[উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle C = 90° - \frac{1}{2} \angle A$ ... ... (i)

ধাপ- ২. এখন, $\angle OBC = \frac{1}{2} \angle B$ [$\because$ OB, $\angle B$ এর সমদ্বিখণ্ডক]

আবার, $\angle OCB = \frac{1}{2} \angle C$ [$\because$ OC, $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক]

ধাপ-৩. এখন ΔBOC এ

$\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180°$

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle C = 180°$

[$\because \frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle C = 90° - \frac{1}{2} \angle A$]

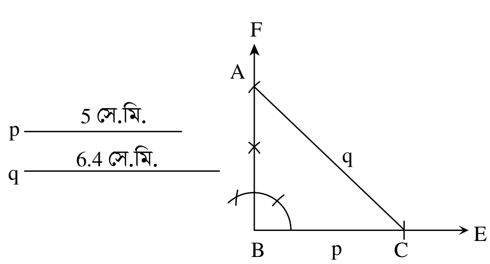
বা, $\angle BOC + 90° - \frac{1}{2} \angle A = 180°$

বা, $\angle BOC = 180° - 90° + \frac{1}{2} \angle A$

$\therefore \angle BOC = 90° + \frac{1}{2} \angle A$. **(প্রমাণিত)**

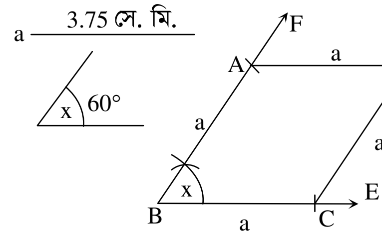
৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, ABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, রম্বসের একটি বাহু $a = \frac{3p}{4} = 3.75$ সে.মি. এবং একটি কোণ $\angle x = 60°$ দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

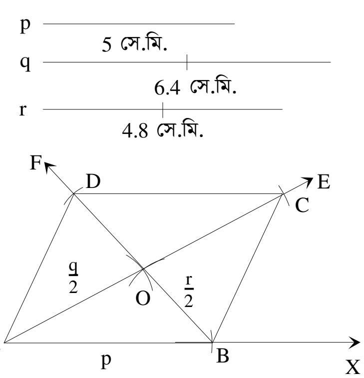
১. যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a$ নিই। এবার, B বিন্দুতে $\angle EBF = \angle x$ আঁকি এবং BF থেকে $BA = a$ অংশ কেটে নিই।

২. অতঃপর A ও C বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$-এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। তারা পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. A, D এবং C, D যোগ করি।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, সামান্তরিকের দুটি কর্ণ $q = 6.4$ সে.মি. ও $r = 4.8$ সে.মি. এবং একটি বাহু $p = 5$ সে.মি. দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. q ও r কর্ণদ্বয়কে সমান দুইভাগে বিভক্ত করি।

২. যেকোনো রশ্মি AX থেকে p এর সমান AB নিই।

৩. A ও B কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে $\frac{q}{2}$ ও $\frac{r}{2}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর একই পাশে দুটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, বৃত্তচাপ দুটি পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. A, O ও O, B যোগ করি।

৫. AO কে AE বরাবর এবং BO কে BF বরাবর বর্ধিত করি।

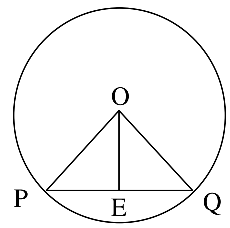
৬. OE থেকে $\frac{q}{2} = OC$ এবং OF থেকে $\frac{r}{2} = OD$ নিই।

৭. A, D; D, C ও B, C যোগ করি।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $OE \perp PQ$।

প্রমাণ করতে হবে যে, $PE = QE$.

অঙ্কন : O, P; O, Q যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : $OE \perp PQ$ হওয়ায় $\angle OEP = \angle OEQ$ = এক সমকোণ

অতএব, ΔOPE ও ΔOQE উভয় সমকোণী ত্রিভুজ [কল্পনা]

ধাপ-২ : এখন, ΔOPE ও ΔOQE সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে

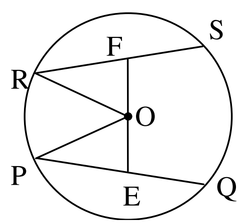
$OP = OQ$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং $OE = OE$ [সাধারণ বাহু]

$\therefore \Delta OPE \cong \Delta OAE$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

$\therefore PE = QE$. **(প্রমাণিত)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQRS বৃত্তের PQ ও RS দুইটি সমান জ্যা। O থেকে PQ এবং RS জ্যা এর উপর যথাক্রমে OE এবং OF লম্ব। O, P এবং O, R যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে $OE = OF$.

প্রমাণ :

ধাপ-১. $OE \perp PQ$ ও $OF \perp RS$.

সুতরাং, $PE = QE$ এবং $RF = SF$. [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।]

$\therefore PE = \frac{1}{2}PQ$ এবং $RF = \frac{1}{2}RS$.

ধাপ-২. কিন্তু $PQ = RS$

$\therefore PE = RF$

ধাপ-৩. এখন ΔOPE এবং ΔORF সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে

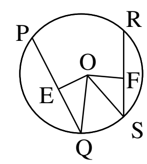
অতিভুজ OP = অতিভুজ OR [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং $PE = RF$ [ধাপ ২]

$\therefore \Delta OPE \cong \Delta ORF$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

$\therefore OE = OF$. **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : PQSR বৃত্তের কেন্দ্র O। $PQ > RS$, O থেকে PQ ও RS এর উপরে যথাক্রমে OE ও OF লম্ব। তাহলে OE ও OF কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে PQ ও RS জ্যায়ের দূরত্ব নির্দেশ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, PQ, RS অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর অর্থাৎ $OE < OF$.

অঙ্কন : O, Q এবং O, S যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : যেহেতু $OE \perp PQ$ এবং $OF \perp RS$ [সমকোণ]

সুতরাং OFS ও OEQ সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে

পিথাগোরাসের উপপাদ্য হতে পাই,

$OS^2 = OF^2 + FS^2$ এবং

$OQ^2 = OE^2 + QE^2$

ধাপ-২ : যেহেতু, $OS = OQ$

$\therefore OS^2 = OQ^2$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore OF^2 + FS^2 = OE^2 + QE^2$

বা, $OF^2 - OE^2 = QE^2 - FS^2$ .... (i)

ধাপ-৩ : এখন, $QE = \frac{1}{2}PQ$ এবং $FS = \frac{1}{2}RS$ [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

ধাপ-৪ : যেহেতু $PQ > RS$, সেহেতু $\frac{1}{2}PQ > \frac{1}{2}RS$

বা, $QE > FS$

বা, $QE^2 > FS^2$ [ধাপ-৩ হতে]

$\therefore QE^2 - FS^2 > 0$

$\therefore OF^2 - OE^2 > 0$ [(i)] নং হতে]

বা, $OF^2 > OE^2$

বা, $OF > OE$

$\therefore OE < OF$. **(প্রমাণিত)**

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $b = \cot\theta - \cos\theta$

$= \cot 60° - \cos 60°$ [$\because \theta = 60°$]

$= \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2} = \frac{2-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$

$\therefore$ নির্ণেয় $b = \frac{2-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $a = \cot\theta + \cos\theta$

$b = \cot\theta - \cos\theta$

বামপক্ষ $= a^2 + b^2$

$= (\cot\theta + \cos\theta)^2 + (\cot\theta - \cos\theta)^2$

$= 2(\cot^2\theta + \cos^2\theta)$ [$\because (a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2+b^2)$]

$= 2(\cot^2\theta + \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}\sin^2\theta)$

$= 2(\cot^2\theta + \cot^2\theta\sin^2\theta)$

$= 2\cot^2\theta(1 + \sin^2\theta)$

= ডানপক্ষ

$\therefore a^2 + b^2 = 2\cot^2\theta(1 + \sin^2\theta)$. **(দেখানো হলো)**

গ বামপক্ষ $= (a^2 - b^2)^2$

$= \{(\cot\theta + \cos\theta)^2 - (\cot\theta - \cos\theta)^2\}^2$

[a ও b এর মান বসিয়ে]

$= (4\cot\theta \,.\, \cos\theta)^2$ $[\because (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab]$

$= 16(\cot^2\theta \,.\cos^2\theta)$

$= 16\{\cot^2\theta\,(1 - \sin^2\theta)\}$

$= 16(\cot^2\theta - \cot^2\theta \,.\, \sin^2\theta)$

$= 16\left(\cot^2\theta - \dfrac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} \,.\, \sin^2\theta\right)$

$= 16(\cot^2\theta - \cos^2\theta)$

$= 16(\cot\theta + \cos\theta)\,(\cot\theta - \cos\theta)$

$= 16ab$ [a ও b এর মান বসিয়ে]

$\therefore (a^2 - b^2)^2 = 16ab$. **(প্রমাণিত)**

৮নং প্রশ্নের সমাধান

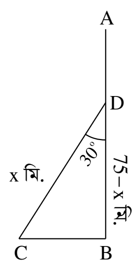
ক দেওয়া আছে,

সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের অনুপাত $= 2 : 3$।

আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় পূরক অর্থাৎ তাদের যোগফল $= 90°$

$\therefore$ ক্ষুদ্রতম সূক্ষ্মকোণটি $= \dfrac{2}{2+3} \times 90° = 36°$ **(Ans.)**

খ ধরি, খুঁটিটির উচ্চতা, $AB = 75$ মি.। ঝড়ে খুঁটিটি D বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে দণ্ডায়মান অংশের সাথে $30°$ কোণ উৎপন্ন করে ভূমিতে C বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।



ধরি, ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য, $AD = CD = x$ মি.

$\therefore$ দণ্ডায়মান অংশ, $BD = (75 - x)$ মি.

এবং $\angle BDC = 30°$

এখন, $\cos\angle BDC = \dfrac{BD}{CD}$

বা, $\cos 30° = \dfrac{75 - x}{x}$

বা, $\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{75}{x} - 1$

বা, $\dfrac{75}{x} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + 1$

বা, $\dfrac{75}{x} = \dfrac{\sqrt{3} + 2}{2}$

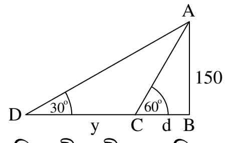
বা, $x(\sqrt{3} + 2) = 150$

বা, $x = \dfrac{150}{\sqrt{3} + 2}$

$\therefore x = 40.19$

$\therefore$ ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য $x = 40.2$ মি. (প্রায়)

গ



মনে করি, এক ব্যক্তি নদীর তীরে C বিন্দুতে দাড়িয়ে দেখল অপর তীরে অবস্থিত $AB = 150$ মি. গাছের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ $\angle BCA = 60°$। C বিন্দু থেকে আরও y মি. পিছিয়ে D বিন্দুতে গিয়ে দেখল যে শীর্ষের উন্নতি কোণ, $\angle BDA = 30°$ হলো।

ধরি, নদীর প্রস্থ, $BC = d$ মি.

এখন, ΔBCA এ, $\tan\angle BCA = \dfrac{AB}{BC}$

বা, $\tan 60° = \dfrac{150°}{d}$

বা, $d = \dfrac{150°}{\tan 60°}$

বা, $d = \dfrac{150}{\sqrt{3}}$

$\therefore d = 50\sqrt{3}$

আবার, ΔABD এ, $\tan\angle BDA = \dfrac{AB}{BD}$

বা, $\tan 30° = \dfrac{AB}{BC + CD}$

বা, $\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{150}{d + y}$

বা, $d + y = 150\sqrt{3}$

বা, $y = 150\sqrt{3} - d$

বা, $y = 150\sqrt{3} - 50\sqrt{3}$

$\therefore y = 100\sqrt{3}$

$\therefore$ নদীর বিস্তার $d = 50\sqrt{3}$ মিটার $= 86.60$ মি. (প্রায়)

এবং y এর মান $= 100\sqrt{3}$ মি. $= 173.2$ মি. (প্রায়) **(Ans.)**

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

সমকোণী ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য x সে.মি.

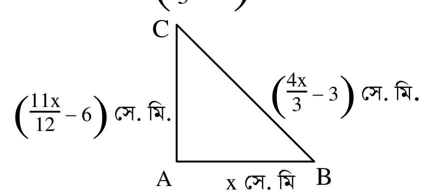
তাহলে, ত্রিভুজটির লম্বের দৈর্ঘ্য $= \left(\dfrac{11x}{12} - 6\right)$ সে.মি.

এবং অতিভুজের দৈর্ঘ্য $= \left(\dfrac{4x}{3} - 3\right)$ সে.মি.

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \dfrac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ লম্ব

$= \dfrac{1}{2} \times x \times \left(\dfrac{11x}{12} - 6\right)$ বর্গ সে.মি.

খ 'ক' থেকে পাই, ত্রিভুজটির ভূমি x সে.মি. হলে লম্ব $\left(\dfrac{11x}{12} - 6\right)$ সে.মি. এবং অতিভুজ $\left(\dfrac{4x}{3} - 3\right)$ সে.মি.



এখন ΔABC-এ পিথাগোরাসের সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$\left(\dfrac{4x}{3} - 3\right)^2 = x^2 + \left(\dfrac{11x}{12} - 6\right)^2$

বা, $\dfrac{(4x - 9)^2}{9} = x^2 + \dfrac{(11x - 72)^2}{144}$

বা, $16(4x - 9)^2 = 144x^2 + (11x - 72)^2$

[উভয় পক্ষকে 144 দ্বারা গুণ করে]

বা, $16(16x^2 - 72x + 81) = 144x^2 + 121x^2 - 1584x + 5184$

বা, $256x^2 - 1152x + 1296 = 265x^2 - 1584x + 5184$

বা, $-9x^2 + 432x - 3888 = 0$

বা, $x^2 - 48x + 432 = 0$ [উভয়পক্ষে (-9) দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x^2 - 12x - 36x + 432 = 0$

বা, $x(x - 12) - 36(x - 12) = 0$

বা, $(x - 12)(x - 36) = 0$

$\therefore$ হয়, $x - 12 = 0$ অথবা, $x - 36 = 0$

বা, $x = 12$ বা, $x = 36$

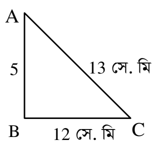
$\therefore$ ভূমির দৈর্ঘ্য 12 সে.মি. বা 36 সে.মি. **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, ত্রিভুজটির ভূমি, BC = 12 সে.মি.

অতিভুজ, $AC = \left\{\left(12 \times \frac{4}{3}\right) - 3\right\}$ সে.মি.

$= (16 - 3)$ সে.মি.

$\therefore AC = 13$ সে.মি.



এবং ত্রিভুজটির লম্ব, $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2}$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য হতে]

$= \sqrt{(13)^2 - (12)^2}$

$= \sqrt{169 - 144}$

$= \sqrt{25}$

$= 5$ সে.মি.

ΔABC এর পরিসীমা = AB + BC + AC

$= (5 + 12 + 13)$ সে.মি.

$= 30$ সে.মি.

মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহু = a সে.মি.

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা = 3a সে.মি.

শর্তমতে,

সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা = ΔABC এর পরিসীমা

বা, $3a = 30$

বা, $a = \frac{30}{3}$

$\therefore a = 10$ সে.মি.

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ বর্গ একক

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (10)^2$ বর্গ সে.মি.

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 100$ বর্গ সে.মি.

$= 25\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

$= 43.301$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = 43.301 বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 20 আছে (60 – 64) শ্রেণিতে।

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণি (60 – 64)।

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{60 + 64}{2} = \frac{124}{2} = 62$ **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
45 – 49	47	4	– 3	– 12
50 – 54	52	8	– 2	– 16
55 – 59	57	10	– 1	– 10
60 – 64	62 ← a	20	0	0
65 – 69	67	12	1	12
70 – 74	72	6	2	12
সর্বমোট		n = 60		$\Sigma f_iu_i = -14$

$\therefore$ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

$= 62 + \frac{-14}{60} \times 5$

$= 62 - \frac{7}{6}$

$= 60.83$ **(Ans.)**

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
45 – 49	47	4
50 – 54	52	8
55 – 59	57	10
60 – 64	62	20
65 – 69	67	12
70 – 74	72	6

ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর এক একক এবং y অক্ষ বরাবর প্রতি বাহু দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার এক একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 42 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যার সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
50 – 54	7	7
55 – 59	12	19
60 – 64	18	37
65 – 69	24	61
70 – 74	9	70
মোট	n = 70	

এখানে, $\frac{n}{2} = \frac{70}{2} = 35$;

অর্থাৎ 35-তম পদ (60 – 64) শ্রেণিতে মধ্যক অবস্থিত।

$\therefore$ মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা = 60 **(Ans.)**

খ 'ক' থেকে পাই,

প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক শ্রেণি হলো (60 – 64)।

সুতরাং, $L = 60, F_c = 19, f_m = 18, h = 5$

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 60 + (35 - 19) \times \frac{5}{18}$

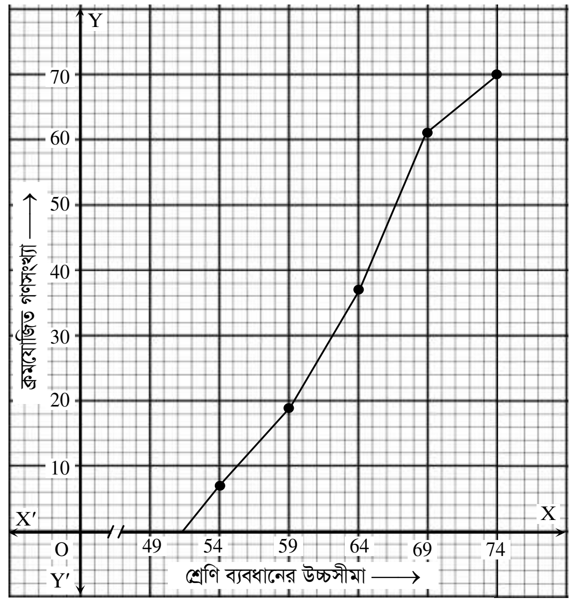
$= 60 + \frac{80}{18}$

$= 64.44$ (প্রায়) **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের জন্য গণসংখ্যা নিবেশনের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
50 – 54	7	7
55 – 59	12	19
60 – 64	18	37
65 – 69	24	61
70 – 74	9	70

x অক্ষ বরাবর ছক কাগজের 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y অক্ষ বরাবর 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের ক্রমযোজিত গণসংখ্যার অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 49 পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বিদ্যমান বোঝাতে x অক্ষে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



মডেল টেস্ট- ১২

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	ঘ	২	গ	৩	ক	৪	ক	৫	খ	৬	খ	৭	গ	৮	ক	৯	গ	১০	গ	১১	খ	১২	খ	১৩	গ	১৪	ক	১৫	খ
	১৬	ঘ	১৭	ঘ	১৮	গ	১৯	গ	২০	ঘ	২১	খ	২২	ক	২৩	খ	২৪	গ	২৫	গ	২৬	গ	২৭	ক	২৮	ক	২৯	খ	৩০	খ

সৃজনশীল

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক $ax^2 + (ab - 1)x - b$

$= ax^2 + abx - x - b$

$= ax(x + b) - 1(x + b)$

$= (x + b)(ax - 1)$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $A = p^4 + \frac{1}{p^4}$

এখন, $A = 119$

তাহলে, $p^4 + \frac{1}{p^4} = 119$

বা, $(p^2)^2 + \left(\frac{1}{p^2}\right)^2 = 119$

বা, $\left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)^2 - 2.p^2.\frac{1}{p^2} = 119$

বা, $p^2 + \frac{1}{p^2} = \sqrt{119 + 2}$

বা, $p^2 + \frac{1}{p^2} = \sqrt{121}$

বা, $p^2 + \left(\frac{1}{p}\right)^2 = 11$

বা, $\left(p - \frac{1}{p}\right)^2 + 2.p.\frac{1}{p} = 11$

বা, $\left(p - \frac{1}{p}\right)^2 = 11 - 2$

বা, $p - \frac{1}{p} = \sqrt{9}$

বা, $p - \frac{1}{p} = 3$

$\therefore p = 3 + \frac{1}{p}$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $B = 3 + 2\sqrt{2}$

এখন, $B = x$

তাহলে, $x = 3 + 2\sqrt{2}$

বা, $\frac{1}{x} = \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}}$

বা, $\frac{1}{x} = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{(3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})}$

বা, $\frac{1}{x} = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{9 - 8}$

$\therefore \frac{1}{x} = 3 - 2\sqrt{2}$

$\therefore x + \frac{1}{x} = 3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} = 6$

এখন, $\frac{x^6+1}{x^3} = \frac{x^6}{x^3} + \frac{1}{x^3}$

$= x^3 + \frac{1}{x^3}$

$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= (6)^3 - 3 \times 6$

$= 216 - 18$

$= 198$

$\therefore$ নির্ণেয় মান : 198 **(Ans.)**

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $y = 3$

$\sqrt{y^3}$ এর 3 ভিত্তিক লগ $= \log_3 \sqrt{y^3}$

$= \log_3 \sqrt{3^3}$

$= \log_3 3^{\frac{3}{2}}$

$= \frac{3}{2}\log_3 3$

$= \frac{3}{2} \times 1 = \frac{3}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান : $\frac{3}{2}$.

খ দেওয়া আছে, $y = 3$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{y^{a+1}}{(y^a)^{a-1}} \div \frac{(3y)^{a-1}}{(y^{a+1})^{a-1}} \times \frac{1}{y^{-2}}$

$= \frac{3^{a+1}}{(3^a)^{a-1}} \div \frac{(3.3)^{a-1}}{(3^{a+1})^{a-1}} \times \frac{1}{3^{-2}}$ [$\because y = 3$]

$= \frac{3^{a+1}}{3^{a^2-a}} \div \frac{(3^2)^{a-1}}{3^{a^2-1}} \times 3^2$

$= 3^{a+1-a^2+a} \div \frac{3^{2a-2}}{3^{a^2-1}} \times 3^2$

$= 3^{2a+1-a^2} \div 3^{2a-2-a^2+1} \times 3^2$

$= 3^{2a+1-a^2} \div 3^{2a-1-a^2} \times 3^2$

$= 3^{2a+1-a^2-2a+1+a^2+2}$

$= 3^4$

$= 81$

$\therefore$ নির্ণেয় সরল ফল : 81

গ দেওয়া আছে, $x = 2, y = 3$ এবং $z = 5$

বামপক্ষ $= (\log\sqrt{y^3} + \log x^3 - \log\sqrt{x^3z^3}) \div \log 1.2$

$= \frac{\log\sqrt{3^3} + \log 2^3 - \log\sqrt{2^3 \times 5^3}}{\log 1.2}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{\log 3^{\frac{3}{2}} + \log(\sqrt{4})^3 - \log\sqrt{10^3}}{\log 1.2}$

$= \frac{\frac{3}{2}\log 3 + \log 4^{\frac{3}{2}} - \log 10^{\frac{3}{2}}}{\log 1.2}$

$= \frac{\frac{3}{2}\log 3 + \frac{3}{2}\log 4 - \frac{3}{2}\log 10}{\log 1.2}$

$= \frac{\frac{3}{2}\log\{(3 \times 4) \div 10\}}{\log 1.2}$

$= \frac{\frac{3}{2}\log(12 \div 10)}{\log 1.2}$

$= \frac{\frac{3}{2}\log 1.2}{\log 1.2}$

$= \frac{3}{2}$

= ডানপক্ষ

$\therefore (\log\sqrt{y^3} + \log x^3 - \log\sqrt{x^3z^3}) \div \log 1.2 = \frac{3}{2}$. **(প্রমাণতি)**

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= (3x^{-1} + 2y^{-1})^{-1}$

$= \left(\frac{3}{x} + \frac{2}{y}\right)^{-1} = \left(\frac{3y + 2x}{xy}\right)^{-1}$

$= \frac{1}{\frac{2x + 3y}{xy}} = 1 \times \frac{xy}{2x + 3y}$

$= \frac{xy}{2x + 3y}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $p : q = q : r$

বা, $\frac{p}{q} = \frac{q}{r}$

$\therefore q^2 = pr$

বামপক্ষ $= p^4q^4r^4\left(\frac{1}{p^6} + \frac{1}{q^6} + \frac{1}{r^6}\right)$

$= p^4(q^2)^2r^4\left(\frac{1}{p^6} + \frac{1}{q^6} + \frac{1}{r^6}\right)$

$= p^4(pr)^2r^4\left(\frac{1}{p^6} + \frac{1}{q^6} + \frac{1}{r^6}\right)$

$= p^4p^2r^2r^4\left(\frac{1}{p^6} + \frac{1}{q^6} + \frac{1}{r^6}\right)$

$= p^6r^6\left(\frac{1}{p^6} + \frac{1}{q^6} + \frac{1}{r^6}\right)$

$= \frac{p^6r^6}{p^6} + \frac{p^6r^6}{q^6} + \frac{p^6r^6}{r^6}$

$= r^6 + \frac{(pr)^6}{q^6} + p^6$

$= r^6 + \frac{(q^2)^6}{q^6} + p^6$

$= r^6 + \frac{q^{12}}{q^6} + p^6$

$= r^6 + q^6 + p^6$

$= p^6 + q^6 + r^6$

= ডানপক্ষ

$\therefore p^4q^4r^4(p^{-6} + q^{-6} + r^{-6}) = p^6 + q^6 + r^6$. **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$m^2 - \frac{2m}{a} + 1 = 0$

বা, $m^2 + 1 = \frac{2m}{a}$

বা, $\frac{m^2 + 1}{2m} = \frac{1}{a}$

বা, $\frac{1}{a} = \frac{m^2 + 1}{2m}$

বা, $\dfrac{1+a}{1-a}=\dfrac{m^2+1+2m}{m^2+1-2m}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\dfrac{1+a}{1-a}=\dfrac{(m+1)^2}{(m-1)^2}$

বা, $\dfrac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1-a}}=\dfrac{m+1}{m-1}$ [বর্গমূল করে]

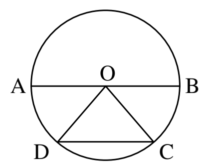
বা, $\dfrac{\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}}=\dfrac{m+1+m-1}{m+1-m+1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\dfrac{\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}}=\dfrac{2m}{2}$

বা, $\dfrac{\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}}=m$ **(দেখানো হলো)**

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে AB ব্যাস এবং CD ব্যাস ভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, AB > CD. অর্থাৎ, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা।

অঙ্কন : O, C এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. $OA = OB = OC = OD$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এখন, ΔOCD-এ,

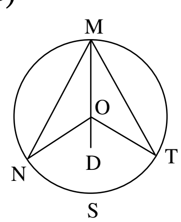
$OC + OD > CD$ [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $OA + OB > CD$

বা, $AB > CD$.

অর্থাৎ, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। **(প্রমাণিত)**

খ এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট MNST একটি বৃত্ত এবং তার একই উপচাপ NST এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle NMT$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle NOT$। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle NMT = \dfrac{1}{2}\angle NOT$.



অঙ্কন : মনে করি, MT রেখাংশ কেন্দ্রগামী নয়। এক্ষেত্রে M বিন্দু দিয়ে কেন্দ্রগামী রেখাংশ MD আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ΔMON এর বহিঃস্থ কোণ $\angle NOD = \angle NMO + \angle MNO$
[∵ ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ এর অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

ধাপ-২ : ΔMON এ $OM = ON$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

অতএব, $\angle NMO = \angle MNO$

[সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন কোণ দুইটি সমান]

ধাপ-৩ : ধাপ (১) ও (২) থেকে $\angle NOD = 2\angle NMO$

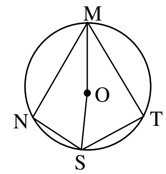
ধাপ-৪ : একইভাবে, ΔMOT থেকে $\angle TOD = 2\angle TMO$

ধাপ-৫ : ধাপ (৩) ও (৪) থেকে $\angle NOD + \angle TOD = 2\angle NMO + 2\angle TMO$

বা, $\angle NOT = 2\angle NMT$ [∵ $\angle NOD + \angle TOD = \angle NOT$]

$\therefore \angle NMT = \dfrac{1}{2}\angle NOT$ **(প্রমাণিত)**

গ



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে MNST চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle MNS + \angle MTS = 180°$।

অঙ্কন : O, M এবং O, S যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : একই চাপ MNS এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ

$\angle MOS = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle MTS$)

অর্থাৎ $\angle MOS = 2\angle MTS$ [∵ বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ-২ : আবার একই চাপ MTS এর কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ

$\angle MOS = 2$(বৃত্তস্থ $\angle MNS$)

অর্থাৎ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle MOS = 2\angle MNS$

এখন, $\angle MOS +$ প্রবৃদ্ধ $\angle MOS = 2(\angle MTS + \angle MNS)$

কিন্তু, $\angle MOS +$ প্রবৃদ্ধ $\angle MOS = 360°$

$\therefore 2(\angle MTS + \angle MNS) = 360°$

বা, $\angle MTS + \angle MNS = \dfrac{1}{2}\times 360°$

অর্থাৎ, $\angle MNS + \angle MTS = 180°$. **(প্রমাণিত)**

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

সন্নিহিত দুইটি বাহু $a = 5$ সে. মি. ও $b = 12$ সে. মি.

এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\theta = 30°$

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \dfrac{1}{2}ab\sin\theta$ বর্গ একক

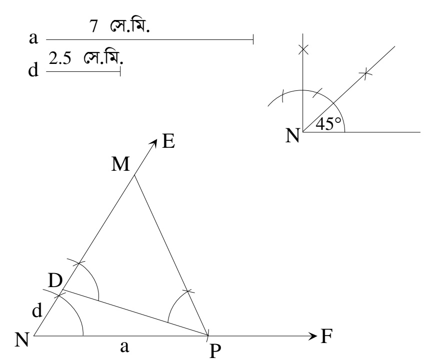
$= \dfrac{1}{2}\times 5\times 12\times \sin 30°$ বর্গ সে. মি.

$= 5\times 6\times \dfrac{1}{2}$ বর্গ সে. মি.

$= 15$ বর্গ সে. মি.

$\therefore$ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল : 15 বর্গ সে. মি. **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি $a = 7$ সে.মি., ভূমিসংলগ্ন সূক্ষ্মকোণ 45° এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $d = 2.5$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যেকোনো একটি রশ্মি NF থেকে ভূমি a এর সমান করে NP রেখাংশ কেটে নিই।

২. NP রেখাংশের N বিন্দুতে 45° এর সমান $\angle PNE$ আঁকি।

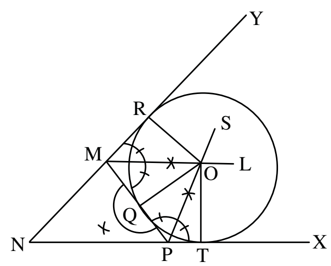
৩. NE রশ্মি থেকে d এর সমান ND অংশ কাটি।

৪. P, D যোগ করি।

৫. DP রেখাংশের যে পাশে E বিন্দু আছে সেই পাশে P বিন্দুতে $\angle EDP$ এর সমান $\angle DPM$ আঁকি। PM রেখাংশ NE রশ্মিকে M বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔMNP-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, MNP ত্রিভুজের ভূমি NP = 7 সে.মি। MP বাহুকে স্পর্শ করিয়ে বহির্বৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

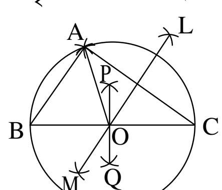
১. NM বাহুকে Y এবং NP বাহুকে X পর্যন্ত বর্ধিত করি।

২. $\angle MPX$ এর সমদ্বিখণ্ডক PS এবং $\angle PMY$ এর সমদ্বিখণ্ডক ML আঁকি। ML এবং PS পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। O বিন্দু হতে PM এর উপর OQ লম্ব আঁকি।

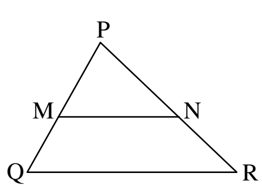
৩. O কে কেন্দ্র করে OQ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। এটি ΔMNP এর MP বাহুকে Q বিন্দুতে স্পর্শ করে। সুতরাং, অঙ্কিত বৃত্তই ΔMNP এর বহির্বৃত্ত।

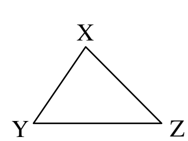
৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ত্রিভুজ ABC এর তিনটি বাহু AB, AC এবং BC. নিচে ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন করা হলো :



খ এখানে, PQR ও XYZ ত্রিভুজদ্বয়ের $\angle P = \angle X$, $\angle Q = \angle Y$ এবং $\angle R = \angle Z$, প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{PQ}{XY} = \frac{PR}{XZ} = \frac{QR}{YZ}$.





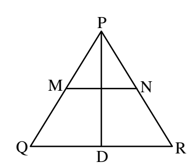
অঙ্কন : PQR ও XYZ ত্রিভুজদ্বয়ের প্রত্যেক অনুরূপ বাহুযুগল অসমান বিবেচনা করি। PQ বাহুতে M বিন্দু এবং PR বাহুতে N বিন্দু নিই যেন PM = XY এবং PN = XZ হয়।
M ও N যোগ করে অঙ্কন সম্পন্ন করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔPMN ও ΔXYZ এ
$PM = XY$, $PN = XZ$, $\angle P = \angle X$
অতএব, $\Delta PMN \cong \Delta XYZ$ [বাহু-কোণ-বাহুর সর্বসমতা]
সুতরাং, $\angle PMN = \angle XYZ = \angle PQR$
এবং $\angle PNM = \angle XZY = \angle PRQ$.
অর্থাৎ, MN রেখাংশ ও QR বাহুকে PQ ও PR রেখা ছেদ করায় অনুরূপ কোণযুগল সমান হয়েছে।
সুতরাং, $MN \parallel QR$,
$\therefore \frac{PQ}{PM} = \frac{PR}{PN}$ [ত্রিভুজের যে কোনো বাহুর সমান্তরাল রেখাংশ অপর দুই বাহুকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে]
বা, $\frac{PQ}{XY} = \frac{PR}{XZ}$

ধাপ-২. একইভাবে QP বাহু ও QR বাহু থেকে যথাক্রমে YX রেখাংশ ও YZ রেখাংশের সমান রেখাংশ কেটে নিয়ে দেখানো যায় যে, $\frac{QP}{YX} = \frac{QR}{YZ}$
অর্থাৎ $\frac{PQ}{XY} = \frac{QR}{YZ}$;
$\therefore \frac{PQ}{XY} = \frac{PR}{XZ} = \frac{QR}{YZ}$ **(প্রমাণিত)**

গ **বিশেষ নির্বচন :** দেওয়া আছে, ΔPQR এর $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক QR কে D বিন্দুতে ছেদ করে। QR এর সমান্তরাল MN রেখা PQ ও PR কে যথাক্রমে M ও N বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, QD : DR = QM : RN.



প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔPQR এ, [$\because \angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক PD, QR কে D বিন্দুতে ছেদ করে।]
QD : DR = PQ : PR
বা, $\frac{QD}{DR} = \frac{PQ}{PR}$ ....(i)
$QR \parallel MN$ হওয়ায়

ধাপ-২. $\frac{PM}{QM} = \frac{PN}{RN}$ [$\because$ ত্রিভুজের যে কোনো বাহুর সমান্তরাল রেখাংশ অপর দুই বাহুকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে]
বা, $\frac{PM + QM}{QM} = \frac{PN + RN}{RN}$ [যোজন করে]
বা, $\frac{PQ}{QM} = \frac{PR}{RN}$
বা, $\frac{PQ}{PR} = \frac{QM}{RN}$ .... (ii)

ধাপ-৩. (i) ও (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,
$\frac{QD}{DR} = \frac{QM}{RN}$
$\therefore$ QD : DR = QM : RN. **(প্রমাণিত)**

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sin B = \frac{1}{3}$

আমরা জানি, $\sin^2 B + \cos^2 B = 1$

বা, $\cos^2 B = 1 - \sin^2 B$

বা, $\cos^2 B = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{9-1}{9} = \frac{8}{9}$

বা, $\cos B = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\therefore \tan B = \frac{\sin B}{\cos B} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান : $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

খ দেওয়া আছে, $A = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$ এবং $C = \frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta - 1}$

বামপক্ষ $= A^2$

$$= (\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)^2$$

$$= \left(\frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2 = \left(\frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta}\right)^2 = \frac{(1 + \cos\theta)^2}{\sin^2\theta}$$

$$= \frac{(1 + \cos\theta)^2}{1 - \cos^2\theta} = \frac{(1 + \cos\theta)\,(1 + \cos\theta)}{(1 + \cos\theta)\,(1 - \cos\theta)}$$

$$= \frac{1 + \cos\theta}{1 - \cos\theta} = \frac{1 + \frac{1}{\sec\theta}}{1 - \frac{1}{\sec\theta}}$$

$$= \frac{\frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta}}{\frac{\sec\theta - 1}{\sec\theta}} = \frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta} \times \frac{\sec\theta}{\sec\theta - 1}$$

$$= \frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta - 1} = C = \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore A^2 = C.$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$$\frac{A}{B} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$$

বা, $\frac{\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta}{\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$

বা, $\frac{\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta + \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta}{\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta - \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta} = \frac{2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3}}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\operatorname{cosec}\theta}{2\cot\theta} = \frac{4}{2\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\operatorname{cosec}\theta}{\cot\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\frac{1}{\sin\theta}}{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} \times \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\cos\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos 30°$

$\therefore \theta = 30°$ **(Ans.)**

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sin\theta = \sqrt{2^{-1}}$

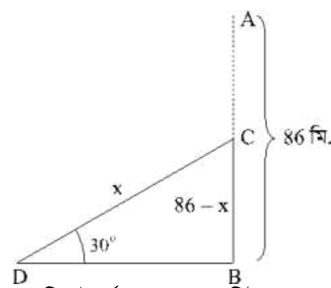
বা, $\sin\theta = \sqrt{\frac{1}{2}}$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\sin\theta = \sin 45°$

$\therefore \theta = 45°$ **(Ans.)**

খ



মনে করি, গাছটির দৈর্ঘ্য, AB = 86 মিটার। গাছটি C বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে D বিন্দুতে ভূমি স্পর্শ করে।

ধরি, ভাঙা অংশ, CD = AC = x মিটার

$\therefore$ BC = (86 – x) মিটার

এবং $\angle BDC = 30°$

এখন, ΔBCD-এ, $\sin \angle BDC = \frac{BC}{CD}$

বা, $\sin 30° = \frac{86 - x}{x}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{86 - x}{x}$

বা, $x = 172 - 2x$

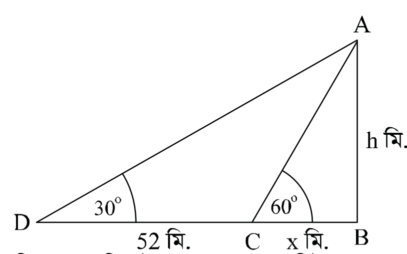
বা, $x + 2x = 172$

বা, $3x = 172$

বা, $x = 57.33$

$\therefore$ ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য 57.33 মিটার। **(Ans.)**

গ



মনে করি, দালানটির উচ্চতা, AB = h মিটার এবং দালানটির ছাদের উন্নতি $\angle ACB = 60°$। C বিন্দু থেকে CD = 52 মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি $\angle ADB = 30°$ হয়।

ধরি, BC = x মিটার।

$\therefore$ BD = BC + CD = (x + 52) মিটার

ΔABC থেকে পাই, $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$ $[\because \tan 60° = \sqrt{3}]$

$\therefore x = \frac{h}{\sqrt{3}}$ .... (i)

আবার, ΔABD থেকে পাই, $\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{x + 52}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x + 52}$ $[\because \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}]$

বা, $\sqrt{3}h = x + 52$

বা, $\sqrt{3}h = \frac{h}{\sqrt{3}} + 52$ [x এর মান বসিয়ে]

বা, $\sqrt{3}h - \frac{h}{\sqrt{3}} = 52$

বা, $\frac{3h - h}{\sqrt{3}} = 52$

বা, $\frac{2h}{\sqrt{3}} = 52$

বা, $2h = 52\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{52\sqrt{3}}{2}$

$\therefore h = 26\sqrt{3}$

$\therefore$ দালানের উচ্চতা, h = 45.033 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সুষম পঞ্চভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য, a = 6 সে. মি.

এবং বাহুর সংখ্যা, n = 5

আমরা জানি,

সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{na^2}{4} \cot \frac{180°}{n}$

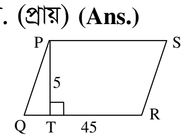
$= \frac{5 \times 6^2}{4} \cot \frac{180°}{5}$ বর্গ সে. মি.

$= 45 \cot 36°$ বর্গ সে. মি.

$= 45 \times 1.376$ বর্গ সে. মি.

$= 61.92$ বর্গ সে. মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ চিত্রানুযায়ী, সামান্তরিকের ভূমি



QR = 45 একক

এবং উচ্চতা, PT = 5 একক

$\therefore$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = QR × PT

= (45 × 5) বর্গ একক

= 225 বর্গ একক

প্রশ্নমতে,

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল

বা, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 225 বর্গ একক

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = \sqrt{225}$ একক

= 15 একক

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রটির কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2}a$

$= (\sqrt{2} \times 15)$ একক

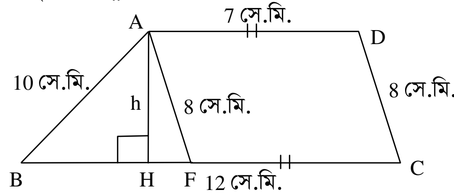
= 21.213 একক (প্রায়)

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 21.213 একক (প্রায়) **(Ans.)**

গ উদ্দিপকের তথ্যানুযায়ী চতুর্ভুজটি অঙ্কন করি।

ABCD চতুর্ভুজটি একটি ট্রাপিজিয়াম।

A বিন্দুতে AF || DC আঁকি।



সুতরাং, CD = AF = 8 সে. মি. এবং AD = FC = 7 সে.মি.

$\therefore$ BF = BC − FC = 12 − 7 = 5 সে. মি.

$\therefore \Delta ABF$ এর অর্ধপরিসীমা, $s = \frac{10 + 5 + 8}{2}$

= 11.5 সে. মি.

ΔABF এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s - AB)(s - BF)(s - AF)}$

$= \sqrt{11.5\ (11.5 - 10)\ (11.5 - 5)\ (11.5 - 8)}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{11.5 \times 1.5 \times 6.5 \times 3.5}$ বর্গ সে.মি.

= 19.81 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} \times BF \times h = 19.81$

বা, $\frac{1}{2} \times 5 \times h = 19.81$

বা, $h = 19.81 \times \frac{2}{5}$

$\therefore$ h = 7.924 সে. মি.

$\therefore$ ABCD চতুর্ভুজ অর্থাৎ ট্রাপিজিয়ামটির ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times (AD + BC) \times h$ বর্গ সে. মি.

$= \frac{1}{2} \times (7 + 12) \times 7.924$ বর্গ সে. মি.

$= \frac{1}{2} \times 19 \times 7.924$ বর্গ সে. মি.

= 75.278 বর্গ সে. মি.

$\therefore$ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল 75.278 বর্গ সে. মি. **(Ans.)**

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিকবার 24 আছে (61 − 70) শ্রেণিতে।

অতএব, প্রচুরক শ্রেণি (61 − 70)।

$\therefore$ (61 − 70) শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{61 + 70}{2} = \frac{131}{2} = 65.5$

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান 65.5। **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31 – 40	7	7
41 – 50	13	20
51 – 60	12	32
61 – 70	24	56
71 – 80	9	65
81 – 90	5	70
মোট	n = 70	

এখানে, $n = 70$

$\therefore \frac{n}{2} = \frac{70}{2} = 35$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 35 তম পদের মান যা (61 – 70) শ্রেণিতে অবস্থিত।

অতএব, মধ্যক শ্রেণি হলো (61 – 70)।

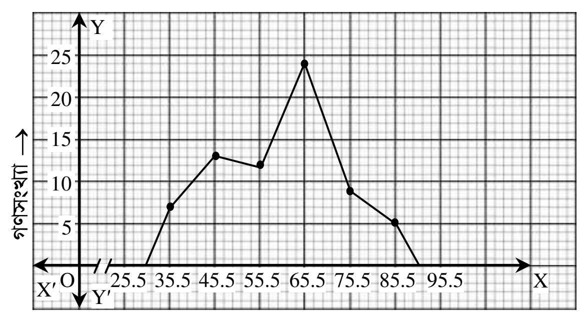
যেখানে, $L = 61, F_c = 32, f_m = 24, h = 10$

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$
$$= 61 + (35 - 32) \times \frac{10}{24}$$
$$= 61 + \frac{30}{24}$$
$$= 62.25 \textbf{ (Ans.)}$$

গ গণসংখ্যা নিবেশনটির বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা
31 – 40	35.5	7
41 – 50	45.5	13
51 – 60	55.5	12
61 – 70	65.5	24
71 – 80	75.5	9
81 – 90	85.5	5

ছক কাগজের X অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে 2 একক ধরে শ্রেণি মধ্যমান এবং Y অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে 1 একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 25.5 পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বিদ্যমান বোঝাতে X অক্ষে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



শ্রেণি মধ্যমান →

১১নং প্রশ্নের উত্তর

ক এখানে গণসংখ্যা সর্বাধিকবার 18 আছে (61 – 65) শ্রেণিতে।

অতএব, প্রচুরক শ্রেণি (61 – 65).

$$\therefore \text{প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান} = \frac{61 + 65}{2}$$
$$= \frac{126}{2}$$
$$= 63. \textbf{ (Ans.)}$$

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

প্রাপ্ত নম্বরের শ্রেণি	মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
51 – 55	53	8	– 2	– 16
56 – 60	58	10	– 1	– 10
61 – 65	63 ← a	18	0	0
66 – 70	68	13	1	13
71 – 75	73	7	2	14
76 – 80	78	4	3	12
		n = 60		$\Sigma f_iu_i = 13$

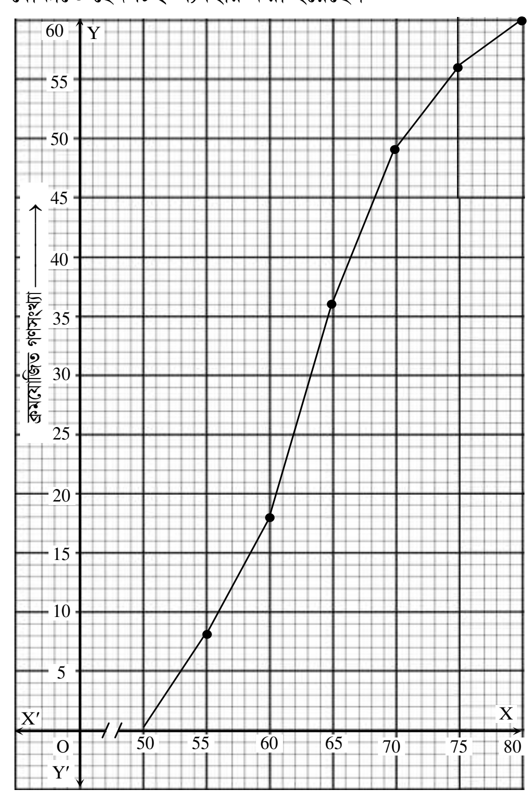
$$\therefore \text{গড় } \bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h = 63 + \frac{13}{60} \times 5$$
$$= 63 + 1.0833 = 64.0833$$

$\therefore$ নির্ণেয় গড় 64.0833. **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
51 – 55	8	8
56 – 60	10	18
61 – 65	18	36
66 – 70	13	49
71 – 75	7	56
76 – 80	4	60

এখন, x অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 50 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



মডেল টেস্ট- ১৩

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর																														
	১	গ	২	খ	৩	ঘ	৪	ক	৫	ঘ	৬	গ	৭	গ	৮	ঘ	৯	গ	১০	গ	১১	গ	১২	ক	১৩	ক	১৪	গ	১৫	খ
	১৬	খ	১৭	ক	১৮	ক	১৯	খ	২০	ঘ	২১	ক	২২	ঘ	২৩	খ	২৪	গ	২৫	ক	২৬	খ	২৭	ক	২৮	ক	২৯	খ	৩০	গ

সৃজনশীল

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mathbb{N} : 3 \le x \le 7$ এবং মৌলিক সংখ্যা$\}$

3 থেকে 7 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো : 3, 5, 7

$\therefore B = \{3, 5, 7\}$

খ দেওয়া আছে, $A = \{x \in N : x$ জোড় সংখ্যা এবং $x \le 6\}$

$\therefore A = \{2, 4, 6\}$

$\therefore P(A) = \{\varnothing, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2,6\}, \{4,6\}, \{2,4,6\}\}$

A সেটের উপাদান সংখ্যা, $n = 3$

আবার, P(A) সেটের উপাদান সংখ্যা $= 8 = 2^3 = 2^n$

অর্থাৎ A এর উপাদান সংখ্যা n হলে, P(A) এর উপাদান সংখ্যা 2^n সমর্থন করে। **(সত্যতা যাচাই করা হলো)**

গ দেওয়া আছে, $C = \{-2, 0, 2, 4, 6\}$

$F = \{(x, y) : x \in C, y \in C$ এবং $x - y = 2\}$

F এ বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $y = x - 2$

প্রত্যেক $x \in C$ এর জন্য $y = x - 2$ এর মান নির্ণয় করি :

x	– 2	0	2	4	6
y	– 4	– 2	0	2	4

যেহেতু $-4 \notin C$ সেহেতু $(-2, -4) \notin F$

$\therefore F = \{(0, -2), (2, 0), (6, 2), (6, 4)\}$

ডোম $F = \{0, 2, 4, 6\}$ এবং রেঞ্জ $R = \{-2, 0, 2, 4\}$. **(Ans.)**

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক বামপক্ষ $= \log (x^3y^2z)$

$= \log x^3 + \log y^2 + \log z$

$= 3\log x + 2 \log y + \log z$

$= y \log x + x \log y + \log z$ $[\because x = 2$ এবং $y = 3]$

= ডানপক্ষ

$\therefore \log (x^3y^2z) = y \log x + x \log y + \log z$ **(দেখানো হলো)**

খ দেওয়া আছে, $x = 2, y = 3, z = 5$

প্রদত্ত রাশি $= 7 \log \frac{x^4}{yz} + z \log \frac{z^2}{x^3y} + y \log \frac{y^4}{x^4y}$

$= 7 \log \frac{2^4}{3.5} + 5 \log \frac{5^2}{2^3 . 3} + 3 \log \frac{3^4}{2^4.3}$

$= \log \left(\frac{2^4}{3.5}\right)^7 + \log \left(\frac{5^2}{2^3 . 3}\right)^5 + \log \left(\frac{3^4}{2^4.3}\right)^3$

$= \log \frac{2^{28}}{3^7.5^7} + \log \frac{5^{10}}{2^{15}.3^5} + \log \frac{3^{12}}{2^{12}.3^3}$

$= \log \left(\frac{2^{28}}{3^7.5^7} \times \frac{5^{10}}{2^{15} . 3^5} \times \frac{3^{12}}{2^{12} . 3^3}\right)$

$= \log(2^{28 - 15 - 12} . 3^{12 - 7 - 5 - 3} . 5^{10 - 7})$

$= \log(2^1 . 3^{-3} . 5^3)$

$= \log \left(\frac{2^1 . 5^3}{3^3}\right)$

$= \log \left(\frac{2 \times 125}{27}\right)$

$= \log \left(\frac{250}{27}\right)$

$= \log 250 - \log 27$

$\therefore$ নির্ণেয় সরলীকরণ : $\log 250 - \log 27$.

গ দেওয়া আছে, $x = 2, y = 3$ এবং $z = 5$.

প্রদত্ত রাশি $= \dfrac{\log \sqrt{y^3} + y \log x - \frac{y}{x} \log (xz)}{\log (xy) - \log z}$

$= \dfrac{\log \sqrt{3^3} + 3 \log 2 - \frac{3}{2} \log (2.5)}{\log (2.3) - \log 5}$

$= \dfrac{\log 3^{\frac{3}{2}} + 3\log 2 - \frac{3}{2} \log 2 - \frac{3}{2} \log 5}{\log 2 + \log 3 - \log 5}$

$= \dfrac{\frac{3}{2} \log 3 + \left(3 - \frac{3}{2}\right) \log 2 - \frac{3}{2} \log 5}{\log 3 + \log 2 - \log 5}$

$= \dfrac{\frac{3}{2} \log 3 + \frac{3}{2} \log 2 - \frac{3}{2} \log 5}{\log 3 + \log 2 - \log 5}$

$= \dfrac{\frac{3}{2} (\log 3 + \log 2 - \log 5)}{(\log 3 + \log 2 - \log 5)} = \dfrac{3}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান : $\frac{3}{2}$.

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক $1 + \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{5} + \ldots \ldots$ ধারাটি অসীম গুণোত্তর ধারা যার প্রথম পদ, $a = 1$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \dfrac{\frac{1}{\sqrt{5}}}{1} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$

ধরি, n-তম পদ $= \dfrac{1}{625\sqrt{5}}$

বা, $ar^{n-1} = \dfrac{1}{625\sqrt{5}}$

বা, $1 . \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{n-1} = \dfrac{1}{5^4 . \sqrt{5}}$

বা, $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^9$

বা, $n - 1 = 9$

$\therefore n = 10$

$\therefore$ 10 তম পদ $\dfrac{1}{625\sqrt{5}}$ **(Ans.)**

খ ধরি, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অনুপাত = r

$\therefore$ n-তম পদ = ar^{n-1}

$\therefore$ তৃতীয় (n = 3) পদ = $ar^{3-1} = ar^2$

এবং সপ্তম (n = 7) পদ = $ar^{7-1} = ar^6$

প্রশ্নমতে, $ar^2 = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ .... (i)

এবং $ar^6 = \frac{1}{8\sqrt{2}}$ .... (ii)

(ii) ÷ (i) করে পাই, $\frac{ar^6}{ar^2} = \frac{\frac{1}{8\sqrt{2}}}{\frac{1}{2\sqrt{2}}}$

বা, $r^4 = \frac{1}{8\sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{2}}{1}$

বা, $r^4 = \frac{1}{4}$

বা, $r^4 = \left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4$

$\therefore r = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} < 1$

r এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, $a\left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

বা, $a \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারাটির প্রথম ৪টি পদের সমষ্টি, $S_8 = \frac{a(1-r^8)}{1-r}$

$r = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে, $S_8 = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{1-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^8\right\}}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}$

$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\left(1-\frac{1}{16}\right)}{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}} = \frac{15}{16\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$

$= \frac{15(\sqrt{2}+1)}{16(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{15(\sqrt{2}+1)}{16\{(\sqrt{2})^2-1^2\}}$

$= \frac{15(\sqrt{2}+1)}{16(2-1)} = \frac{15}{16}(\sqrt{2}+1)$ **(Ans.)**

আবার, $r = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে,

$S_8 = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{1-\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^8\right\}}{1-\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)} = \frac{\frac{15}{16\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}}$

$= \frac{15(\sqrt{2}-1)}{16(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{15}{16}(\sqrt{2}-1)$ **(Ans.)**

গ ধরি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d.

ধারাটির প্রথম 10টি (n = 10) পদের সমষ্টি

$= \frac{10}{2}\{2a + (10-1)d\}$

$= 5(2a + 9d)$

এবং প্রথম 20টি (n = 20) পদের সমষ্টি = $\frac{20}{2}\{2a + (20-1)d\}$

$= 10(2a + 19d)$

১ম শর্তমতে, $5(2a + 9d) = 155$

$\therefore 2a + 9d = 31$ ....(i)

২য় শর্তমতে, $10(2a + 19d) = 610$

$\therefore 2a + 19d = 61$ ....(ii)

(ii) – (i) করে পাই, $10d = 30 \therefore d = 3$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 25টি (n = 25) পদের সমষ্টি

$= \frac{25}{2}\{2a + (25-1)d\}$

$= \frac{25}{2}(2a + 24d)$

$= \frac{25}{2}(2a + 19d + 5d)$

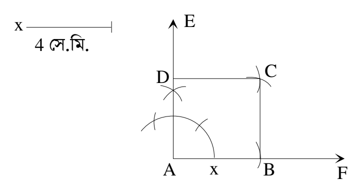
$= \frac{25}{2}(61 + 5 \times 3)$ [(ii) হতে মান বসিয়ে]

$= \frac{25}{2} \times 76$

$= 950$ **(Ans.)**

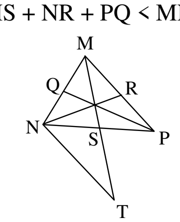
4নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে ABCD ই উদ্দিষ্ট বর্গ।

খ বিশেষ নির্বচন : ΔMNP এর NP, MP ও MN বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে S, R, Q। M, S; N, R ও P, Q যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $MS + NR + PQ < MN + NP + MP$.



অঙ্কন : MS কে T পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন, MS = ST হয়। N, T যোগ করি।

প্রমাণ : ΔNST এবং ΔMSP এ, NS = SP, MS = ST এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle NST$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle MSP$

$\therefore \Delta NST \cong \Delta MSP$ এবং NT = MP

এখন, ΔMNT এ, $MN + NT > MT$

বা, $MN + MP > 2MS$ [$\because$ S, MT এর মধ্যবিন্দু]

একইভাবে, $MN + NP > 2NR$

এবং $MP + NP > 2PQ$

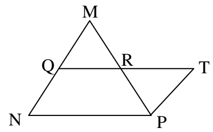
$\therefore MN + MP + MN + NP + MP + NP > 2MS + 2NR + 2PQ$

বা, $2MN + 2NP + 2MP > 2MS + 2NR + 2PQ$

বা, $MN + NP + MP > MS + NR + PQ$

$\therefore MS + NR + PQ < MN + NP + MP$ **(প্রমাণিত)**

গ মনে করি, MNP একটি ত্রিভুজ। Q ও R যথাক্রমে ত্রিভুজটির MN ও MP বাহুর মধ্যবিন্দু। Q, R যোগ করি।



প্রমাণ করতে হবে যে, $QR = \frac{1}{2}NP$

এবং $QR \parallel NP$

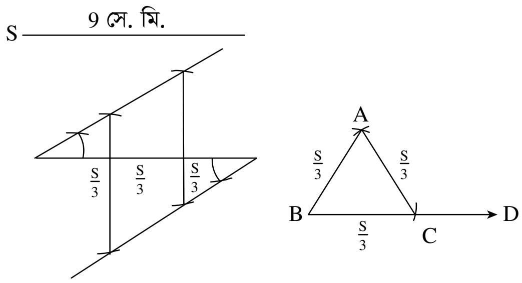
অঙ্কন : QR কে T পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন QR = RT হয়। P, T যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. ΔMQR ও ΔPRT এর মধ্যে, MR = RP	
QR = RT	[∵ R, MP এর মধ্যবিন্দু]
অন্তর্ভুক্ত $\angle MRQ$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle PRT$	[অঙ্কনানুসারে]
∴ $\Delta MQR \cong \Delta PRT$	[বিপ্রতীপ কোণ]
∴ $\angle MQR = \angle RTP$ এবং $\angle QMR = \angle RPT$	[বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
∴ $MQ \parallel PT$ বা $MN \parallel PT$	[একান্তর কোণ]
আবার, NQ = MQ = PT এবং $NQ \parallel PT$।	
সুতরাং NQTP একটি সামান্তরিক।	
∴ $QT \parallel NP$ বা, $QR \parallel NP$	
২. আবার, QT = NP বা, QR + RT = NP	
বা, QR + QR = NP বা, 2QR = NP	
বা, $QR = \frac{1}{2}NP$ এবং $QR \parallel NP$.	
(প্রমাণিত)	

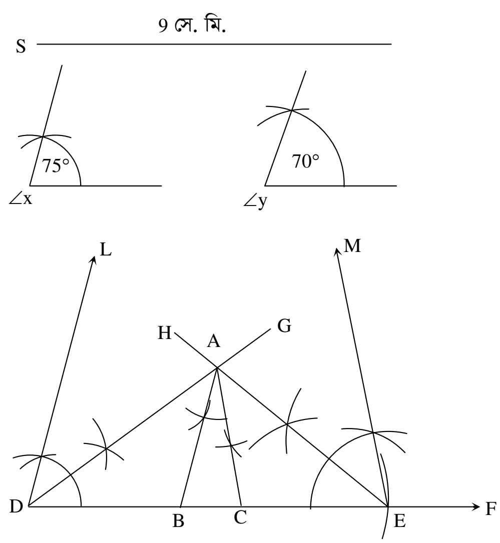
৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য $\frac{S}{3}$ **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 75°$ ও $\angle y = 70°$ এবং পরিসীমা S = 9 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

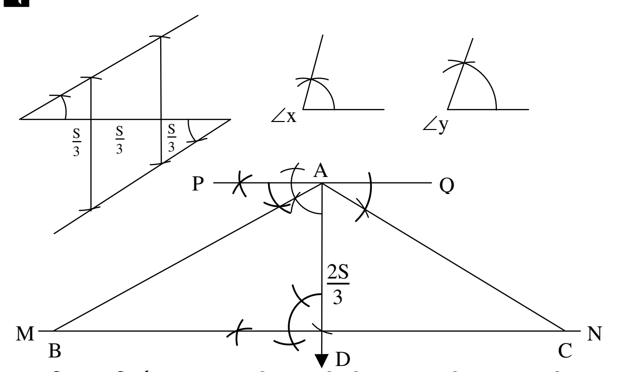
১. যেকোনো রশ্মি DF থেকে পরিসীমা S এর সমান করে DE কেটে নিই।

২. DE এর D ও E বিন্দুতে যথাক্রমে $\frac{1}{2}\angle x = \angle EDG$ ও $\frac{1}{2}\angle y = \angle DEH$ আঁকি।

৩. DG ও EH পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে। এবার A বিন্দুতে $\angle EDA = \angle DAB$ এবং $\angle DEA = \angle EAC$ আঁকি। DE কে AB ও AC যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কিত হলো।

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুটি কোণ $\angle x$ ও $\angle y$ এবং শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য $\frac{2s}{3} = \frac{2 \times 9}{3} = 6$ সে. মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যেকোনো একটি রশ্মি AE হতে AD = 6 নেই।

২. AD রেখার উপর A ও D বিন্দুতে যথাক্রমে PAQ ও MDN লম্বরেখা অঙ্কন করি।

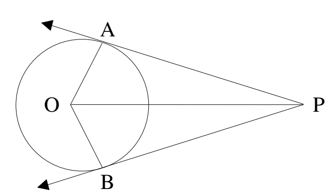
৩. PQ রেখার A বিন্দুতে $\angle PAB = \angle x$ এবং $\angle QAC = \angle y$ আঁকি।

৪. AB ও AC রেখা দুটি MN রেখাকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, Δ ABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

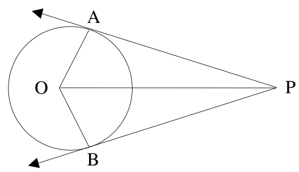
৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু P থেকে অঙ্কিত দুটি স্পর্শক PA ও PB বৃত্তকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।

খ



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের P একটি বহিঃস্থ বিন্দু এবং PA ও PB রশ্মিদ্বয় বৃত্তের A ও B বিন্দুতে দুইটি স্পর্শক।

প্রমাণ করতে হবে যে, PA = PB

অঙ্কন : O, A; O, B এবং O, P যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : যেহেতু PA স্পর্শক এবং OA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ, সেহেতু $PA \perp OA$ [স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের ওপর লম্ব]

$\therefore$ $\angle PAO$ = এক সমকোণ।

অনুরূপে $\angle PBO$ = এক সমকোণ।

$\therefore$ ΔPAO এবং ΔPBO উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।

ধাপ-২ : এখন, ΔPAO ও ΔPBO সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে

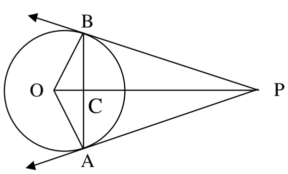
অতিভুজ PO = অতিভুজ PO

এবং OA = OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore$ $\Delta PAO \cong \Delta PBO$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ– বাহু সর্বসমতা]

$\therefore$ PA = PB **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু P থেকে অঙ্কিত দুইটি স্পর্শক PA ও PB বৃত্তকে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। A, B যোগ করায় AB স্পর্শ-জ্যা পাওয়া গেল। P, O যোগ করা হলো। OP সরলরেখা স্পর্শ-জ্যা AB কে C বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, OP স্পর্শ-জ্যা AB এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক।

অঙ্কন : O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু P থেকে PA এবং PB দুটি স্পর্শক।

$\therefore$ PA = PB [$\because$ বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান]

ধাপ-২ : এখন, ΔOAP এবং ΔOBP-এ,

PA = PB

OA = OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং OP উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু।

যেখানে অতিভুজ OP = অতিভুজ OP

$\therefore$ $\Delta OAP \cong \Delta OBP$ [ত্রিভুজদ্বয়ের তিনটি অনুরূপ বাহু পরস্পর সমান]

সুতরাং, $\angle AOP = \angle BOP$

অর্থাৎ, $\angle AOC = \angle BOC$ ....(i)

ধাপ-৩ : এখন, ΔOAC এবং ΔOBC-এ,

OA = OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

OC উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle AOC$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle BOC$ [(i) নং থেকে পাই]

$\therefore$ $\Delta OAC \cong \Delta OBC$ [উভয় ত্রিভুজের দুটি অনুরূপ বাহু এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণদ্বয় সমান]

$\therefore$ AC = BC ....(ii)

এবং $\angle OCA = \angle OCB$

ধাপ-৪ : কিন্তু, এরা রৈখিক যুগল কোণ বলে প্রত্যেকেই সমকোণ।

$\therefore$ $\angle OCA = \angle OCB$ = 1 সমকোণ

অর্থাৎ, $OP \perp AB$ ....(iii)

ধাপ-৫ : (ii) নং এবং (iii) নং থেকে পাই,

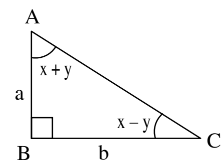
AC = BC অর্থাৎ C স্পর্শ-জ্যা AB এর মধ্যবিন্দু এবং

$OP \perp$ স্পর্শ-জ্যা AB.

$\therefore$ OP স্পর্শ-জ্যা AB-এর লম্বসমদ্বিখণ্ডক। **(প্রমাণিত)**

<u>৭নং প্রশ্নের সমাধান</u>

ক



চিত্রানুসারে, AB = a, BC = b এবং $\angle ABC = 90°$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $AC^2 = a^2 + b^2$

$\therefore AC = \sqrt{a^2 + b^2}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, AB = a, BC = b

এবং $AC = \sqrt{a^2 + b^2}$ ['ক' থেকে প্রাপ্ত]

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}}{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}} + \frac{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}}{\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}}$$

$$= \frac{\frac{BC}{AC}}{1 - \frac{AB}{AC}} + \frac{1 - \frac{AB}{AC}}{\frac{BC}{AC}} \quad \text{['ক' এর চিত্র হতে]}$$

$$= \frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A}$$

$$= \frac{\sin^2 A + (1 - \cos A)^2}{(1 - \cos A)\sin A}$$

$$= \frac{\sin^2 A + 1 - 2\cos A + \cos^2 A}{(1 - \cos A)\sin A}$$

$$= \frac{1 + 1 - 2\cos A}{(1 - \cos A)\sin A} \quad [\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1]$$

$$= \frac{2(1 - \cos A)}{(1 - \cos A)\sin A}$$

$$= 2.\frac{1}{\sin A}$$

$= 2\ \mathrm{cosec}A$

= ডানপক্ষ

$$\therefore \frac{\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}}{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}} + \frac{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}}{\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}} = 2\ \mathrm{cosec}A.$$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $AB = a = 1$ এবং $BC = b = \sqrt{3}$

এখন, সমকোণী ΔABC এ

$\tan \angle BAC = \frac{BC}{AB}$

বা, $\tan (x + y) = \frac{\sqrt{3}}{1}$

বা, $\tan(x + y) = \tan 60°$

$\therefore x + y = 60°$ ....(i)

আবার, $\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan (x - y) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan (x - y) = \tan 30°$

$\therefore x - y = 30°$ ....(ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$2x = 90°$

$\therefore x = 45°$

আবার, (i) নং থেকে (ii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

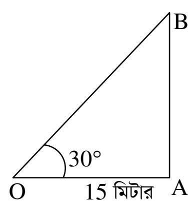
$2y = 30°$

$\therefore y = 15°$

সুতরাং $x = 45°$ এবং $y = 15°$ **(Ans.)**

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, AB মিনারটির A ও B যথাক্রমে এর পাদবিন্দু ও শীর্ষবিন্দু।

$\angle AOB = 30°$ এবং $OA = 20$ মিটার।

AB = মিনারের উচ্চতা।

সমকোণী ΔAOB এ, লম্ব = AB, ভূমি = OA

$\therefore \tan 30° = \frac{AB}{OA}$

বা, $AB = OA.\tan 30°$

$= 15 \times \frac{1}{\sqrt{3}}$ $[\because \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}]$

$= \frac{15\sqrt{3}}{3}$

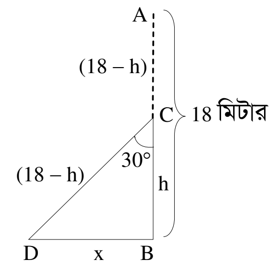
$= 5\sqrt{3}$

$= 8.66$ মিটার (প্রায়)।

$\therefore$ মিনারের উচ্চতা 8.66 মিটার (প্রায়)। **Ans.**

খ মনে করি, খুঁটির দৈর্ঘ্য, $AB = 18$ মিটার। খুঁটিটি C বিন্দুতে h উচ্চতায় ভেঙে দণ্ডায়মান অংশ BC এর সাথে $\angle BCD = 30°$ কোণ করে খুঁটির গোড়া হতে D বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করেছে। তাহলে $AC = CD = AB - BC = (18 - h)$ মিটার।

ধরি, $BD = x$ মিটার



এখন, ΔBCD-এ

$\cos\angle BCD = \frac{BC}{CD}$

বা, $\cos 30° = \frac{h}{18 - h}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{18 - h}$

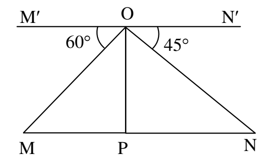
বা, $2h = 18\sqrt{3} - h\sqrt{3}$

বা, $2h + h\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$

বা, $h(2 + \sqrt{3}) = 18\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{18\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 8.354$ মিটার **(প্রায়)**।

গ মনে করি, O টাওয়ারের অবস্থান এবং M ও N এক মাইল দূরবর্তী দুইটি পোস্টের চূড়া। O থেকে M ও N এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 45°.



অতএব, $\angle M'OM = 60°$ ও $\angle N'ON = 45°$

M′N′ ও MN সমান্তরাল বলে $\angle M'OM = \angle OMN = 60°$ ও $\angle NON' = \angle ONM = 45°$

এখানে, $MN = 1$ মাইল।

O থেকে MN এর উপর লম্ব OP অঙ্কন করি। ধরি, টাওয়ারটি মাটি থেকে h উচ্চতায় অবস্থিত চিত্র হতে, $OP = h$ এবং $\angle OMN = 60°$ এবং $\angle MNO = 45°$

এখন, ΔOPM-এ

$\tan \angle OMP = \frac{OP}{MP}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$ [চিত্র হতে $MP = x$]

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3}x = h$

আবার, ΔOPN -এ

$\tan \angle ONP = \frac{OP}{NP} = \frac{OP}{MN - MP}$

বা, $\tan 45° = \frac{h}{1 - x}$

বা, $1 = \frac{h}{1 - x}$

বা, $h = 1 - x$

বা, $\sqrt{3}x = 1 - x$ $[\because h = \sqrt{3}x]$

বা, $\sqrt{3}x + x = 1$

বা, $x(\sqrt{3} + 1) = 1$

বা, $x = \frac{1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)}$

$= \frac{\sqrt{3} - 1}{3 - 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$

$= 0.366$ মাইল

$= 0.366 \times 1610$ মিটার $[\because 1$ মাইল $= 1610$ মিটার$]$

$= 589.30$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ M মাইলপোস্ট হতে টাওয়ারের পাদবিন্দুর দূরত্ব 589.30 মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

ঘনকের একাধারের দৈর্ঘ্য, $a = 7$ সে. মি.

$\therefore$ সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 6a^2$ বর্গ একক

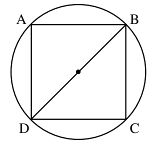
$= 6 \times (7)^2$ বর্গ সে. মি.

$= 6 \times 49$ বর্গ সে.মি.

$= 294$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ নির্ণেয় সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 294 বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

খ মনে করি, ABCD বর্গক্ষেত্রটি গাড়ির চাকায় অন্তর্লিখিত।



ধরি, চাকাটির ব্যাসার্ধ $= r$ মিটার

$\therefore$ চাকাটির পরিধি $2\pi r$ মিটার

দেওয়া আছে, চাকার পরিধি $= 22$ মিটার

$\therefore$ প্রশ্নমতে, $2\pi r = 22$

বা, $r = \frac{22}{2\pi} = \frac{11}{\pi} = \frac{11}{3.1416}$ মিটার

$= 3.50140$ মিটার

$\therefore$ চাকার ব্যাস, $BD = 2r = (2 \times 3.5014)$ মিটার

$= 7.0028$ মিটার

এখন, BCD সমকোণী ত্রিভুজে পিথাগোরাসের উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাই,

$BD^2 = BC^2 + CD^2$

বা, $BD^2 = BC^2 + BC^2 \quad [\because BC = CD]$

বা, $BD^2 = 2BC^2$

বা, $BD = \sqrt{2}BC$

বা, $BC = \frac{BD}{\sqrt{2}}$

$\therefore BC = 4.9517$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের বাহুর নির্ণেয় দৈর্ঘ্য 4.9517 মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

গ মনে করি, চাকার ব্যাসার্ধ $= r$ এবং সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য $= a$

$\therefore$ চাকার পরিধি $= 2\pi r$ এবং সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $= 3a$

প্রশ্নমতে, $3a = 2\pi r$

বা, $a = \frac{2\pi r}{3}$ ... ... (i)

আমরা জানি,

চাকা অর্থাৎ, বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক

এবং সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গ একক

$$\therefore \frac{\text{বৃত্তের ক্ষেত্রফল}}{\text{সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল}} = \frac{\pi r^2}{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}$$

$$= \frac{\pi r^2}{\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{2\pi r}{3}\right)^2} \quad \text{[(i) নং থেকে মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{\pi r^2}{\frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{4\pi^2 r^2}{9}}$$

$$= \frac{\pi r^2}{\frac{\pi^2 r^2}{3\sqrt{3}}} = \pi r^2 \times \frac{3\sqrt{3}}{\pi^2 r^2} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi}$$

অর্থাৎ, চাকার ক্ষেত্রফল : সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= 3\sqrt{3} : \pi$ **(Ans.)**

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক পরিসংখ্যানের উপাত্ত সংগ্রহের উপর ভিত্তি করে দুই ভাগে ভাগ করা যায় :

১. প্রাথমিক উপাত্ত : এ উপাত্তগুলো সরাসরি উৎস থেকে সংগ্রহ করা হয়। এ ধরনের উপাত্তের নির্ভরযোগ্যতা অনেক বেশি।

২. মাধ্যমিক উপাত্ত : সরাসরি উৎস হতে সংগৃহীত হয় না। এ ধরনের উপাত্ত কম নির্ভরযোগ্য তবে কম শ্রম ও কম সময়সাপেক্ষ।

খ এখানে, উপাত্তের সর্বোচ্চ মান 86 এবং সর্বনিম্ন 62

$\therefore$ পরিসর $= (86 - 62) + 1 = 24 + 1 = 25$

শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণি সংখ্যা $= \frac{25}{5} = 5$

শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা
62 – 66	𝍸	5
67 – 71	𝍸	5
72 – 76	𝍸 |||	8
77 – 81	𝍸	5
82 – 86	𝍸 ||	7

এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক বার 8 আছে (72 – 76) শ্রেণিতে। অতএব প্রচুরক শ্রেণি (72 – 76)।

প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

$= 72 + \frac{3}{3+3} \times 5$

$= 72 + \frac{15}{6} = 72 + 2.5 = 74.5$

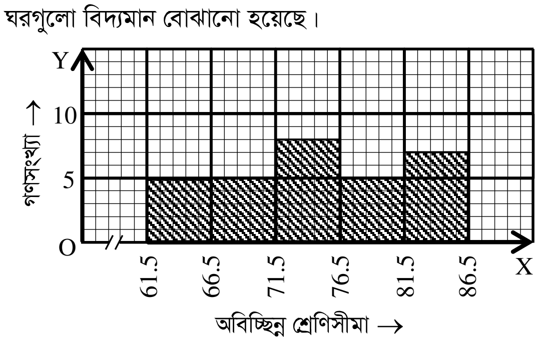
এখানে,
$L = 72$
$f_1 = 8 - 5 = 3$
$f_2 = 8 - 5 = 3$
$h = 5$

$\therefore$ নির্ণেয় প্রচুরক 74.5

গ আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
62 – 66	61.5 – 66.5	5
67 – 71	66.5 – 71.5	5
72 – 76	71.5 – 76.5	8
77 – 81	76.5 – 81.5	5
82 – 86	81.5 – 86.5	7

ছক কাগজের X অক্ষে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার 1 একক = 1 ঘর এবং Y অক্ষে গণসংখ্যার 1 একক = 1 ঘর নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হলো। মূলবিন্দু হতে 61.5 পর্যন্ত ছেদ চিহ্ন দ্বারা পূর্বের ঘরগুলো বিদ্যমান বোঝানো হয়েছে।



১১নং প্রশ্নের উত্তর

ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
41 – 50	6	6
51 – 60	10	16
61 – 70	12	28
71 – 80	7	35
81 – 90	5	40

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যবিন্দু (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি ($u_i = \frac{x_i - a}{h}$)	f_iu_i
41 – 50	45.5	6	– 2	– 12
51 – 60	55.5	10	– 1	– 10
61 – 70	65.5 ← a	12	0	0
71 – 80	75.5	7	1	7
81 – 90	85.5	5	2	10
মোট		n = 40		$\sum f_iu_i = -5$

$\therefore$ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_iu_i}{n} \times h = 65.5 + \frac{-5}{40} \times 10$

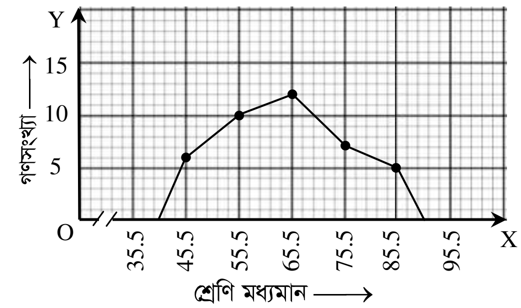
$= 65.5 - \frac{5}{4} = 64.25$

$\therefore$ নির্ণেয় গড় 64.25 **(Ans.)**

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা
41 – 50	45.5	6
51 – 60	55.5	10
61 – 70	65.5	12
71 – 80	75.5	7
81 – 90	85.5	5

x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যমানের 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 35.5 পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বিদ্যমান বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



মডেল টেস্ট- ১৪

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	গ	২	খ	৩	খ	৪	খ	৫	গ	৬	গ	৭	খ	৮	ক	৯	গ	১০	ঘ	১১	গ	১২	গ	১৩	গ	১৪	ঘ	১৫	ঘ
	১৬	ক	১৭	ঘ	১৮	ক	১৯	খ	২০	ঘ	২১	ক	২২	ঘ	২৩	ঘ	২৪	গ	২৫	গ	২৬	ঘ	২৭	গ	২৮	খ	২৯	ক	৩০	খ

সৃজনশীল

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক $0.\dot{3} \div 0.2\dot{2} = \frac{3}{9} \div \frac{22-2}{90}$

$= \frac{3}{9} \div \frac{20}{90} = \frac{3}{9} \times \frac{90}{20} = \frac{3}{2} = 1.5$

$\therefore$ নির্ণেয় ভাগফল 1.5 **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{5x^2+3}{5x^2-3}$

$\therefore \quad f\left(\frac{1}{t^2}\right) = \frac{5\left(\frac{1}{t^2}\right)^2 + 3}{5\left(\frac{1}{t^2}\right)^2 - 3} = \frac{\frac{5}{t^4}+3}{\frac{5}{t^4}-3} = \frac{\frac{5+3t^4}{t^4}}{\frac{5-3t^4}{t^4}}$

বা, $f\left(\frac{1}{t^2}\right) = \frac{5+3t^4}{t^4} \times \frac{t^4}{5-3t^4}$

বা, $f\left(\frac{1}{t^2}\right) = \frac{5+3t^4}{5-3t^4}$

বা, $\frac{f\left(\frac{1}{t^2}\right)+1}{f\left(\frac{1}{t^2}\right)-1} = \frac{5+3t^4+5-3t^4}{5+3t^4-5+3t^4}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{f\left(\frac{1}{t^2}\right)+1}{f\left(\frac{1}{t^2}\right)-1} = \frac{10}{6t^4}$

$\therefore \frac{f\left(\frac{1}{t^2}\right)+1}{f\left(\frac{1}{t^2}\right)-1} = \frac{5}{3t^4}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $\frac{5}{3t^4}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $C = \{1, 3, 5\}$ এবং $D = \{2, 4, 7\}$

প্রশ্নানুসারে, অন্বয় $S = \{(x, y) : x \in C, y \in D\}$ এবং $2x + y < 10\}$

এখানে, $C \times D = \{1, 3, 5\} \times \{2, 4, 7\}$

$= \{(1, 2), (1, 4), (1, 7), (3, 2), (3, 4), (3, 7), (5, 2), (5, 4), (5, 7)\}$

$\therefore \quad S = \{(1, 2), (1, 4), (1, 7), (3, 2)\}$ [$2x + y < 10$ শর্তানুসারে]

S অন্বয়ের ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ 1, 1, 1, 3

$\therefore \quad$ ডোমেন $S = \{1, 3\}$.

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক $x^4 - 38x^2 + 1 = x^4 + 1 - 38x^2$

$= (x^2)^2 + (1)^2 - 38x^2$

$= (x^2)^2 + (1)^2 - 2x^2 - 36x^2$

$= (x^2-1)^2 - 36x^2$

$= (x^2-1)^2 - (6x)^2$

$= (x^2 - 1 + 6x)(x^2 - 1 - 6x)$

$= (x^2 + 6x - 1)(x^2 - 6x - 1)$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$y^4 = 527 - \frac{1}{y^4}$

বা, $y^4 + \frac{1}{y^4} = 527$

বা, $(y^2)^2 + \left(\frac{1}{y^2}\right)^2 = 527$

বা, $\left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)^2 - 2.y^2 . \frac{1}{y^2} = 527$

বা, $\left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)^2 = 529$

বা, $\left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)^2 = (23)^2$

বা, $y^2 + \frac{1}{y^2} = 23$

বা, $\left(y + \frac{1}{y}\right)^2 - 2.y. \frac{1}{y} = 23$

বা, $\left(y + \frac{1}{y}\right)^2 = 25$

বা, $\left(y + \frac{1}{y}\right)^2 = (5)^2$

বা, $y + \frac{1}{y} = 5$ $[\because y > 0]$

বা, $\left(y + \frac{1}{y}\right)^3 = 5^3$

বা, $y^3 + \frac{1}{y^3} + 3. y. \frac{1}{y}\left(y + \frac{1}{y}\right) = 125$

বা, $y^3 + \frac{1}{y^3} + 3.5 = 125$

বা, $y^3 + \frac{1}{y^3} = 125 - 15$

$\therefore y^3 + \frac{1}{y^3} = 110$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $a + \frac{1}{a} = 4$ .... (i)

বা, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 16$ [বর্গ করে]

বা, $a^2 + \frac{1}{a^2} + 2.a. \frac{1}{a} = 16$

বা, $a^2 + \frac{1}{a^2} = 14$ ... ... (ii)

আবার, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4.a. \frac{1}{a} = 16 - 4 = 12$

$\therefore a - \frac{1}{a} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ... ... (iii) [ধনাত্মক মান নিয়ে]

বামপক্ষ $= \frac{a^8 - 1}{a^4} = \frac{a^8}{a^4} - \frac{1}{a^4}$

$= a^4 - \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 - \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$

$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)\left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right)$

$= 14\left(a + \frac{1}{a}\right)\left(a - \frac{1}{a}\right)$ [(ii) নং হতে মান বসিয়ে]

$= 14 \times 4 \times 2\sqrt{3}$ [(i) ও (iii) হতে মান বসিয়ে]

$= 112\sqrt{3}$ = ডানপক্ষ

$\therefore \frac{a^8 - 1}{a^4} = 112\sqrt{3}$ **(প্রমাণিত)**

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, ভগ্নাংশটির লব x এবং হর y

$\therefore$ ভগ্নাংশটি $= \frac{x}{y}$

১ম শর্তমতে, $\frac{x - 1}{y + 2} = \frac{1}{3}$

বা, $3x - 3 = y + 2$

বা, $3x - y = 2 + 3$

$\therefore 3x - y = 5$

২য় শর্তমতে, $\frac{x - 2}{y - 3} = 1$

বা, $x - 2 = y - 3$

$\therefore x - y = -1$

$\therefore$ সমীকরণ জোট $\left.\begin{array}{r} 3x - y = 5 \\ x - y = -1 \end{array}\right\}$ **(Ans.)**

খ 'ক' থেকে পাই,

$3x - y = 5$ ....(i)

$x - y = -1$ ....(ii)

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$3x - y = 5$

বা, $3x - 5 = y$

$\therefore y = 3x - 5$ ....(iii)

(iii) নং হতে y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$x - (3x - 5) = -1$

বা, $x - 3x + 5 = -1$

বা, $-2x = -1 - 5$

বা, $-2x = -6$

বা, $x = \frac{-6}{-2}$

$\therefore x = 3$

x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$y = 3 \times 3 - 5 = 9 - 5 = 4$

$\therefore$ ভগ্নাংশটি $= \frac{3}{4}$ **(Ans.)**

গ প্রাপ্ত সমীকরণ জোট,

$3x - y = 5$ .... (i) [ক থেকে]

$x - y = -1$ ....(ii)

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$3x - y = 5$

$\therefore y = 3x - 5$ ....(iii)

(ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$x - y = -1$

$\therefore y = x + 1$ ....(iv)

(iii) নং সমীকরণের জন্য লেখের তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	1	3	5
y	–2	4	10

লেখের তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (1, –2), (3, 4) ও (5, 10)

আবার, (iv) নং সমীকরণের জন্য লেখের তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	2	4	3
y	3	5	4

লেখের তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (2, 3), (4, 5) ও (3, 4)

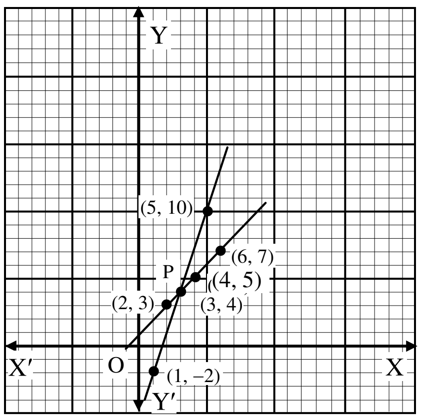
এখন, ছক কাগজের XOX′ বরাবর x-অক্ষ এবং YOY′ বরাবর y- অক্ষ এবং O মূলবিন্দু ধরি। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে সমীকরণ (iii) থেকে প্রাপ্ত $(1, -2)$, $(3, 4)$ ও $(5, 10)$ বিন্দু তিনটি স্থাপন করি এবং বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করে উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে, লেখটি হবে সরলরেখা।

একইভাবে সমীকরণ (iv) হতে প্রাপ্ত $(2, 3)$, $(4, 5)$ ও $(3, 4)$ বিন্দু তিনটি স্থাপন করি এবং বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করে উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে, লেখটি হবে সরলরেখা।

মনে করি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে।

চিত্রে ছেদবিন্দু P এর স্থানাঙ্ক $(3, 4)$।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (3, 4)$



৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ = 5 সে.মি.

ভূমি = 4 সে.মি.

লম্ব = ?

পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে $(\text{অতিভুজ})^২ = (\text{ভূমি})^২ + (\text{লম্ব})^২$

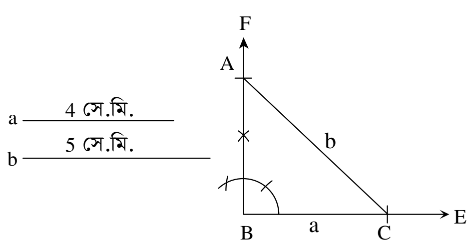
বা, $(\text{লম্ব})^২ = (\text{অতিভুজ})^২ - (\text{ভূমি})^২$

$= 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$

$\therefore$ লম্ব $= \sqrt{9} = 3$

$\therefore$ ত্রিভুজের অপর বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি.।

খ



মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ b = 5 সে.মি. এবং এক বাহুর দৈর্ঘ্য, a = 4 সে.মি.। সমকোণী ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যে কোনো রশ্মি BE থেকে BC = a = 4 সে.মি. অংশ কেটে নিই।

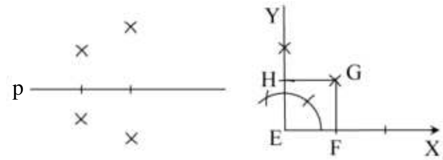
২. BC এর B বিন্দুতে BF ⊥ BC অঙ্কন করি।

৩. C কে কেন্দ্র করে b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BF রেখার ওপর একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি তা BF কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. A, C যোগ করি।

তাহলে, ABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



ABC এর পরিসীমা $p = 4 + 5 + 3 = 12$ সে.মি. পরিসীমার সমান পরিসীমা বিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কন :

১. যে কোনো রশ্মি EX হতে $\frac{p}{4}$ এর সমান করে EF অংশ কেটে নিই।

২. EF এর E বিন্দুতে EY ⊥ EF অঙ্কন করি।

৩. EY থেকে $\frac{p}{4}$ এর সমান করে EH অংশ কেটে নিই।

৪. F ও H কে কেন্দ্র করে $\frac{p}{4}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ∠E এর সম্মুখ পাশে দুটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি, মনে করি তারা পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. F, G ও H, G যোগ করি।

তাহলে, EFGH-ই হবে উদ্দিষ্ট বর্গ।

৫নং প্রশ্নের সমাধান

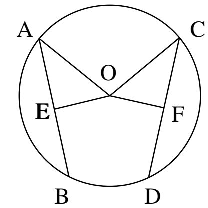
ক দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, OA = r = 5 সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তটির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times (5)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 78.54$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা AB = জ্যা CD। OE এবং OF যথাক্রমে AB ও CD জ্যা এর উপর লম্ব।

প্রমাণ করতে হবে যে, OE = OF.

অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : বৃত্তের কেন্দ্র O এবং OE ⊥ জ্যা AB

$\therefore$ AE = BE

[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যে কোন জ্যা এর ওপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।]

তদ্রুপ CF = DF

ধাপ-২ : কিন্তু AB = CD

$\therefore$ AE = CF [দেওয়া আছে]

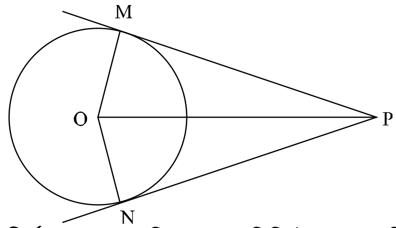
ধাপ-৩ : সমকোণী ΔOAE এবং সমকোণী ΔOCF- এ

অতিভুজ OA = অতিভুজ OC এবং AE = CF [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

ΔOAE ≅ ΔOCF [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

সুতরাং OE = OF **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু P থেকে ঐ বৃত্তের উপর PM ও PN দুইটি স্পর্শক টানা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, PM = PN.

অঙ্কন : O, N; O, M এবং O, P যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : বৃত্তের M বিন্দুতে PM একটি স্পর্শক এবং OM স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

সুতরাং $OM \perp PM$ অর্থাৎ $\angle PMO$ = এক সমকোণ।

ধাপ-২ : আবার, বৃত্তের N বিন্দুতে PN একটি স্পর্শক এবং ON স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

সুতরাং $ON \perp PN$ অর্থাৎ $\angle PNO$ = এক সমকোণ।

ধাপ-৩ : এখন, ΔPMO এবং ΔPNO সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে

$OM = ON$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

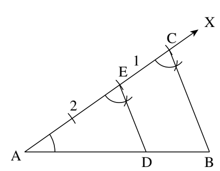
এবং অতিভুজ OP উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু।

$\therefore \Delta PMO \cong \Delta PNO$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা]

সুতরাং PM = PN **(প্রমাণিত)**

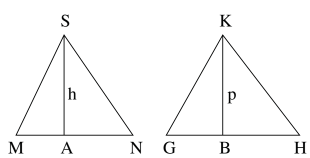
৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, AB = 5 সে.মি. দৈর্ঘ্যের রেখাংশটি D বিন্দুতে 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়।

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔSMN ও ΔKGH ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ এবং এদের অনুরূপ বাহু MN ও GH। প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta SMN : \Delta KGH = MN^2 : GH^2$

অঙ্কন : MN ও GH এর উপর যথাক্রমে SA ও KB লম্ব আঁকি। মনে করি, SA = h, KB = p।

প্রমাণ :

ধাপ-১. $\Delta SMN = \frac{1}{2} \times MN \times h$ এবং $\Delta KGH = \frac{1}{2} \times GH \times p$

$$\frac{\Delta SMN}{\Delta KGH} = \frac{\frac{1}{2} \times MN \times h}{\frac{1}{2} \times GH \times p} = \frac{h}{p} \times \frac{MN}{GH}$$

ধাপ-২. SMA ও KGB ত্রিভুজদ্বয়ের $\angle M = \angle G$,

$\angle SAM = \angle KBG$ [এক সমকোণ]

$\therefore \angle ASM = \angle BKG$

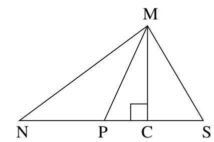
$\therefore \Delta SMA$ ও ΔKGB ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী, তাই সদৃশ।

$\therefore \frac{h}{p} = \frac{SM}{KG} = \frac{MN}{GH}$ [কারণ ΔSMN ও ΔKGH সদৃশ]

ধাপ-৩. $\frac{\Delta SMN}{\Delta KGH} = \frac{h}{p} \times \frac{MN}{GH} = \frac{MN}{GH} \times \frac{MN}{GH} = \frac{MN^2}{GH^2}$

$\therefore \Delta SMN : \Delta KGH = MN^2 : GH^2$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔMNS এর $MN > MS$ এবং P, NS এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $MN^2 + MS^2 = 2(MP^2 + NP^2)$

অঙ্কন : M বিন্দু থেকে NS এর উপর MC লম্ব টানি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. ΔMPC-এ	
$\angle MCP = 90°$ এবং অতিভুজ MP	
$\therefore MP^2 = MC^2 + PC^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
২. ΔMNC এ	
$\angle MCN = 90°$ এবং অতিভুজ MN	
$\therefore MN^2 = MC^2 + NC^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
$= MC^2 + (NP + PC)^2$	
$= MC^2 + NP^2 + 2NP.PC + PC^2$	
$= MC^2 + PC^2 + NP^2 + 2NP.PC$	
$\therefore MN^2 = MP^2 + NP^2 + 2NP.PC$	
৩. ΔMSC-এ $\angle MCS = 90°$ এর অতিভুজ MS	[ধাপ (১) থেকে]
$\therefore MS^2 = MC^2 + CS^2$	
$= MC^2 + (PS - PC)^2$	
$= MC^2 + PS^2 - 2.PS.PC + PC^2$	
$= MC^2 + PC^2 + PS^2 - 2PS.PC$	
$= MP^2 + PS^2 - 2PS.PC$	
$\therefore MS^2 = MP^2 + NP^2 - 2NP.PC$	[$\because$ P, NS এর মধ্যবিন্দু]
৪. ধাপ (২) ও ধাপ (৩) হতে পাই,	
$MN^2 + MS^2$	
$= MP^2 + NP^2 + 2NP.PC + MP^2 + NP^2 - 2NP.PC$	
$= 2MP^2 + 2NP^2 = 2(MP^2 + NP^2)$	
$\therefore MN^2 + MS^2 = 2(MP^2 + NP^2)$ **(প্রমাণিত)**	

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\cot\theta + \cos\theta = p$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = q$

$$pq = (\cot\theta + \cos\theta)(\cot\theta - \cos\theta)$$
$$= \cot^2\theta - \cos^2\theta = \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} - \cos^2\theta$$
$$= \cos^2\theta\left(\frac{1}{\sin^2\theta} - 1\right)$$
$$= \cos^2\theta\,(\text{cosec}^2\theta - 1)$$
$$= \cos^2\theta \,.\, \cot^2\theta$$

$\therefore pq = \cot^2\theta \,.\, \cos^2\theta$ **(দেখানো হলো)**

খ বামপক্ষ $= p^2 - q^2$

$= (\cot\theta + \cos\theta)^2 - (\cot\theta - \cos\theta)^2$ [মান বসিয়ে]

$= 4\cot\theta\cos\theta$ $[\because (a+b)^2 - (a-b) = 4ab]$

$= 4\sqrt{\cot^2\theta\cos^2\theta}$

$= 4\sqrt{\cot^2\theta\,(1 - \sin^2\theta)}$

$= 4\sqrt{\cot^2\theta - \cot^2\theta \times \sin^2\theta}$

$= 4\sqrt{\cot^2\theta - \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} \times \sin^2\theta}$

$= 4\sqrt{\cot^2\theta - \cos^2\theta}$

$= 4\sqrt{(\cot\theta + \cos\theta)(\cot\theta - \cos\theta)}$

$= 4\sqrt{pq}$

$\therefore p^2 - q^2 = 4\sqrt{pq}$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $\frac{p}{q} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\cot\theta + \cos\theta}{\cot\theta - \cos\theta} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ [মান বসিয়ে]

বা, $\frac{\cot\theta + \cos\theta + \cot\theta - \cos\theta}{\cot\theta + \cos\theta - \cot\theta + \cos\theta} = \frac{2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\cot\theta}{2\cos\theta} = \frac{4}{2\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}}{\cos\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\cos\theta}{\sin\theta} \times \frac{1}{\cos\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

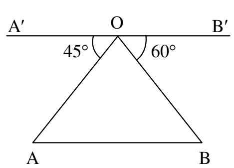
বা, $\sin\theta = \sin 60°$

$\therefore \theta = 60°$ $[\because 0° < \theta < 90°]$

Ans: $\theta = 60°$

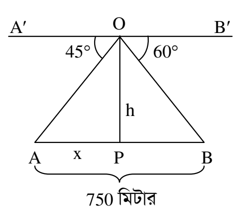
৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, A ও B দুইটি স্থানের মধ্যবর্তী কোনো স্থান O বিন্দুতে বেলুনের অবস্থান। O থেকে A ও B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 45° ও 60°.



অতএব, $\angle A'OA = 45°$ ও $\angle B'OB = 60°$

খ O থেকে AB এর উপর লম্ব OP অঙ্কন করি। ধরি, বেলুনটি ভূমি থেকে OP = h উচ্চতায় অবস্থিত। চিত্র হতে, OP = h



এবং $\angle OAB = \angle A'OA = 45°$

এবং $\angle ABO = \angle B'OB = 60°$

দেওয়া আছে, AB = 750 মিটার

ধরি, AP = x

$\therefore BP = AB - AP = (750 - x)$ মিটার

এখন, $\tan\angle OAP = \frac{OP}{AP}$

বা, $\tan 45° = \frac{h}{x}$

বা, $1 = \frac{h}{x}$

বা, $x = h$

আবার, $\tan\angle OBP = \frac{OP}{BP}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{750 - x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{750 - x}$

বা, $h = \sqrt{3}\,(750 - x)$

বা, $h = \sqrt{3}\,(750 - h)$ $[\because x = h]$

বা, $h = 750\sqrt{3} - \sqrt{3}h$

বা, $h + \sqrt{3}h = 750\sqrt{3}$

বা, $h(1 + \sqrt{3}) = 750\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{750\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$

$\therefore h = 475.48$ মিটার (প্রায়)

অর্থাৎ, বেলুনটি ভূমি থেকে 475.48 মিটার (প্রায়) উঁচুতে অবস্থিত।

গ ধরি, A বিন্দু থেকে বেলুনের সরাসরি দূরত্ব OA

'খ' নং হতে প্রাপ্ত

OP = h = 475.48 মিটার

ΔOAP-এ

$\therefore \sin\angle OAP = \frac{OP}{OA}$

বা, $\sin 45° = \frac{475.48}{OA}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{475.48}{OA}$

বা, $OA = 475.48 \times \sqrt{2}$

বা, OA = 672.43 মিটার (প্রায়)

আবার, B বিন্দু থেকে বেলুনের সরাসরি দূরত্ব OB

OP = h = 475.48 মিটার

এবং $\angle OBP = 60°$

Δ OBP-এ

$\therefore \sin\angle OBP = \frac{OP}{OB}$

বা, $\sin 60° = \frac{h}{OB}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{475.48}{OB}$

বা, $OB = \frac{475.48 \times 2}{\sqrt{3}}$

বা, OB = 549.04 মিটার।

$\therefore$ বেলুন থেকে A ও B এর সরাসরি দূরত্বের পার্থক্য

= OA − OB

= (672.43 − 549.04) মিটার

= 123.39 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, বর্গক্ষেত্রটির বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = 12$ সে.মি.

আমরা জানি,

বর্গক্ষেত্রটির কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2}a$ একক

$= (\sqrt{2} \times 12)$ সে.মি.

$= 16.971$ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

এবং বর্গক্ষেত্রটির পরিসীমা $= 4a$ একক

$= (4 \times 12)$ সে.মি.

$= 48$ সে.মি. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, বৃত্তাংশের ব্যাসার্ধ $r = AD = AE = 12$ cm

দেওয়া আছে, কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ $\theta = 30°$

ADE বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$= \frac{30°}{360} \times 3.1416 \times (12)^2$ ব. সে.মি.

$= 37.7$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (AB)^2$ বর্গ একক

$= (12)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 144$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ সম্পূর্ণ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (37.7 + 144)$ ব. সে.মি. (প্রায়)

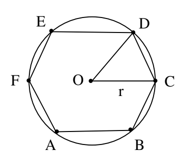
$= 181.7$ ব. সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ মনে করি, সুষম ষড়ভুজের

বাহুর দৈর্ঘ্য, $r = 12$ সে.মি. এবং

সুষম ষড়ভুজের বাহুর সংখ্যা $n = 6$

আমরা জানি,



সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{na^2}{4} \cot \frac{180°}{n}$

$\therefore$ সুষম ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{6 \times 12^2}{4} \cot\left(\frac{180°}{6}\right) = \frac{6 \times 144}{4} \cot 30°$

$= 6 \times 36 \times \sqrt{3} = 216\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

এখানে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= r = 12$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi \,.\, 12^2$ বর্গ সে.মি. $= 144\pi$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের অনধিকৃত অংশের ক্ষেত্রফল $= (144\pi - 216\sqrt{3})$ বর্গ সে.মি.

$= 78.267$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, উপাত্তের সর্বোচ্চ মান 63 এবং সর্বনিম্ন মান 40

$\therefore$ পরিসর $= (63 - 40) + 1 = 23 + 1 = 24$

$\therefore$ নির্ণেয় পরিসর 24।

খ 'ক' হতে প্রাপ্ত, পরিসর $= 24$

শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা $= \frac{24}{5} = 4.8 \approx 5$

শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা
40 – 44	∥	3
45 – 49	卌 ∣	6
50 – 54	卌 ∣∣∣∣	9
55 – 59	卌	5
60 – 64	∥	2

গ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি, $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
40 – 44	42	3	– 2	– 6
45 – 49	47	6	– 1	– 6
50 – 54	52 ← a	9	0	0
55 – 59	57	5	1	5
60 – 64	62	2	2	4
মোট		n = 25		$\sum f_iu_i = -3$

$\therefore$ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_iu_i}{n} \times h = 52 + \frac{-3}{25} \times 5 = 52 - 0.6 = 51.4$

$\therefore$ নির্ণেয় গড় 51.4

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক সংখ্যাগুলোর যোগফল

$= 70 + 75 + 57 + 71 + 83 + 95 + 88 + 79 = 618$

$\therefore$ গড় $= \frac{\text{সংখ্যাগুলোর যোগফল}}{\text{মোট সংখ্যা}} = \frac{618}{8} = 77.25$ **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
36 – 40	7	7
41 – 45	9	16
46 – 50	10	26
51 – 55	17	43
56 – 60	3	46
61 – 65	4	50
	n = 50	

এখানে, $n = 50$ $\therefore \frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$

অর্থাৎ, মধ্যক 25 তম পদ যা (46 – 50) শ্রেণিতে আছে।

অতএব, মধ্যক শ্রেণি হলো (46 – 50)।

$\therefore L = 46, F_c = 16, f_m = 10, h = 5$

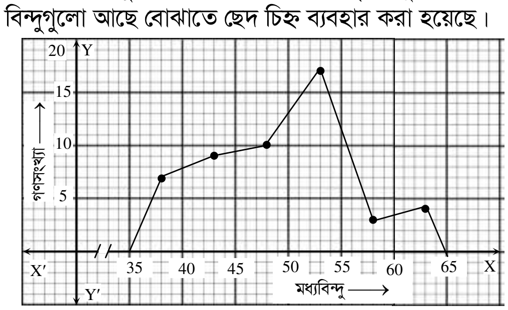
$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} = 46 + (25 - 16) \times \frac{5}{10}$

$= 46 + 9 \times \frac{5}{10} = 46 + 4.5 = 50.5$ **(Ans.)**

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
36 – 40	38	7
41 – 45	43	9
46 – 50	48	10
51 – 55	53	17
56 – 60	58	3
61 – 65	63	4

এখন, ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘর গণসংখ্যা 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 35 পর্যন্ত বিন্দুগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



মডেল টেস্ট- ১৫

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	ক	২	খ	৩	গ	৪	ঘ	৫	ক	৬	গ	৭	ঘ	৮	ঘ	৯	ক	১০	গ	১১	খ	১২	খ	১৩	গ	১৪	খ	১৫	গ
	১৬	গ	১৭	গ	১৮	ঘ	১৯	গ	২০	ঘ	২১	ঘ	২২	ঘ	২৩	ঘ	২৪	ঘ	২৫	ঘ	২৬	খ	২৭	ঘ	২৮	গ	২৯	খ	৩০	ক

সৃজনশীল

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $a^2 = 3 + 2\sqrt{2}$

$= 2 + 2\sqrt{2} + 1$

$= (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2}.1 + 1^2$

$= (\sqrt{2} + 1)^2$

$\therefore a = \sqrt{2} + 1$

$\therefore$ নির্ণেয় মান : $a = \sqrt{2} + 1$

খ দেওয়া আছে, $x^2 - 1 = 5x$

বা, $\frac{x^2 - 1}{x} = 5$

বা, $x - \frac{1}{x} = 5$

বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 5^2$ [বর্গ করে]

বা, $x^2 - 2 \,.\, x \,.\, \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 25$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 25 + 2 = 27$

বা, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (27)^2$ [পুনরায় বর্গ করে]

বা, $(x^2)^2 + 2 \,.\, x^2 \,.\, \frac{1}{x^2} + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 729$

বা, $x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 = 729$

বা, $\frac{x^8 + 1}{x^4} = 729 - 2 = 727$

$\therefore \frac{x^8 + 1}{x^4} = 727$ **(প্রমাণিত)**

গ 'ক' থেকে পাই, $a = \sqrt{2} + 1$

$\therefore \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{\sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}$

$= \frac{\sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2})^2 - 1^2} = \frac{\sqrt{2} - 1}{2 - 1} = \sqrt{2} - 1$

$\therefore a - \frac{1}{a} = (\sqrt{2} + 1) - (\sqrt{2} - 1) = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1 = 2$

আবার, 'খ' থেকে পাই,

$x - \frac{1}{x} = 5$

বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 5^2$ [বর্গ করে]

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \,.\, x \,.\, \frac{1}{x} = 25$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 25 + 4 = 29$

$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{29}$

প্রদত্ত রাশি $= \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)\left(a^3 - \frac{1}{a^3}\right)$

$= \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)\left\{\left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3 \,.\, a \,.\, \frac{1}{a}\left(a - \frac{1}{a}\right)\right\}$

$= (\sqrt{29} \times 5)\,(2^3 + 3 \times 2)$

$= 5\sqrt{29}\,(8 + 6)$

$= 5\sqrt{29} \times 14$

$= 70\sqrt{29}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান : $70\sqrt{29}$. **(Ans.)**

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $8x^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$

বা, $\frac{8}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

বা, $\frac{8}{x} = \frac{a + b}{ab}$

বা, $\frac{x}{8} = \frac{ab}{a + b}$

$\therefore x = \frac{8ab}{a + b}$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই, $x = \frac{8ab}{a + b}$

বা, $\frac{x}{4a} = \frac{2b}{a + b}$

বা, $\frac{x + 4a}{x - 4a} = \frac{2b + a + b}{2b - a - b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x + 4a}{x - 4a} = \frac{3b + a}{b - a}$ .... (i)

আবার, $x = \frac{8ab}{a + b}$

বা, $\frac{x}{4b} = \frac{2a}{a + b}$

বা, $\frac{x + 4b}{x - 4b} = \frac{2a + a + b}{2a - a - b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x + 4b}{x - 4b} = \frac{3a + b}{a - b}$ .... (ii)

(i) ও (ii) নং যোগ করে,

$\frac{x + 4a}{x - 4a} + \frac{x + 4b}{x - 4b} = \frac{3b + a}{b - a} + \frac{3a + b}{a - b}$

বা, $\frac{x + 4a}{x - 4a} + \frac{x + 4b}{x - 4b} = \frac{3b + a}{b - a} - \frac{3a + b}{b - a}$

বা, $\frac{x + 4a}{x - 4a} + \frac{x + 4b}{x - 4b} = \frac{3b + a - 3a - b}{b - a}$

বা, $\frac{x + 4a}{x - 4a} + \frac{x + 4b}{x - 4b} = \frac{2b - 2a}{b - a}$

বা, $\frac{x + 4a}{x - 4a} + \frac{x + 4b}{x - 4b} = \frac{2(b - a)}{(b - a)}$

$\therefore \frac{x + 4a}{x - 4a} + \frac{x + 4b}{x - 4b} = 2$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $p^2 - \frac{2p}{m} + 1 = 0$

বা, $p^2 + 1 = \frac{2p}{m}$ $\therefore m = \frac{2p}{p^2+1}$

বামপক্ষ $= \frac{\sqrt{1+m}+\sqrt{1-m}}{\sqrt{1+m}-\sqrt{1-m}}$

$= \frac{\sqrt{1+\frac{2p}{p^2+1}}+\sqrt{1-\frac{2p}{p^2+1}}}{\sqrt{1+\frac{2p}{p^2+1}}-\sqrt{1-\frac{2p}{p^2+1}}}$

$= \frac{\sqrt{\frac{p^2+1+2p}{p^2+1}}+\sqrt{\frac{p^2+1-2p}{p^2+1}}}{\sqrt{\frac{p^2+1+2p}{p^2+1}}-\sqrt{\frac{p^2+1-2p}{p^2+1}}}$

$= \frac{\sqrt{\frac{(p+1)^2}{p^2+1}}+\sqrt{\frac{(p-1)^2}{p^2+1}}}{\sqrt{\frac{(p+1)^2}{p^2+1}}-\sqrt{\frac{(p-1)^2}{p^2+1}}}$

$= \frac{\frac{p+1}{\sqrt{p^2+1}}+\frac{p-1}{\sqrt{p^2+1}}}{\frac{p+1}{\sqrt{p^2+1}}-\frac{p-1}{\sqrt{p^2+1}}}$

$= \frac{p+1+p-1}{p+1-p+1} = \frac{2p}{2}$

$= p =$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\sqrt{1+m}+\sqrt{1-m}}{\sqrt{1+m}-\sqrt{1-m}} = p$ **(দেখানো হলো)**

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমান্তর ধারাটি ১ম পদ, $a = 3$ এবং

সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 3 = 4$

মনে করি, ধারাটির n তম পদ $= 399$

আমরা জানি, n তম পদ $= a + (n-1)d$

$\therefore a + (n-1)d = 399$

বা, $3 + (n-1) \times 4 = 399$

বা, $(n-1) \times 4 = 396$

বা, $n - 1 = 99$

বা, $n = 99 + 1 = 100$

$\therefore$ প্রদত্ত ধারার 100 তম পদ 399 **(Ans.)**

খ মনে করি, গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ $= a$

সাধারণ অনুপাত $= r$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

প্রশ্নমতে, $ar^{6-1} = -\frac{\sqrt{3}}{9}$

বা, $ar^5 = -\frac{\sqrt{3}}{9}$ .... (i)

এবং $ar^{10-1} = -\frac{1}{27\sqrt{3}}$

বা, $ar^9 = -\frac{1}{27\sqrt{3}}$............. (ii)

(ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{ar^9}{ar^5} = \frac{-\frac{1}{27\sqrt{3}}}{\frac{-\sqrt{3}}{9}}$

বা, $r^4 = \frac{1}{27\sqrt{3}} \times \frac{9}{\sqrt{3}}$

বা, $r^4 = \frac{1}{3 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}$

বা, $r^4 = \left(\pm\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4$

$\therefore r = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

(i) নং এ $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$ বসিয়ে পাই,

$a \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^5 = -\frac{\sqrt{3}}{9}$

বা, $a = -\frac{\sqrt{3}}{9} \times \sqrt{3} \times 9$

$\therefore a = -3$

আবার, $r = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ বসিয়ে পাই, $a = 3$

সুতরাং ধারাটির ১ম পদ $a = -3$ এবং সাধারণ অনুপাত $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে,

ধারাটির ২য় পদ $= ar = -3 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$

ধারাটির ৩য় পদ $= ar^2 = -3 \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = -1$

ধারাটির ৪র্থ পদ $= ar^3 = -3 \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

অনুরূপভাবে, ধারাটির ১ম পদ $= 3$ ও সাধারণ অনুপাত $= -\frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে,

২য় পদ $= -\sqrt{3}$, ৩য় পদ $= 1$ ও ৪র্থ পদ $= -\frac{1}{\sqrt{3}}$

সুতরাং নির্ণেয় ধারাটি : $-3 - \sqrt{3} - 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} -$ ....

অথবা, $3 - \sqrt{3} + 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} +$ .... **(Ans.)**

গ মনে করি, সমান্তর ধারাটির ১ম পদ $= a$

এবং সাধারণ অন্তর $= d$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

প্রশ্নমতে, $\frac{10}{2}\{2a + (10-1)d\} = 150$

বা, $5(2a + 9d) = 150$

বা, $2a + 9d = 30$ ....(i)

এবং $\frac{20}{2}\{2a + (20-1)d\} = 500$

বা, $10(2a + 19d) = 500$

বা, $2a + 19d = 50$ ....(ii)

(ii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$19d - 9d = 50 - 30$

বা, $10d = 20$

বা, $d = 2$

$\therefore$ সমান্তর ধারাটির সাধারণ অন্তর, $d = 2$

$d = 2$, (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$2a + 9 \times 2 = 30$

বা, $2a = 30 - 18$

বা, $2a = 12$

বা, $a = 6$

সুতরাং ধারাটির **১ম** পদ, $a = 6$

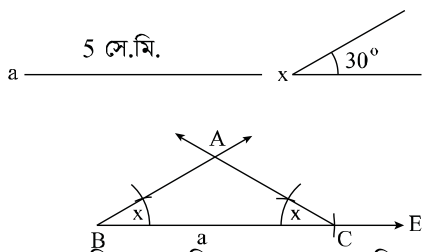
আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1)d$

$\therefore$ ধারাটির 35 তম পদ $= a + (35 - 1)d$

$= 6 + 34 \times 2 = 74$ **(Ans.)**

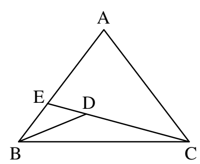
৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



এখানে, ABC ত্রিভুজের ভূমি, BC = a = 5 সে. মি. এবং ভূমিসংলগ্ন কোণদ্বয়, $\angle ABC = \angle BCA = \angle x = 30°$।

খ



মনে করি, ΔABC এর অভ্যন্তরে D একটি বিন্দু।

B, D ও C, D যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AC > BD + CD$.

অঙ্কন : CD কে বর্ধিত করি যেন তা AB কে E বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ΔACE এ,

$AC + AE > CE$

[$\because$ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি এর তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $AC + AE > CD + DE$ [$\because CE = CD + DE$]

ধাপ-২ : আবার, ΔBED এ, $BE + DE > BD$

ধাপ-৩ : সুতরাং, $(AC + AE) + (BE + DE) > (CD + DE) + BD$

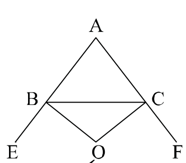
[ধাপ ১ ও ধাপ ২ হতে]

বা, $AC + (AE + BE) + DE > (CD + BD) + DE$

বা, $AC + AB > CD + BD$ [DE বাদ দিয়ে]

$\therefore$ $AB + AC > BD + CD$. **(প্রমাণিত)**

গ



ΔABC এর AB কে E পর্যন্ত এবং AC কে F পর্যন্ত বর্ধিত করি। এতে B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে বহিঃস্থ $\angle EBC$ ও বহিঃস্থ $\angle FCB$ উৎপন্ন হয়। $\angle EBC$ ও $\angle FCB$ এর সমদ্বিখণ্ডক BO ও CO পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$

প্রমাণ :

ধাপ ১ : ΔABC এর বহিঃস্থ $\angle CBE = \angle A + \angle C$

[বহিঃস্থ কোণ এর অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

অনুরূপভাবে, $\angle BCF = \angle A + \angle B$

ধাপ ২ : এখন, ΔBOC এ

$\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180°$

[ত্রিভুজের তিনকোণের সমষ্টি 180°]

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}\angle CBE + \frac{1}{2}\angle BCF = 180°$

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}(\angle A + \angle C) + \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) = 180°$ [(১) হতে]

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}(\angle A + \angle B + \angle C + \angle A) = 180°$

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}(180° + \angle A) = 180°$ [$\because \angle A + \angle B + \angle C = 180°$]

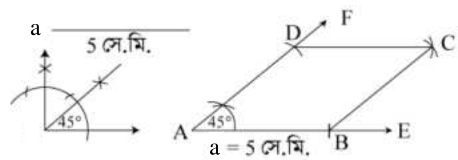
বা, $\angle BOC + 90° + \frac{1}{2}\angle A = 180°$

বা, $\angle BOC = 180° - 90° - \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$ **(প্রমাণিত)**

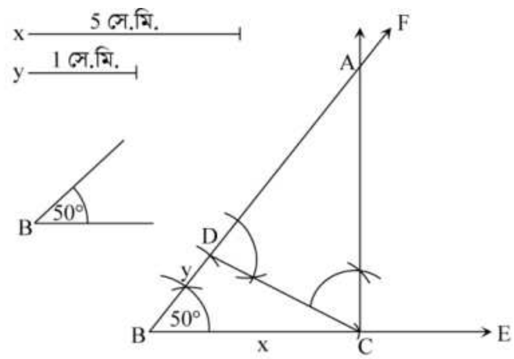
৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে ABCD ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

খ



দেওয়া আছে, একটি ত্রিভুজের ভূমি $x = 5$ সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle B = 50°$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $y = 1$ সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

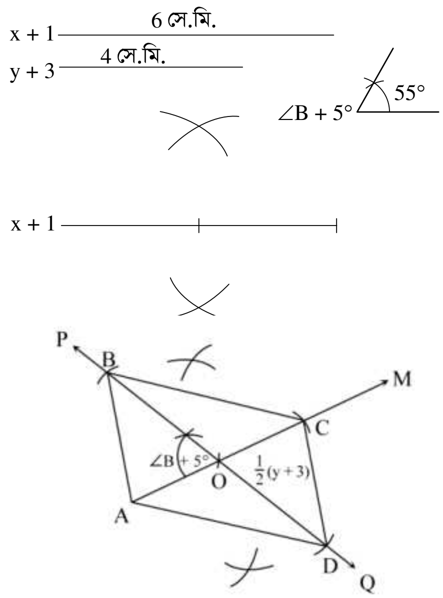
১. যে কোনো রশ্মি BE থেকে $BC = x = 5$ সে.মি. কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle B = \angle CBF$ আঁকি।

২. BF রশ্মি থেকে $BD = y = 1$ সে.মি. কেটে নিই।

৩. C, D যোগ করি। CD রেখাংশের যে পাশে F বিন্দু আছে সেই পাশে C বিন্দুতে $\angle FDC$- এর সমান করে $\angle DCA$ আঁকি।

৪. CA, DF কে A বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



মনে করি, একটি সামান্তরিকের দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $y + 3 = 4$ সে.মি. ও $x + 1 = 6$ সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle B + 5° = 55°$ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

১. যেকোনো রশ্মি AM থেকে $AC = y + 3 = 4$ সে.মি. কেটে নিই। AC এর মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করি।

২. O বিন্দুতে $\angle AOP = \angle B + 5° = 55°$ আঁকি।

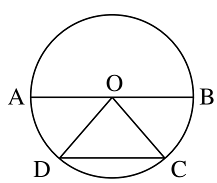
৩. OP এর বিপরীত রশ্মি OQ আঁকি।

৪. কর্ণ $x + 1$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করি। OP এবং OQ থেকে $\frac{1}{2}(x + 1)$ এর সমান করে যথাক্রমে OB এবং OD অংশ কেটে নিই।

৫. এখন, A, B, B, C, C, D এবং D, A যোগ করি। তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে AB ব্যাস এবং CD ব্যাস ভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। অর্থাৎ, $AB > CD$.

অঙ্কন : O, C এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. $OA = OB = OC = OD$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এখন, ΔOCD-এ,

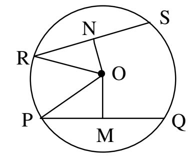
$OC + OD > CD$ [ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $OA + OB > CD$

অর্থাৎ, $AB > CD$.

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। **(প্রমাণিত)**

খ **বিশেষ নির্বচন :**



মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং PQ ও RS দুইটি জ্যা। O থেকে PQ ও RS এর উপর যথাক্রমে OM ও ON লম্ব। তাহলে OM ও ON কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে PQ ও RS জ্যা এর দূরত্ব নির্দেশ করে। $OM = ON$ হলে প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ = RS$.

অঙ্কন : O, P ও O, R যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : যেহেতু $OM \perp PQ$ ও $ON \perp RS$

সুতরাং, $\angle OMP = \angle ONR =$ এক সমকোণ।

ধাপ-২ : এখন, ΔOPM এবং ΔORN সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে

অতিভুজ $OP =$ অতিভুজ OR [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং $OM = ON$ [দেওয়া আছে]

$\therefore \Delta OPM \cong \Delta ORN$

[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

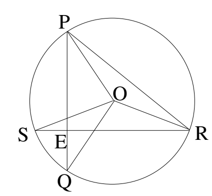
$\therefore PM = RN$

ধাপ-৩ : $PM = \frac{1}{2} PQ$ এবং $RN = \frac{1}{2} RS$ [$\because$ কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

ধাপ-৪ : সুতরাং $\frac{1}{2} PQ = \frac{1}{2} RS$

অর্থাৎ, $PQ = RS$. **(প্রমাণিত)**

গ **বিশেষ নির্বচন :** দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের PQ, RS জ্যাদ্বয় বৃত্তের ভেতরে অবস্থিত যেকোনো বিন্দু E তে সমকোণে মিলিত হয়েছে। P, O; O, Q; O, R; O, S যোগ করি।



প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle POS + \angle QOR =$ দুই সমকোণ।

অঙ্কন : P, R যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. PS চাপের উপর কেন্দ্রস্থ $\angle POS =$ বৃত্তস্থ $2\angle PRS$

[বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

QR চাপের উপর কেন্দ্রস্থ $\angle QOR =$ বৃত্তস্থ $2\angle RPQ$ [একই কারণে]

অতএব, $\angle POS + \angle QOR = 2\angle PRS + 2\angle RPQ$

ধাপ-২. ΔPER সমকোণী ত্রিভুজে,

$\angle PRE + \angle RPE =$ এক সমকোণ [$\because \angle PER =$ এক সমকোণ]

অতএব, $\angle POS + \angle QOR = 2\angle PRE + 2\angle RPE$

[$\because \angle PRS = \angle PRE$ এবং $\angle RPQ = \angle RPE$]

$\therefore \angle POS + \angle QOR = 2(\angle PRE + \angle RPE)$

$=$ দুই সমকোণ

$\therefore \angle POS + \angle QOR =$ দুই সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\sec x = \operatorname{cosec} y = 2$

$\therefore \sec x = 2$	$\operatorname{cosec} y = 2$
বা, $\sec x = \sec 60°$	বা, $\operatorname{cosec} y = \operatorname{cosec} 30°$
$\therefore x = 60°$	$\therefore y = 30°$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= \sin(x + y) = \sin(60° + 30°) = \sin 90° = 1$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$P = \sqrt{2}$

বা, $\cos A + \sin A = \sqrt{2}$

বা, $\cos A = \sqrt{2} - \sin A$

বা, $\cos^2 A = (\sqrt{2} - \sin A)^2$ [বর্গ করে]

বা, $1 - \sin^2 A = 2 - 2\sqrt{2}\sin A + \sin^2 A$

বা, $2\sin^2 A - 2\sqrt{2}\sin A + 1 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\sin A)^2 + 2\sqrt{2}\sin A.1 + 1^2 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\sin A - 1)^2 = 0$

বা, $\sqrt{2}\sin A - 1 = 0$

বা, $\sqrt{2}\sin A = 1$

বা, $\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\sin A = \sin 45°$

$\therefore A = 45°$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $A = \sin\theta$ এবং $B = \cos\theta$

বামপক্ষ $= \frac{A + 1 - B}{A - 1 + B} = \frac{\sin\theta + 1 - \cos\theta}{\sin\theta - 1 + \cos\theta}$ [মান বসিয়ে]

$$= \frac{\cos\theta\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} - \frac{\cos\theta}{\cos\theta}\right)}{\cos\theta\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} - \frac{1}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\cos\theta}\right)}$$

$$= \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1}$$

$$= \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{-(\sec\theta - \tan\theta) + (\sec^2\theta - \tan^2\theta)}$$

$$= \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{-(\sec\theta - \tan\theta) + (\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta)}$$

$$= \frac{\sec\theta + \tan\theta - 1}{(\sec\theta - \tan\theta)(\sec\theta + \tan\theta - 1)}$$

$$= \frac{1}{\sec\theta - \tan\theta}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1 - \sin\theta}{\cos\theta}}$$

$$= \frac{\cos\theta}{1 - \sin\theta}$$

$$= \frac{B}{1 - A}$$

= ডানপক্ষ

$\therefore \frac{A + 1 - B}{A - 1 + B} = \frac{B}{1 - A}$ **(প্রমাণিত)**

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক **উন্নতি কোণ :** ভূতলের উপরের কোনো বিন্দু ভূমির সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে উন্নতি কোণ বলে।

অবনতি কোণ : ভূতলের সমান্তরাল রেখার নিচের কোনো বিন্দু ভূ-রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে অবনতি কোণ বলে।

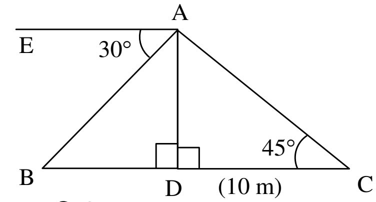
খ এখানে, $EA \parallel BC$,

$AD \perp BC$, $DC = 10$ মিটার

উন্নতি কোণ $\angle ACD = 45°$

$\angle BAE = 30°$

$\angle ABD = \angle BAE = 30°$



ACD সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan \angle ACD = \frac{AD}{DC}$

বা, $\tan 45° = \frac{AD}{10}$

বা, $1 = \frac{AD}{10}$

বা, $AD = 10$

ABD সমকোণী ত্রিভুজে,

$\sin \angle ABD = \frac{AD}{AB}$

বা, $\sin 30° = \frac{10}{AB}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{10}{AB}$

বা, $AB = 20$

$\therefore$ AB বাহুর দৈর্ঘ্য 20 মিটার।

গ ACD সমকোণী ত্রিভুজে,

$\cos \angle ACD = \frac{DC}{AC}$

বা, $\cos 45° = \frac{10}{AC}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{10}{AC}$

বা, $AC = 10\sqrt{2}$

বা, $AC = 14.1421$ (প্রায়)

ABD সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan \angle ABD = \frac{AD}{BD}$

বা, $\tan 30° = \frac{10}{BD}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{BD}$

বা, $BD = 10\sqrt{3}$

বা, $BD = 17.3205$ (প্রায়)

$BC = BD + DC$

$= (17.3205 + 10)$ মিটার

$= 27.3205$ মিটার

ΔABC এর পরিসীমা $= AB + BC + AC$

$= (20 + 27.3205 + 14.1421)$ মিটার

$= 61.4626$ মিটার

$= 61.46$ মিটার

$\therefore$ ΔABC এর পরিসীমা 61.46 মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

৯নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি ঘনকের এক বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে, তার সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $6a^2$ বর্গ একক হবে।

প্রশ্নমতে, $6a^2 = 108$

বা, $a^2 = \frac{108}{6}$

বা, $a^2 = 18$

বা, $a = \sqrt{18}$

বা, $a = 3\sqrt{2}$

$\therefore$ কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{3}a$ একক

$= \sqrt{3} \times 3\sqrt{2}$ মিটার

$= 3\sqrt{6}$ মিটার

$\therefore$ নির্ণেয় কর্ণের দৈর্ঘ্য $3\sqrt{6}$ মিটার। **(Ans.)**

খ ধরি, বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = a সে.মি.

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2}a$ সে.মি.

প্রশ্নমতে, $\sqrt{2}a = 30\sqrt{2}$

বা, $a = \frac{30\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$\therefore a = 30$

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = 4a সে.মি.

$= (4 \times 30)$ সে.মি.

$= 120$ সে.মি.

ধরি, সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য x সে.মি.

$\therefore$ পরিসীমা = 3x সে.মি.

শর্তানুযায়ী, $3x = 120$

বা, $x = \frac{120}{3}$

$\therefore x = 40$ সে.মি.

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}x^2}{4}$ বর্গ সে.মি.

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (40)^2$ বর্গ সে.মি.

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 1600$ বর্গ সে.মি.

$= 400\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ নির্ণেয় সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $400\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.। **(Ans.)**

গ 8 সে.মি. ও 6 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রকে বৃহত্তম বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে তা একটি সিলিন্ডার আকৃতির ঘনবস্তু উৎপন্ন করে। যার উচ্চতা, h = 8 সে.মি.

এবং ভূমির ব্যাসার্ধ, r = 6 সে.মি.

$\therefore$ পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(r + h)$ বর্গ একক

$= 2 \times 3.1416 \times 6(6 + 8)$ বর্গ সে.মি.

$= 2 \times 3.1416 \times 6 \times 14$ বর্গ সে.মি.

$= 527.788$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ নির্ণেয় পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 527.788 বর্গ সে.মি. (প্রায়)। **(Ans.)**

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, উপাত্তের সর্বোচ্চ মান = 74 এবং সর্বনিম্ন মান = 36

পরিসর $= (74 - 36) + 1 = 38 + 1 = 39$

শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা $= \frac{39}{5} = 7.8 \approx 8$

শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা
36 – 40	$\vert\vert\vert\vert$	4
41 – 45	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \vert\vert$	7
46 – 50	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \vert\vert\vert\vert$	14
51 – 55	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \vert\vert\vert$	8
56 – 60	$\vert\vert\vert\vert$	4
61 – 65	$\vert\vert$	2
66 – 70		0
71 – 75	$\vert$	1

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি, $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
36 – 40	38	4	– 4	–16
41 – 45	43	7	– 3	– 21
46 – 50	48	14	– 2	– 28
51 – 55	53	8	– 1	– 8
56 – 60	58 ← a	4	0	0
61 – 65	63	2	1	2
66 – 70	68	0	2	0
71 – 75	73	1	3	3
মোট		n = 40		$\sum f_iu_i = -68$

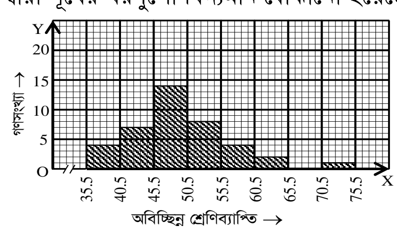
$\therefore$ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_iu_i}{n} \times h = 58 + \frac{-68}{40} \times 5 = 58 - 8.5 = 49.5$

$\therefore$ নির্ণেয় গড় 49.5.

গ আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
36 – 40	35.5 – 40.5	4
41 – 45	40.5 – 45.5	7
46 – 50	45.5 – 50.5	14
51 – 55	50.5 – 55.5	8
56 – 60	55.5 – 60.5	4
61 – 65	60.5 – 65.5	2
66 – 70	65.5 – 70.5	0
71 – 75	70.5 – 75.5	1

ছক কাগজের X-অক্ষে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার 1 একক = 1 ঘর নিয়ে এবং Y-অক্ষে গণসংখ্যার 1 একক = 1 ঘর নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হলো। মূলবিন্দু হতে 35.5 পর্যন্ত ছেদ চিহ্ন দ্বারা পূর্বের ঘরগুলো বিদ্যমান বোঝানো হয়েছে।



১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমোযোজিত গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31 – 40	5	5
41 – 50	9	14
51 – 60	10	24
61 – 70	7	31
71 – 80	5	36
81 – 90	12	48
91 – 100	2	50
মোট	n = 50	

এখানে, $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$

25 তম পদের মান হবে মধ্যক। অতএব 25 তম পদের অবস্থান (61 – 70) শ্রেণিতে।

অতএব মধ্যক শ্রেণি (61 – 70)

$\therefore F_c$ = মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী ক্রমযোজিত গণসংখ্যা = 24.

খ 'ক' হতে প্রাপ্ত সারণি ব্যবহার করে,

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 61 + (25 - 24) \times \frac{10}{7}$

$= 61 + 1.43 = 62.43$

এখানে,
$L = 61$
$F_c = 24$
$f_m = 7$
$h = 10$

আবার, এখানে গণসংখ্যা সর্বাধিকবার 12 আছে (81 – 90) শ্রেণিতে। অতএব, প্রচুরক শ্রেণি (81 – 90)।

$\therefore$ মধ্যক $= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

$= 81 + \frac{7}{7 + 10} \times 10$

$= 81 + \frac{70}{17}$

$= 81 + 4.12$

$= 85.12$

এখানে,
$L = 81$
$f_1 = 12 - 5 = 7$
$f_2 = 12 - 2 = 10$
$h = 10$

$\therefore$ মধ্যক ও প্রচুরকের ব্যবধান $= (85.15 - 62.43) = 22.69$

গ 'ক' হতে প্রাপ্ত,

ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি ব্যবহার করে অজিভ রেখা আঁকা হলো। ছক কাগজের X-অক্ষে শ্রেণির উচ্চসীমার 2 একক = 1 ঘর এবং Y অক্ষে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক = 1 ঘর নিয়ে অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু হতে 30 পর্যন্ত ছেদ চিহ্ন দ্বারা পূর্বের ঘরগুলো বিদ্যমান বোঝানো হয়েছে।