গণিত

ঢাকা বোর্ড-২০২৪

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ৩০ মিনিট **পূর্ণমান : ৩০**

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১। অর্ধবৃত্ত অপেক্ষা ছোট চাপে অন্তর্লিখিত কোণ–
ⓚ সমকোণ ⓚ পূরককোণ ⓖ সূক্ষ্মকোণ ⓖ স্থূলকোণ

□ নিচের তথ্যের আলোকে ২ ও ৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

শ্রেণিব্যাপ্তি	31–40	41–50	51–60	61–70	71–80
গণসংখ্যা	4	8	20	12	6

২। মধ্যক শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা কত?
ক 12 খ 20 গ 25 ঘ 32

৩। প্রচুরক কত?
ক 57 খ 66 গ 67.67 ঘ 69.75

৪। 144 এর $2\sqrt{3}$ ভিত্তিক log কত?
ক $\sqrt{3}$ খ 2 গ $2\sqrt{3}$ ঘ 4

৫। সুষম পঞ্চভুজের শীর্ষ বিন্দুতে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ কত?
ক 108° খ 110° গ 120° ঘ 144°

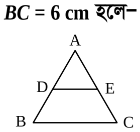
৬। $2x + y = 3$ এবং $4x + 2y = 6$ সমীকরণদ্বয়–
i. পরস্পর নির্ভরশীল ii. পরস্পর সমঞ্জস
iii. অসংখ্য সমাধান আছে
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৭। $\sqrt{3x-6} + 5 = 2$ সমীকরণটির সমাধান সেট কোনটি?
ক $\emptyset$ খ $\{-5\}$ গ $\{-3\}$ ঘ $\{5\}$

৮। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। নিচের কোন ক্ষেত্রে সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করা সম্ভব?
ক 2 সে. মি., 3 সে. মি., 4 সে. মি.
খ 3 সে. মি., 5 সে. মি., 7 সে. মি.
গ 5 সে. মি., 12 সে. মি., 13 সে. মি.
ঘ 10 সে. মি., 15 সে. মি., 20 সে. মি.

৯। যদি $\tan A = \frac{4}{3}$ হয়, তাহলে $\sqrt{\frac{1-\sin^2 A}{\sin^2 A}}$ = কত?
ক $\frac{3}{4}$ খ $\frac{4}{5}$ গ $\frac{5}{4}$ ঘ $\frac{5}{3}$

১০। চিত্রে $BC \parallel DE$, AE = CE এবং AB = 8 cm, BC = 6 cm হলে–
i. DE = 3 cm
ii. AD = 4 cm
iii. ΔABC ও ΔADE সদৃশ



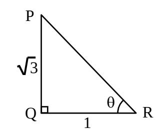
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১১। $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, $\cot\theta$ = ?
ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\sqrt{3}$

১২। $f(x) = x^3 - x - 24$ হলে, x এর কোন মানের জন্য $f(x) = 0$ হবে?
ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 6

১৩। $A = \{1, 2, 3, 4\}$ হলে, সেট A এর প্রকৃত উপসেট কয়টি?
ক 4 খ 14 গ 15 ঘ 16

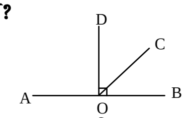
১৪। চিত্র হতে $\sin\theta \sec\theta$ এর মান কত?
ক $\frac{\sqrt{3}}{4}$ খ $\frac{1}{\sqrt{3}}$
গ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ঘ $\sqrt{3}$



১৫। কোন শর্তে $x^0 = 1$?
ক $x \neq 0$ খ $x = 0$ গ $x > 0$ ঘ $x < 0$

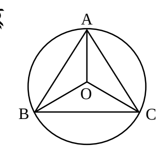
১৬। যদি $a^2 - \sqrt{2}\,a + 1 = 0$ হয় তবে–
i. $a + \frac{1}{a} = \sqrt{2}$ ii. $a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$ iii. $a^3 + \frac{1}{a^3} = -\sqrt{2}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৭। $\angle BOC$ এর পূরক কোণ কোনটি?
ক $\angle AOC$ খ $\angle DOC$
গ $\angle AOD$ ঘ $\angle BOD$



১৮। চা ও চিনির অনুপাত 7 : 3, মিশ্রণে চায়ের পরিমাণ শতকরা কত?
ক 30% খ 40% গ 50% ঘ 70%

১৯। O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং $\angle BAC$ এর সমদ্বিখণ্ডক AO হলে $\angle AOC$ = ?
ক 30° খ 60°
গ 120° ঘ 180°



২০। যদি $\sec A + \tan A = \sqrt{5}$ হয়, তবে $\sin A$ = কত?
ক $\sqrt{5}$ খ $\frac{3}{2}$ গ $\frac{2}{3}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{5}}$

□ উদ্দীপকের আলোকে ২১ ও ২২নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
আয়তাকার ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ অপেক্ষা 2 মিটার বেশি এবং মেঝের পরিসীমা 20 মিটার।

২১। ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য কত?
ক 4 মিটার খ 6 মিটার গ 8 মিটার ঘ 10 মিটার

২২। আয়তাকার ঘরের পরিসীমা একটি বেলনের ভূমির ব্যাস হলে, বেলনটির ভূমির ক্ষেত্রফল কত?
ক 10π বর্গ মি. খ 20π বর্গ মি. গ 100π বর্গ মি. ঘ 400π বর্গ মি.

২৩। $0.\dot{3} \times 0.\dot{6}$ = কত?
ক 1 খ $0.\dot{2}$ গ $0.\dot{1}\dot{8}$ ঘ $0.1\dot{8}$

২৪। $a + b = \sqrt{16}$ এবং $ab = 1$ হলে, $(a-b)^2$ = কত?
ক 12 খ 14 গ 22 ঘ 24

২৫। $\frac{1}{4^{-x}} = 64$ হলে, x = কত?
ক 6 খ 3 গ – 12 ঘ – 4

২৬। a, b, c ক্রমিক সমানুপাতি হলে–

i. $b^2 = ac$ ii. $2b = a + c$ iii. $\frac{a+b}{b} = \frac{b+c}{c}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

২৭। 64 + 32 + 16 + 8 + ... ধারার ৮ম পদ কত?

ⓚ $\frac{1}{2}$ ⓚ $\frac{1}{4}$ ⓖ 2 ⓖ 4

২৮। ত্রিভুজের ক্ষেত্রে–

i. দুটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হলে তাদের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান হবে।

ii. দুইটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী এবং এদের একজোড়া অনুরূপ বাহু সমান হলে ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম।

iii. তিনটি কোণ দিয়ে অঙ্কত ত্রিভুজকে সদৃশ ত্রিভুজ বলা হয়।

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

২৯। $\log_{2\sqrt{2}} 64$ এর মান নিচের কোনটি?

ⓚ $\frac{1}{4}$ ⓚ 1 ⓖ 4 ⓖ $2\sqrt{2}$

৩০। $x^2 + y^2 = 4xy$ হলে, $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}$ এর মান কত?

ⓚ 4 ⓚ 14 ⓖ 18 ⓖ 20

■ খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

ঢাকা বোর্ড-২০২৪

গণিত (সৃজনশীল)

বিষয় কোড : 1 0 9

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] **পূর্ণমান : ৭০**

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ–বীজগণিত

১। সার্বিক সেট $U = \{x \in N : x$ বিজোড় সংখ্যা এবং $3 < x < 15$ এবং
$A = \{x \in N : 7 < x < 15\}$, $B = \{5, 7, 11, 13\}$
$C = \{x \in N : x$, 3 এর গুণিতক $x < 15\}$

ক. $f(a) = a^3 - 4a^2 + 5a + 2b$ হলে b এর মান নির্ণয় কর, যখন $f(-1) = 0$. ২

খ. $A' \cup (B \backslash C)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. $P(B)$ নির্ণয় কর। দেখাও যে, $P(B)$ এর উপাদান 2^n কে সমর্থন করে। যেখানে n, B এর উপাদান সংখ্যা। ৪

২। $a = 2, b = 3, c = 5$ এবং $D = \frac{1}{y} + \frac{1}{a+b} - \frac{1}{a} - \frac{1}{y+b}$ হলে–

ক. $\frac{2^{n+4} - 4.2^{n+1}}{2^{n+2} \div \sqrt[3]{8}}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $D = 0$ হলে, y এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\frac{\log\sqrt{b^3} - b\log\frac{1}{a} - \frac{b}{a}\log(ca)}{\log(ab) - \log c}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩। (i) একটি সমান্তর ধারার 13 তম পদ 85.
(ii) একটি গুণোত্তর ধারার ৪র্থ পদ $3\sqrt{3}$ এবং সপ্তম পদ 8.

ক. $4 + 7 + 10 + ...$ ধারাটির কোন পদ 181? নির্ণয় কর। ২

খ. (i) নং উদ্দীপকের সাহায্যে ধারাটির ১ম 25 টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) নং উদ্দীপকের সাহায্যে দেখাও যে, ধারাটির প্রথম 10 টি পদের সমষ্টি $\frac{781}{24(2\sqrt{3} - 3)}$. ৪

খ বিভাগ–জ্যামিতি

৪। ABC একটি ত্রিভুজের $\angle ACD$ ও $\angle ABE$ দুইটি বহিঃস্থ কোণ।

ক. প্রমাণ কর যে, $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle ACD + \angle ABE > 2$ সমকোণ। ৪

গ. F, BC এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $AB + \angle AC > 2\,AF$. ৪

৫। O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি সমান জ্যা। O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OP ও OQ লম্ব।

ক. প্রমাণ কর অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, P, AB এর মধ্যবিন্দু। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $OP = OQ$. ৪

৬। $a = 5$ সে. মি. $b = 7$ সে. মি. এবং $\angle x = 45°$

ক. একটি বর্গের পরিসীমা 11 সে. মি.। বর্গটি আঁক। ২

খ. সামান্তরিকের দুইটি কর্ণ a ও b এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x$. সামান্তরিকটি আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. এমন একটি ত্রিভুজ আঁক যার ভূমির দৈর্ঘ্য $(a - 1)$ সে. মি., ভূমি সংলগ্ন কোণ $\angle x$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি b. (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ বিভাগ–ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

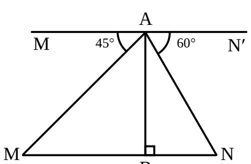
৭। $A = 1 + \sin\theta$ এবং $B = 1 - \sin\theta$.

ক. $\sec(90° - \theta) = \frac{5}{3}$ হলে $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

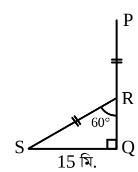
খ. প্রমাণ কর যে, $\sec\theta + \tan\theta = \sqrt{\frac{A}{B}}$. ৪

গ. $B - \cos\theta = 0$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। যখন $0° \le \theta \le 90°$. ৪

৮।



চিত্র-১ : MN = 1500 মি.
M'N' || MN



A
চিত্র-২

ক. একটি গাছের উচ্চতা ও ছায়ার অনুপাত $\sqrt{3} : 1$ হলে, গাছের উন্নতি কোণ নির্ণয় কর। ২

খ. ১নং চিত্র হতে AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ২নং চিত্র হতে PQ খুঁটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

৯। (i) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 3 মিটার বাড়লে ক্ষেত্রফল $27\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়।
(ii) একটি লোহার পাইপের ভিতরের ও বাইরের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 4 সে. মি. ও 6 সে. মি. ও পাইপের উচ্চতা 6 মিটার।

ক. একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 18 মি. ও 16 মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 30° হলে, ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. 1 ঘন সে. মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম হলে, পাইপের লোহার ওজন নির্ণয় কর। ৪

ঘ বিভাগ–পরিসংখ্যান

১০। 80 জন শিক্ষার্থীর বাংলায় প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি নিম্নে দেওয়া হলো :

প্রাপ্ত নম্বর	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	6	16	12	13	20	5	4	3	1

ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ উল্লিখিত উপাত্ত হতে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১। নিচে একটি গণসংখ্যা সারণি দেয়া হলো।

শ্রেণিব্যাপ্তি	36–40	41–45	46–50	51–55	56–60	61–65	66–70
গণসংখ্যা	4	8	11	15	13	6	3

ক. 8, 14, 11, 17, 6, 7 এর মধ্যক নির্ণয় কর। ২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভরেখা অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর																														
	১	খ	২	খ	৩	ক	৪	খ	৫	ক	৬	খ	৭	ক	৮	গ	৯	ক	১০	খ	১১	ক	১২	ঘ	১৩	গ	১৪	খ	১৫	ক
	১৬	ঘ	১৭	ঘ	১৮	খ	১৯	গ	২০	গ	২১	ঘ	২২	গ	২৩	ঘ	২৪	ক	২৫	ঘ	২৬	ঘ	২৭	ক	২৮	খ	২৯	গ	৩০	ঘ

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▸ ০১ সার্বিক সেট

$U = \{x \in N : x$ বিজোড় সংখ্যা এবং $3 < x < 15$ এবং

$A = \{x \in N : 7 < x < 15\}, B = \{5, 7, 11, 13\}$

$C = \{x \in N : x,$ 3 এর গুণিতক $x < 15\}$

ক. $f(a) = a^3 - 4a^2 + 5a + 2b$ হলে b এর মান নির্ণয় কর, যখন $f(-1) = 0$. ২

খ. $A' \cup (B \setminus C)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. $P(B)$ নির্ণয় কর। দেখাও যে, $P(B)$ এর উপাদান 2^n কে সমর্থন করে। যেখানে n, B এর উপাদান সংখ্যা। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(a) = a^3 - 4a^2 + 5a + 2b$

$\therefore f(-1) = (-1)^3 - 4(-1)^2 + 5(-1) + 2b$

$= -1 - 4 - 5 + 2b$

$= 2b - 10$

প্রশ্নমতে, $f(-1) = 0$

বা, $2b - 10 = 0$

বা, $2b = 10$

বা, $b = \frac{10}{2}$

$\therefore b = 5$

$\therefore$ নির্ণেয় $b = 5$. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $U = \{x \in N : x$ বিজোড় সংখ্যা এবং $3 < x < 15\}$

$= \{5, 7, 9, 11, 13\}$

$A = \{x \in N : 7 < x < 15\}$

$= \{9, 11, 13\}$ $[\because A \subset U]$

$B = \{5, 7, 11, 13\}$

$C = \{x \in N : x,$ 3 এর গুণিতক $x < 15\}$

15 থেকে ছোট 3 এর গুণিতক গুলো হলো, 3, 6, 9, 12, যেহেতু, $C \subset U$

$\therefore$ $C = \{9\}$

$\therefore$ $A' = U/A$

$= \{5, 7, 9, 11, 13\} - \{9, 11, 13\}$

$= \{5, 7\}$

$B \setminus C = \{5, 7, 11, 13\} \setminus \{9\}$

$= \{5, 7, 11, 13\}$

$\therefore$ $A' \cup (B \setminus C) = \{5, 7\} \cup \{5, 7, 11, 13\}$

$= \{5, 7, 11, 13\}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $B = \{5, 7, 11, 13\}$

$\therefore$ $P(B) = \{\{5\}, \{7\}, \{11\}, \{13\}, \{5, 7\}, \{5, 11\}, \{5, 13\}, \{7, 11\}, \{7, 13\}, \{11, 13\}, \{5, 7, 11\}, \{5, 7, 13\}, \{5, 11, 13\}, \{7, 11, 13\}, \{5, 7, 11, 13\}, \varnothing\}$

এখানে, B এর উপাদান সংখ্যা, $n = 4$

P(B) এর উপাদান সংখ্যা $16 = 2^4 = 2^n$

$\therefore$ B এর উপাদান সংখ্যা n হলে, P(B) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০২ $a = 2, b = 3, c = 5$ এবং $D = \frac{1}{y} + \frac{1}{a+b} - \frac{1}{a} - \frac{1}{y+b}$ হলে–

ক. $\frac{2^{n+4} - 4.2^{n+1}}{2^{n+2} \div \sqrt[3]{8}}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $D = 0$ হলে, y এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\frac{\log\sqrt{b^3} - b\log\frac{1}{a} - \frac{b}{a}\log(ca)}{\log(ab) - \log c}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= \frac{2^{n+4} - 4.2^{n+1}}{2^{n+2} \div \sqrt[3]{8}}$

$= \frac{2^n.2^4 - 2^2.2^n.2^1}{2^{n+2} \div (2^3)^{\frac{1}{3}}}$

$= \frac{16.2^n - 8.2^n}{2^{n+2} \div 2^1}$

$= \frac{2^n(16-8)}{2^{n+2-1}}$

$= \frac{2^n.8}{2^{n+1}} = \frac{2^n.2^3}{2^{n+1}}$

$= \frac{2^{n+3}}{2^{n+1}} = 2^{n+3-n-1}$

$= 2^2 = 4$. **(Ans)**

খ দেওয়া আছে,

$D = \frac{1}{y} + \frac{1}{a+b} - \frac{1}{a} - \frac{1}{y+b}$

$D = 0$ হলে,

$\frac{1}{y} + \frac{1}{a+b} - \frac{1}{a} - \frac{1}{y+b} = 0$

বা, $\frac{1}{y} - \frac{1}{y+b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+b}$

বা, $\frac{y+b-y}{y(y+b)} = \frac{a+b-a}{a(a+b)}$

বা, $\frac{b}{y(y+b)} = \frac{b}{a(a+b)}$

বা, $\frac{1}{y^2+yb} = \frac{1}{a^2+ab}$

বা, $y^2 + yb = a^2 + ab$

বা, $y^2 - a^2 + yb - ab = 0$

বা, $(y+a)(y-a) + b(y-a) = 0$

বা, $(y-a)(y+a+b) = 0$

হয়, $y - a = 0$

$\therefore y = a$

অথবা, $y + a + b = 0$

বা, $y = -a - b$

$\therefore y = -(a+b)$.

$\therefore$ নির্ণেয় $y = a, -(a+b)$. **(Ans)**

গ দেওয়া আছে, $a = 2, b = 3, c = 5$

প্রদত্ত রাশি $= \dfrac{\log\sqrt{b^3} - b\log\frac{1}{a} - \frac{b}{a}\log(ca)}{\log(ab) - \log c}$

$= \dfrac{\log\sqrt{3^3} - 3\log\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\log(5 \times 2)}{\log(2 \times 3) - \log 5}$

$= \dfrac{\log 3^{\frac{3}{2}} - 3\log 2^{-1} - \frac{3}{2}\log 10}{\log 6 - \log 5}$

$= \dfrac{\frac{3}{2}\log 3 - 3\log(2^2)^{-\frac{1}{2}} - \frac{3}{2}\log 10}{\log\frac{6}{5}}$

$= \dfrac{\frac{3}{2}\log 3 + \frac{3}{2}\log 4 - \frac{3}{2}\log 10}{\log\frac{6}{5}}$

$= \dfrac{\frac{3}{2}(\log 3 + \log 4 - \log 10)}{\log\frac{6}{5}}$

$= \dfrac{\frac{3}{2}\log\left(\frac{3 \times 4}{10}\right)}{\log\frac{6}{5}} = \dfrac{\frac{3}{2}\log\frac{6}{5}}{\log\frac{6}{5}} = \frac{3}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \frac{3}{2}$. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৩

(*i*) একটি সমান্তর ধারার 13 তম পদ 85.

(*ii*) একটি গুণোত্তর ধারার ৪র্থ পদ $3\sqrt{3}$ এবং সপ্তম পদ 8.

ক. 4 + 7 + 10 + ... ধারাটির কোন পদ 181? নির্ণয় কর। ২

খ. (*i*) নং উদ্দীপকের সাহায্যে ধারাটির ১ম 25 টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. (*ii*) নং উদ্দীপকের সাহায্যে দেখাও যে, ধারাটির প্রথম 10 টি পদের সমষ্টি $\dfrac{781}{24(2\sqrt{3} - 3)}$. ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ধারাটির n তম পদ = 181

প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ, a = 4

এবং সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 4 = 3$

আমরা জানি,

n তম পদ $= a + (n - 1)d$

বা, $181 = 4 + (n - 1) \times 3$

বা, $4 + 3n - 3 = 181$

বা, $3n + 1 = 181$

বা, $3n = 181 - 1$

বা, $3n = 180$

বা, $n = \frac{180}{3}$ $\therefore n = 60$

$\therefore$ ধারাটির 60 তম পদ 181. **(Ans.)**

খ মনে করি, ধারাটির ১ম পদ = a

এবং সাধারণ অন্তর = d

$\therefore$ 13 তম পদ $= a + (13 - 1)d = a + 12d$

প্রশ্নমতে, $a + 12d = 85$

আমরা জানি,

প্রথম n সংখ্যাকে পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$

$\therefore$ প্রথম 25টি পদের সমষ্টি $= \frac{25}{2}\{2a + (25 - 1)d\}$

$= \frac{25}{2}(2a + 24d)$

$= \frac{25}{2} \times 2(a + 12d)$

$= 25 \times 85$ [$\because a + 12d = 85$]

$= 2125$. **(Ans.)**

গ মনে করি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত = r

$\therefore$ ধারাটির ৪র্থ পদ $= ar^{4-1} = ar^3$

এবং ৭ম পদ $= ar^{7-1} = ar^6$

প্রশ্নমতে, $ar^3 = 3\sqrt{3}$ ... ... (i)

$ar^6 = 8$ ... ... (ii)

(ii)নং কে (i)নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{ar^6}{ar^3} = \frac{8}{3\sqrt{3}}$

বা, $r^3 = \frac{2^3}{(\sqrt{3})^3}$

বা, $r^3 = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^3$

$\therefore r = \frac{2}{\sqrt{3}}, r > 1$

(i)নং এ $r = \frac{2}{\sqrt{3}}$ বসিয়ে পাই,

$a\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^3 = 3\sqrt{3}$

বা, $a.\frac{8}{3\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$

বা, $a = \frac{(3\sqrt{3})^2}{8}$

বা, $a = \frac{27}{8}$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি $= \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1}$ [$\because r > 1$]

$= \dfrac{\frac{27}{8}\left\{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{10} - 1\right\}}{\frac{2}{\sqrt{3}} - 1}$

$= \dfrac{\frac{27}{8}\left(\frac{1024}{243} - 1\right)}{\frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}}} = \dfrac{\frac{27}{8} \times \frac{781}{243}}{\frac{2\sqrt{3} - (\sqrt{3})^2}{(\sqrt{3})^2}}$

$= \dfrac{\frac{781}{72}}{\frac{2\sqrt{3} - 3}{3}} = \frac{781}{72} \times \frac{3}{2\sqrt{3} - 3}$

$= \dfrac{781}{24(2\sqrt{3} - 3)}$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি $= \dfrac{781}{24(2\sqrt{3} - 3)}$

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ০৪ ABC একটি ত্রিভুজের $\angle ACD$ ও $\angle ABE$ দুইটি বহিঃস্থ কোণ।

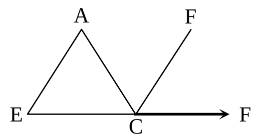
ক. প্রমাণ কর যে, $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle ACD + \angle ABE > 2$ সমকোণ। ৪

গ. F, BC এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $AB + \angle AC > 2\,AF$. ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক **বিশেষ নির্বাচন :** মনে করি, ΔABC এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করায় বহিঃস্থ $\angle ACD$ উৎপন্ন হয়েছে।



প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$.

অঙ্কন : C বিন্দু দিয়ে BA বাহুর সমান্তরাল করে CE রশ্মি টানি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. $BA \parallel CE$ এবং AC ছেদক। [অঙ্কন অনুসারে]

$\therefore \angle BAC = \angle ACF$ [একান্তর কোণ সমান] ... ... (i)

ধাপ-২. আবার, $BA \parallel CF$ এবং BD ছেদক।

$\therefore \angle ABC = \angle FCD$ [অনুরূপ কোণ সমান] ... ... (ii)

ধাপ-৩. (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

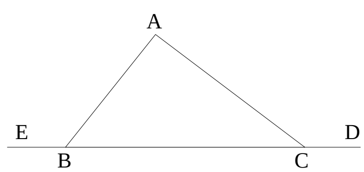
$\angle BAC + \angle ABC = \angle ACF + \angle FCD$

বা, $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACD$

[$\because \angle ACF + \angle FCD = \angle ACD$]

$\therefore \angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$. **(প্রমাণিত)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি ABC একটি ত্রিভুজ। এর BC বাহুকে E এবং D পর্যন্ত উভয় দিকে বর্ধিত করা হলো। এর ফলে $\angle ABE$ ও $\angle ACD$ বহিঃস্থ কোণ দুটি উৎপন্ন হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABE + \angle ACD > 2$ সমকোণ।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔABC এর বহিঃস্থ $\angle ABE$ = অন্তঃস্থ $(\angle BAC + \angle ACB)$...... (i)

[ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ, অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।]

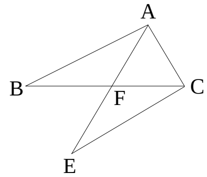
এবং বহিঃস্থ $\angle ACD$ = অন্তঃস্থ $(\angle BAC + \angle ABC)$ ..... (ii)

ধাপ-২. সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$\therefore$ $\angle ABE + \angle ACD = \angle BAC + \angle ACB + \angle BAC + \angle ABC = 2$ সমকোণ + $\angle BAC$ [$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = 2 সমকোণ]

$\therefore$ $\angle ABE + \angle ACD > 2$ সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

গ **বিশেষ নির্বচন :** দেওয়া আছে, ΔABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু F. প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AC > 2AF$.



অঙ্কন : A, F যোগ করি। AF কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন, AF = FE হয়। E, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔABF ও ΔCFE –এ

BF = CF [$\because$ F, BC এর মধ্যবিন্দু]

AD = FE [অঙ্কন অনুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle CFE$ [বিপ্রতীপ কোণ বলে]

$\therefore$ $\Delta ABF \cong \Delta CFE$ [$\because$ দুটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ সমান]

$\therefore$ AB = CE

ধাপ-২. এখন ΔACE এ

AC + CE > AE

বা, AC + CE > AF + FE

[$\because$ ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর সমষ্টি তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।]

বা, AC + AB > AF + AF

$\therefore$ AB + AC > 2AF. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৫ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি সমান জ্যা। O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OP ও OQ লম্ব।

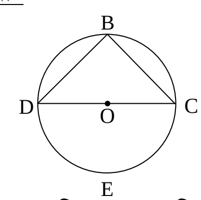
ক. প্রমাণ কর অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, P, AB এর মধ্যবিন্দু। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $OP = OQ$. ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক **বিশেষ নির্বচন :** O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে CD একটি ব্যাস এবং $\angle DBC$ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle DBC$ = এক সমকোণ।



অঙ্কন : DC এর যে পাশে B বিন্দু অবস্থিত, তার বিপরীত পাশে বৃত্তের উপর একটি বিন্দু E নিই।

প্রমাণ :

ধাপ-১. DEC চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ

$\angle DBC = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ সরলকোণ $\angle DOC$)

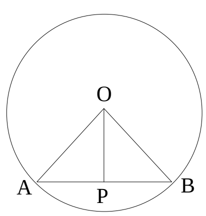
[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

ধাপ-২. কিন্তু সরলকোণ $\angle DOC$ = দুই সমকোণ।

$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2}$ (দুই সমকোণ) = এক সমকোণ।

অর্থাৎ, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

খ



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $OP \perp AB$।

প্রমাণ করতে হবে যে, AP = BP.

অঙ্কন : O, A; O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. $OP \perp AB$ হওয়ায় $\angle OPA = \angle OPB$ = এক সমকোণ

অতএব, ΔOAP ও ΔOBP উভয় সমকোণী ত্রিভুজ [কল্পনা]

ধাপ-২. এখন, ΔOAP ও ΔOBP সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে

OA = OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

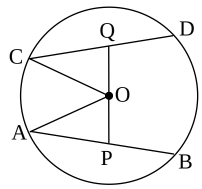
এবং OP = OP [সাধারণ বাহু]

$\therefore \Delta OAP \cong \Delta OAP$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

$\therefore$ AP = BP.

অর্থাৎ, P, AB এর মধ্যবিন্দু। **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তের AB ও CD দুইটি সমান জ্যা। O থেকে AB এবং CD জ্যা এর উপর যথাক্রমে OP এবং OQ লম্ব। O, A এবং O, R যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে OP = OQ.

প্রমাণ :

ধাপ-১. $OP \perp AB$ ও $OQ \perp CD$.

সুতরাং, AP = BP এবং CQ = DQ. [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।]

$\therefore AP = \frac{1}{2} AB$ এবং $CQ = \frac{1}{2} CD$.

ধাপ-২. কিন্তু AB = CD

$\therefore AP = CQ$

ধাপ-৩. এখন ΔOAP এবং ΔOCQ সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে [কল্পনা]

অতিভুজ OA = অতিভুজ OC [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং AP = CQ [ধাপ ২]

$\therefore \Delta OAP \cong \Delta OCQ$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

$\therefore OP = OQ$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৬ $a = 5$ সে. মি. $b = 7$ সে. মি. এবং $\angle x = 45°$

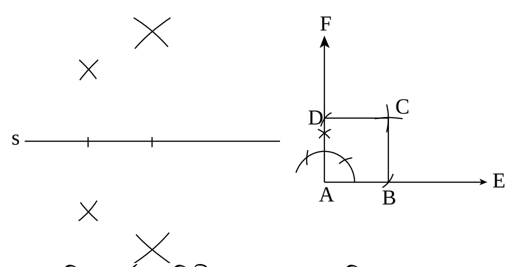
ক. একটি বর্গের পরিসীমা 11 সে. মি.। বর্গটি আঁক। ২

খ. সামান্তরিকের দুইটি কর্ণ a ও b এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x$. সামান্তরিকটি আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. এমন একটি ত্রিভুজ আঁক যার ভূমির দৈর্ঘ্য $(a - 1)$ সে. মি., ভূমি সংলগ্ন কোণ $\angle x$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি b. (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

<u>৬নং প্রশ্নের সমাধান</u>

ক



মনে করি, বর্গের পরিসীমা s = 11 সে.মি. দেওয়া আছে। বর্গটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি AE হতে $\frac{s}{4}$ এর সমান করে AB অংশ কাটি।

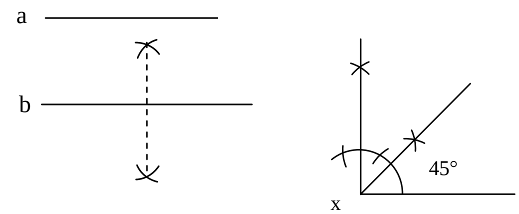
২. A বিন্দুতে $AF \perp AB$ আঁকি। AF হতে $AD = \frac{s}{4}$ নিই।

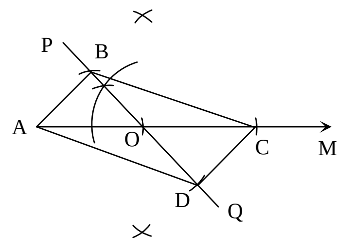
৩. এখন, B ও D কে কেন্দ্র করে $\frac{s}{4}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle BAD$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি।

৪. মনে করি, বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে। B, C ও D, C যোগ করি।

তাহলে, ABCD বর্গই উদ্দিষ্ট বর্গ।

খ





মনে করি, সামান্তরিকের কর্ণ দুটি a = 5 সে.মি. ও b = 7 সে.মি. এবং কর্ণদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত একটি কোণ $\angle x = 45°$ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যে কোনো রশ্মি AM থেকে a এর সমান AC রেখাংশ নিই।

২. AC এর মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করি।

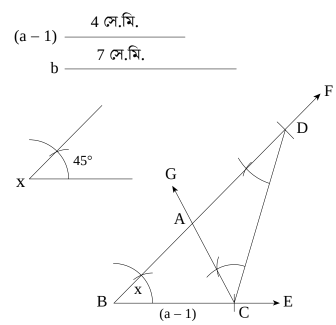
৩. O বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle AOP$ আঁকি।

৪. OP এর বিপরীত রেখাংশ OQ অঙ্কন করি।

৫. OP ও OQ রেখাংশদ্বয় থেকে $\frac{1}{2}$b এর সমান যথাক্রমে OB ও OD রেখাংশদ্বয় কেটে নিই।

৬. A, B; A, D; C, B ও C, D যোগ করি।
তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

গ



মনে করি, ত্রিভুজটির ভূমি (a – 1) = 4 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন $\angle x = 45°$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি b = 7 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি BE হতে BC = (a – 1) = 4 সেমি নিই।

২. B বিন্দুতে $\angle CBF = \angle x$ আঁকি।

৩. BF হতে BD = b নিই। C, D যোগ করি।

৪. C বিন্দুতে DC রেখাংশের যে পাশে B বিন্দু আছে সেই পাশে $\angle BDC$ এর সমান $\angle DCG$ আঁকি। CG রশ্মি BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ▶ ০৭ $A = 1 + \sin\theta$ এবং $B = 1 - \sin\theta$.

ক. $\sec(90° - \theta) = \frac{5}{3}$ হলে $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

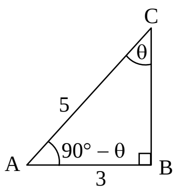
খ. প্রমাণ কর যে, $\sec\theta + \tan\theta = \sqrt{\frac{A}{B}}$. ৪

গ. $B - \cos\theta = 0$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। যখন $0° \le \theta \le 90°$. ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া, আছে,

$$\sec(90° - \theta) = \frac{5}{3}$$



$\therefore \sin\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $A = 1 + \sin\theta$

$B = 1 - \sin\theta$

বামপক্ষ $= \sec\theta + \tan\theta$

$= \frac{1}{\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta}$

$= \sqrt{\frac{(1 + \sin\theta)^2}{\cos^2\theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1 + \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1 + \sin\theta)^2}{(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta)}}$

$= \sqrt{\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}}$

$= \sqrt{\frac{A}{B}} =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $B - \cos\theta = 0$

বা, $1 - \sin\theta - \cos\theta = 0$ [$\because B = 1 - \sin\theta$]

বা, $1 - \sin\theta = \cos\theta$

বা, $(1 - \sin\theta)^2 = \cos^2\theta$

বা, $1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

বা, $1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta - 1 + \sin^2\theta = 0$

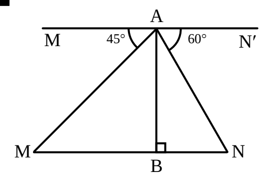
বা, $2\sin^2\theta - 2\sin\theta = 0$

বা, $2\sin\theta(\sin\theta - 1) = 0$

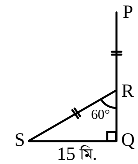
হয়, $2\sin\theta = 0$	অথবা,
বা, $\sin\theta = 0$	$\sin\theta - 1 = 0$
বা, $\sin\theta = \sin 0°$	বা, $\sin\theta = 1$
$\therefore \theta = 0°$	বা, $\sin\theta - \sin 90°$
	$\therefore \theta = 90°$

$\therefore$ নির্ণেয় $\theta = 0°, 90°$

প্রশ্ন ▶ ০৮



চিত্র-১ : MN = 1500 মি.
M′N′ || MN



চিত্র-২

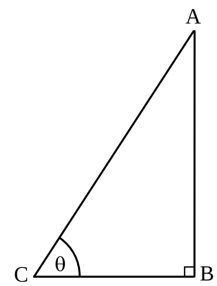
ক. একটি গাছের উচ্চতা ও ছায়ার অনুপাত $\sqrt{3} : 1$ হলে, গাছের উন্নতি কোণ নির্ণয় কর। ২

খ. ১নং চিত্র হতে AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ২নং চিত্র হতে PQ খুঁটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, AB একটি গাছ। যার ছায়া BC। গাছের উন্নতি কোণ $\angle BCA = \theta$। যেহেতু, গাছের উচ্চতা ও ছায়ার অনুপাত $\sqrt{3} : 1$

$\therefore AB : BC = \sqrt{3} : 1$

বা, $\frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{1}$

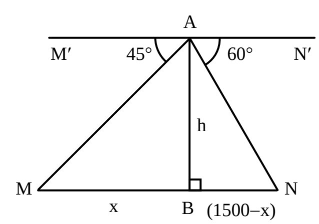
বা, $\tan\theta = \sqrt{3}$

বা, $\tan\theta = \tan 60°$

$\therefore \theta = 60°$

$\therefore$ নির্ণেয় গাছটির উন্নতি কোণ $\theta = 60°$

খ



চিত্র-১ : MN = 1500 মি.
M′N′ || MN

চিত্র হতে পাই, M′N′ || MN বলে,

$\angle AMB = \angle M'AM = 45°$

$\angle ANB = \angle N'AN = 60°$

ধরি, AB = h মি.

এবং, MB = x মি.

$\therefore$ BN = (1500 – x) মি.

এখন, ΔABM এ,

$\tan\angle AMB = \frac{AB}{MB}$

বা, $\tan 45° = \frac{h}{x}$

বা, $1 = \frac{h}{x}$

$\therefore x = h$ ... ... (i)

আবার, ΔABN এ,

$\tan \angle ANB = \frac{AB}{BN}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{1500 - x}$

বা, $h = \sqrt{3}\,(1500 - x)$

বা, $h = \sqrt{3} \times 1500 - \sqrt{3}x$

বা, $h = \sqrt{3} \times 1500 - \sqrt{3}h$ $[\therefore x = h]$

বা, $h + \sqrt{3}h = \sqrt{3} \times 1500$

বা, $h\,(1 + \sqrt{3}) = \sqrt{3} \times 1500$

বা, $h = \frac{\sqrt{3} \times 1500}{1 + \sqrt{3}}$

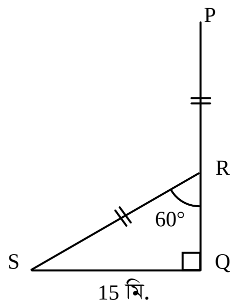
$\therefore h = 950.962$ মি.

$\therefore$ নির্ণেয় $AB = 950.962$ মি. **(Ans.)**

গ ধরি, $PQ = h$

এবং $PR = x$

$\therefore RQ = h - x$



চিত্র-২

চিত্রানুসারে, $PR = RS$

এবং $\angle SRQ = 60°$

এখন, ΔSRQ এ,

$\sin \angle SRQ = \frac{SQ}{RS}$

বা, $\sin 60° = \frac{15}{x}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15}{x}$

বা, $\sqrt{3}x = 30$

বা, $x = \frac{30}{\sqrt{3}}$

বা, $x = \frac{30\sqrt{3}}{3}$

$\therefore x = 10\sqrt{3}$

আবার, ΔSRQ এ,

$\tan \angle SRQ = \frac{SQ}{RQ}$

বা, $\tan 60° = \frac{15}{h - x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{15}{h - x}$

বা, $\sqrt{3}h - \sqrt{3}x = 15$

বা, $\sqrt{3}h = 15 + \sqrt{3}x$

বা, $h = \frac{15 + \sqrt{3} \times 10\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ $[\therefore x = 10\sqrt{3}]$

বা, $h = \frac{15 + 30}{\sqrt{3}}$

বা, $h = \frac{45}{\sqrt{3}}$

বা, $h = \frac{45\sqrt{3}}{3} = 15\sqrt{3} = 25.98$ মি.

$\therefore$ PQ খুঁটির উচ্চতা 25.98 মি.

প্রশ্ন ▸ ০৯ (*i*) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 3 মিটার বাড়লে ক্ষেত্রফল $27\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়।

(*ii*) একটি লোহার পাইপের ভিতরের ও বাইরের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 4 সে. মি. ও 6 সে. মি. ও পাইপের উচ্চতা 6 মিটার।

ক. একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 18 মি. ও 16 মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 30° হলে, ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. 1 ঘন সে. মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম হলে, পাইপের লোহার ওজন নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু যথাক্রমে $a = 18$ মি.

এবং, $b = 16$ মি.

বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ, $\theta = 30°$

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}ab\sin\theta$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 18 \times 16 \times \sin 30°$ বর্গ মি.

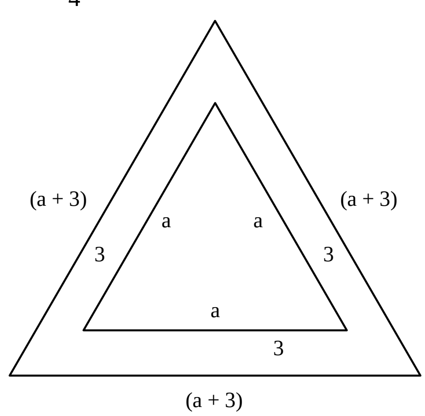
$= \frac{1}{2} \times 18 \times 16 \times \frac{1}{2}$ বর্গ মি.

$= 72$ বর্গ মি.

খ মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a মিটার

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গ মিটার

ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 3 মিটার বাড়ালে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}(a + 3)^2$ বর্গমিটার



প্রশ্নানুসারে,

$$\frac{\sqrt{3}}{4}(a+3)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 27\sqrt{3}$$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{4}\{(a+3)^2 - a^2\} = 27\sqrt{3}$

বা, $a^2 + 6a + 9 - a^2 = 108$

বা, $6a + 9 = 108$

বা, $6a = 108 - 9$

বা, $6a = 99$

বা, $a = \frac{99}{6}$

$\therefore a = \frac{33}{2} = 16\frac{1}{2}$ মিটার

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{33}{2}\right)^2$ বর্গ মিটার

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{1089}{4}$ বর্গ মিটার

$= \frac{1089\sqrt{3}}{16}$ বর্গ মিটার

$= 117.888$ বর্গ মিটার

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= 117.888$ বর্গ মিটার।

গ দেওয়া আছে,

পাইপের ভিতরের ব্যাসার্ধ $r_1 = 4$ সেমি

পাইপের বাইরের ব্যাসার্ধ $r_2 = 6$ সেমি

এবং, পাইপের উচ্চতা, $h = 6$ মিটার

$= (6 \times 100)$ সেমি

$= 600$ সেমি

$\therefore$ পাইপের ভেতরের আয়তন $= \pi r_1^2 h$ ঘন সেমি

$= 3.1416 \times (4)^2 \times 600$ ঘন সেমি

$= 30159.36$ ঘন সেমি

$\therefore$ পাইপের বাইরের আয়তন $= \pi r_2^2 h$ ঘন সেমি

$= 3.1416 \times (6)^2 \times 600$ ঘন সেমি

$= 67858.56$ ঘন সেমি

$\therefore$ পাইপে লোহার আয়তন $= (67858.56 - 30159.36)$ ঘন সেমি

$= 37699.2$ ঘন সেমি

এখন, 1 ঘন সেমি লোহার ওজন 7.2 গ্রাম

$\therefore$ 37699.2 ঘন সেমি লোহার জন্য $= (37699.2 \times 7.2)$ গ্রাম

$= 271434.24$ গ্রাম

$= \frac{271434.24}{1000}$ কিলোগ্রাম

$= 271.434$ কিলোগ্রাম

$\therefore$ নির্ণেয় পাইপের লোহার ওজন 271.434 কিলোগ্রাম

প্রশ্ন ▶ ১০ 80 জন শিক্ষার্থীর বাংলায় প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি নিম্নে দেওয়া হলো :

প্রাপ্ত নম্বর	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	6	16	12	13	20	5	4	3	1

ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ উল্লিখিত উপাত্ত হতে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 20 আছে (51 – 60) শ্রেণিতে

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণি (51 – 60)

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{51+60}{2}$

$= \frac{111}{2}$

$= 55.5$ **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
11 – 20	6	6
21 – 30	16	22
31 – 40	12	34
41 – 50	13	47
51 – 60	20	67
61 – 70	5	72
71 – 80	4	76
81 – 90	3	79
91 – 100	1	80
	n = 80	

এখানে, $n = 80; \frac{n}{2} = \frac{80}{2} = 40$

অর্থাৎ, মধ্যক 40 তম পদ যা (41 – 50) শ্রেণিতে অবস্থিত।

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 41 + \left(\frac{80}{2} - 34\right) \times \frac{10}{13}$

$= 41 + (40 - 34) \times \frac{10}{13}$

$= 41 + \frac{10 \times 6}{13}$

$= 41 + 4.615$

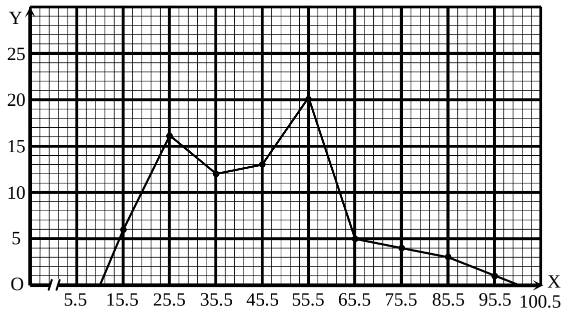
$= 45.615$ **(Ans.)**

এখানে,
$L = 41$
$n = 80$
$F_c = 34$
$h = 10$
$f_m = 13$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
11 – 20	15.5	6
21 – 30	25.5	16
31 – 40	35.5	12
41 – 50	45.5	13
51 – 60	55.5	20
61 – 70	65.5	5
71 – 80	75.5	4
81 – 90	85.5	3
91 – 100	95.5	1
		n = 80

এখন, ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 1 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শিক্ষার্থী সংখ্যার 2 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 5.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হলো।



প্রশ্ন ▸ ১১ নিচে একটি গণসংখ্যা সারণি দেয়া হলো।

শ্রেণিব্যাপ্তি	36–40	41–45	46–50	51–55	56–60	61–65	66–70
গণসংখ্যা	4	8	11	15	13	6	3

ক. 8, 14, 11, 17, 6, 7 এর মধ্যক নির্ণয় কর। ২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভরেখা অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমানুসারে সাজিয়ে পাই, 6, 7, 8, 11, 14, 17; এখানে উপাত্ত সংখ্যা 6টি যা জোড়।

$$\therefore \text{ মধ্যক} = \frac{\frac{6}{2} \text{ তম পদ} + \left(\frac{6}{2}+1\right) \text{ তম পদ}}{2}$$

$$= \frac{3 \text{ তম পদ} + 4 \text{ তম পদ}}{2}$$

$$= \frac{8 + 11}{2}$$

$$= 9.5$$

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যক = 9.5 **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
36 – 40	38	4	– 3	– 12
41 – 45	43	8	– 2	– 16
46 – 50	48	11	– 1	– 11
51 – 55	53 ← a	15	0	0
56 – 60	58	13	1	13
61 – 65	63	6	2	12
66 – 70	68	3	3	9
		n = 60		$\Sigma f_iu_i = -5$

$\therefore$ নির্ণেয় গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

$$= 53 + \frac{-5}{60} \times 5$$

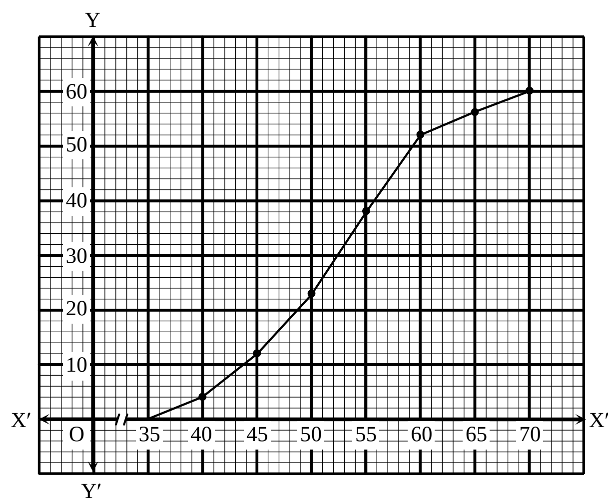
$$= 53 - 0.4167$$

$= 52.5833$ **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
36 – 40	4	4
41 – 45	8	12
46 – 50	11	23
51 – 55	15	38
56 – 60	13	51
61 – 65	6	57
66 – 70	3	60

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 35 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



রাজশাহী বোর্ড-২০২৪

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ৩০ মিনিট [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৩০

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১। $\tan(\theta - 45°) = \sqrt{3}$ হলে, θ = এর মান কত?

ⓚ 15° ⓚ্খ 60° ⓖ 75° ⓖ্ঘ 105°

২। একটি রম্বস আঁকতে কতটি উপাত্ত প্রয়োজন?

ক) ২টি খ) ৩টি গ) ৪টি ঘ) ৫টি

৩। একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত 2 : 3 : 5 হলে, বৃহত্তম কোণটি ক্ষুদ্রতম কোণটির কতগুণ?

ক) $\frac{5}{2}$ গুণ খ) $\frac{5}{3}$ গুণ গ) $\frac{3}{5}$ গুণ ঘ) $\frac{2}{5}$ গুণ

৪। $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক) a : b : c = 2 : 3 : 4 খ) a : b : c = 4 : 3 : 2
গ) a : b : c = 8 : 9 : 6 ঘ) a : b : c = 6 : 8 : 9

৫। 3 সে.মি. ধারবিশিষ্ট ঘনকের—

i. আয়তন 27 ঘন সে.মি. ii. কর্ণের দৈর্ঘ্য $3\sqrt{3}$ সে.মি.
iii. সম্পূর্ণ তলের ক্ষেত্রফল 54 বর্গ সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

☐ উদ্দীপকের আলোকে ৬ ও ৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\frac{\sin\theta}{x} = \frac{\cos\theta}{y}$

৬। $\frac{x}{y} = 1$ হলে, θ = কত?

ক) 30° খ) 45° গ) 60° ঘ) 90°

৭। sin θ = কত?

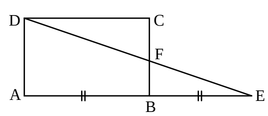
ক) $\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$ খ) $\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ গ) $\frac{x}{\sqrt{x^2-y^2}}$ ঘ) $\frac{y}{\sqrt{x^2-y^2}}$

৮। 2x + 3y = –4 এবং x = 1 হলে, y = কত?

ক) 4 খ) –1 গ) –2 ঘ) –4

৯। চিত্রে, ABCD একটি আয়ত হলে, ΔADE এর ক্ষেত্রফল কোনটির সমান।

ক) ☐ABCD এর ক্ষেত্রফল
খ) ☐ABFD এর ক্ষেত্রফল
গ) ΔCDF এর ক্ষেত্রফল
ঘ) ΔBEF এর ক্ষেত্রফল



১০। একটি দ্রব্যের ক্রয়মূল্য : বিক্রয়মূল্য = 5 : 6 হলে শতকরা লাভ কত?

ক) 20% খ) 25% গ) 30% ঘ) 40%

১১। 6 + 12 + 24 +.....ধারাটির অষ্টম পদ কত?

ক) 84 খ) 252 গ) 768 ঘ) 1536

১২। $u_2 = -2$, $x_2 = 12$ এবং h = 4 হলে, অনুমিত গড় a = কত?

ক) 20 খ) 10 গ) 6 ঘ) 4

১৩। একটি আয়তক্ষেত্রের ঘূর্ণন কোণের পরিমাণ কত?

ক) 360° খ) 180° গ) 90° ঘ) 45°

১৪। ABCD বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের ∠ABC = 110° হলে, ∠ADC = কত?

ক) 250° খ) 110° গ) 70° ঘ) 60°

১৫। কোনো শ্রেণির নিম্নসীমা 30 এবং শ্রেণিমধ্যমান 32 হলে, ওই শ্রেণির উর্ধ্বসীমা কত?

ক) 37 খ) 35 গ) 34 ঘ) 33

১৬। $2.3\dot{4}$ এর সাধারণ ভগ্নাংশ কোনটি?

ক) $\frac{211}{900}$ খ) $\frac{211}{90}$ গ) $\frac{231}{90}$ ঘ) $\frac{234}{9}$

১৭। $\log_3(\sqrt[3]{3}.\sqrt{3})$ এর মান কোনটি?

ক) $\frac{1}{6}$ খ) $\frac{1}{5}$ গ) $\frac{5}{6}$ ঘ) $\frac{6}{5}$

১৮। $4x^3 + 3x^2 - 2x + 1 = 0$ সমীকরণের ঘাত কত?

ক) 4 খ) 3 গ) 2 ঘ) 1

☐ নিচের তথ্যের আলোকে ১৯ ও ২০নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$a + \frac{1}{a} = 4$

১৯। $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2$ এর মান কত?

ক) 14 খ) 12 গ) 6 ঘ) 4

২০। $a^3 + \frac{1}{a^3}$ কত?

ক) 0 খ) 24 গ) 52 ঘ) 76

২১। 125 এর—

i. সাধারণ লগের পূর্ণক 2 ii. সাধারণ লগের অংশক .09691
iii. 5 ভিত্তিক লগ 3

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

২২। $x^2 = 2x$ সমীকরণের সমাধান সেট কোনটি?

ক) { } খ) {0} গ) {2} ঘ) {0, 2}

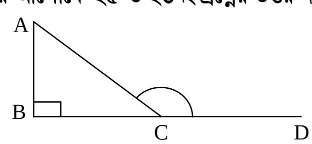
২৩। x = {a, b, c}, y = {b} এবং z = x\y হলে, P(z) এর উপাদান কয়টি?

ক) ১টি খ) ২টি গ) ৩টি ঘ) ৪টি

২৪। দুইটি সংখ্যার অনুপাত 4 : 5 এবং এদের ল.সা.গু 120 হলে, বৃহত্তম সংখ্যাটি কত?

ক) 20 খ) 24 গ) 30 ঘ) 120

☐ নিচের তথ্যের আলোকে ২৫ ও ২৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



২৫। AB^2 = কোনটি?

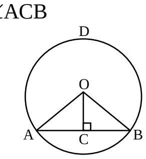
ক) $AC^2 - BC^2$ খ) $AC^2 + BC^2$ গ) $BC^2 + AC^2$ ঘ) $BC^2 + AC$

২৬। ∠ACD = কোনটি?

ক) ∠CBA + ∠BCD খ) ∠BAC + ∠ACB
গ) ∠ABC + ∠BAC ঘ) ∠ABC + ∠ACB

২৭। ABD বৃত্তের কেন্দ্র O হলে—

i. C, AB এর মধ্যবিন্দু
ii. ∠OAC = ∠OBC
iii. ∠OAC + ∠OBC = এক সমকোণ



নিচের কোনটি সঠিক?

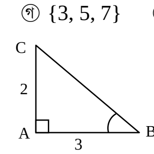
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

২৮। নিচের কোনটি {x ∈ N : x মৌলিক সংখ্যা এবং 2 ≤ x ≤ 7} সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে?

ক) {2, 3, 7} খ) {2, 3, 5} গ) {3, 5, 7} ঘ) {2, 3, 5, 7}

২৯। চিত্রে sin B = কত?

ক) $\frac{2}{\sqrt{13}}$ খ) $\frac{3}{\sqrt{13}}$
গ) $\frac{\sqrt{13}}{3}$ ঘ) $\frac{\sqrt{13}}{2}$



৩০। সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে পরিকেন্দ্র ত্রিভুজের কোথায় অবস্থিত?

ক) অভ্যন্তরে খ) বহির্ভাগে গ) অতিভুজের উপর ঘ) লম্বের উপর

■ খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

রাজশাহী বোর্ড-২০২৪

গণিত (সৃজনশীল) **বিষয় কোড :** 1 0 9

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ–বীজগণিত

১। $A = \{x \in N : x^2 > 8$ এবং $x^3 < 200\}$
$B = \{x \in N : x$ জোড় সংখ্যা এবং $x \leq 6\}$
এবং $C = \{\sqrt{7}\}$

ক. 35 এবং 45 এর সকল গুণনীয়কের ছেদ সেট নির্ণয় করো। ২

খ. দেখাও যে, $A \cup B = (A \backslash B) \cup (B \backslash A) \cup (A \cap B)$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, C এর উপাদানটি একটি অমূলদ সংখ্যা। ৪

২। $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 27$, $x^2 + xy + y^2 = 9$ এবং $l = 3^m + 3^{1-m}$.

ক. $p^4 + p^2 - 2$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $3xy(x^2 + y^2) = 54$. ৪

গ. $l = 4$ হলে, m এর মান নির্ণয় করো। ৪

৩। $p = \dfrac{\sqrt{3x+2y} + \sqrt{3x-2y}}{\sqrt{3x+2y} - \sqrt{3x-2y}}$ এবং একটি গুণোত্তর ধারার ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $2^{n+2} - 4$.

ক. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 7 : 11 এবং এদের গ.সা.গু 3 হলে, সংখ্যা দুইটির ল.সা.গু নির্ণয় করো। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^2y - 3px + y = 0$. ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় করো। ৪

খ বিভাগ–জ্যামিতি

৪। ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD মধ্যমা।

ক. প্রমাণ করো যে, AD, ∠A এর সমদ্বিখণ্ডক। ২

খ. প্রমাণ করো যে, AB + AC > 2AD. ৪

গ. প্রমাণ করো যে, $4AD^2 = 3AB^2$. ৪

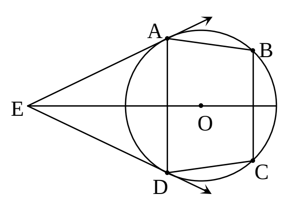
৫। একটি রেখাংশের দৈর্ঘ্য p = 11 সে.মি. এবং দুইটি কোণ ∠x = 60° ও ∠y = 45°.

ক. পেন্সিল কম্পাস ব্যবহার করে 75° কোণ আঁক। ২

খ. কোনো ত্রিভুজের পরিসীমা p এর সমান এবং ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় ∠x ও ∠y হলে ত্রিভুজটি আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. কোনো বর্গের পরিসীমা p এর সমান হলে বর্গটি অঙ্কন করে এর অন্তর্বৃত্ত আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

৬।



চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র।

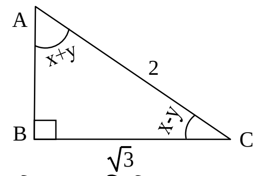
ক. কোনো বৃত্তের বহিঃস্থ একটি বিন্দু থেকে বৃত্তটিতে একটি স্পর্শক আঁক। (অঙ্কনের বিবরণ নিষ্প্রয়োজন) ২

খ. প্রমাণ করো যে, ∠ABC + ∠ADC = 180° ৪

গ. প্রমাণ করো যে, OE সরলরেখা স্পর্শ জ্যা AD এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক। ৪

গ বিভাগ–ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭।



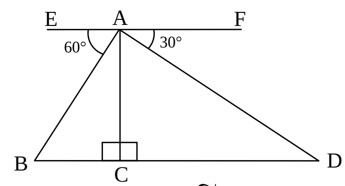
চিত্রে ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ, যার ∠B = 90°.

ক. $\sin(90° - \theta) = \dfrac{5}{13}$ হলে $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় করো। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ করো যে,
$\dfrac{\cos A}{1 - \tan A} + \dfrac{\sin A}{1 - \cot A} = \dfrac{1}{2}(1 + \sqrt{3})$. ৪

গ. দেখাও যে, sin x = cos 3y. ৪

৮।



চিত্রে EF ∥ BD এবং AC = 16 মিটার।

ক. cosec ∠ABC এর মান নির্ণয় করো। ২

খ. ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ৪

গ. ΔACD এর পরিসীমা নির্ণয় করো। ৪

৯। একটি আয়ত ও একটি রম্বসের পরিসীমা পরস্পর সমান। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য প্রস্থের দেড়গুণ এবং পরিসীমা 180 সে.মি.।

ক. আয়তক্ষেত্রটির ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ২

খ. রম্বসের বৃহত্তম কর্ণটি 72 সে.মি. হলে এর অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

গ. কোনো সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির $\dfrac{3}{4}$ অংশ এবং পরিসীমা আয়তটির পরিসীমার অর্ধেক হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ৪

ঘ বিভাগ–পরিসংখ্যান

১০। ১০ম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজিতে) গণসংখ্যা নিবেশন হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	45–50	51–56	57–62	63–68	69–74
গণসংখ্যা	6	9	21	16	8

ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় করো। ২

খ. প্রদত্ত উপাত্তের গাণিতিক গড় নির্ণয় করো। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন করো। ৪

১১। কয়েকজন শিক্ষার্থীর উচ্চতার (সে.মি.) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

উচ্চতা (সেমি.)	140-149	150-159	150-169	170-179	180-189
গণসংখ্যা	7	15	48	12	8

ক. অবিন্যস্ত উপাত্তের সর্বোচ্চ মান 95 এবং পরিসর 64 হলে সর্বনিম্ন মানটি নির্ণয় করো। ২

খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় করো। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করো। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	ঘ	২	ক	৩	ক	৪	ক	৫	ঘ	৬	খ	৭	ক	৮	গ	৯	ক	১০	ক	১১	গ	১২	ক	১৩	খ	১৪	গ	১৫	গ
	১৬	খ	১৭	গ	১৮	খ	১৯	খ	২০	গ	২১	ঘ	২২	ঘ	২৩	ঘ	২৪	গ	২৫	ক	২৬	গ	২৭	ক	২৮	ঘ	২৯	ক	৩০	গ

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▶ ০১ $A = \{x \in N : x^2 > 8$ এবং $x^3 < 200\}$

$B = \{x \in N : x$ জোড় সংখ্যা এবং $x \leq 6\}$

এবং $C = \{\sqrt{7}\}$

ক. 35 এবং 45 এর সকল গুণনীয়কের ছেদ সেট নির্ণয় করো। ২

খ. দেখাও যে, $A \cup B = (A \backslash B) \cup (B \backslash A) \cup (A \cap B)$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, C এর উপাদানটি একটি অমূলদ সংখ্যা। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, 35 এবং 45 এর সকল গুণনীয়কের সেট যথাক্রমে A এবং B।

$35 = 1 \times 35$
$= 5 \times 7$

$45 = 1 \times 45$
$= 3 \times 15$
$= 5 \times 9$

$A = \{1, 5, 7, 35\}$ $\quad$ $B = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$

$\therefore A \cap B = \{1, 5, 7, 35\} \cap \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$
$= \{1, 5\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $A = \{x \in N : x^2 > 8$ এবং $x^3 < 200\}$

$x = 1$ হলে, $1^2 = 1 \not> 8$ এবং $1^3 = 1 < 200$

$x = 2$ হলে, $2^2 = 4 \not> 8$ এবং $2^3 = 8 < 200$

$x = 3$ হলে, $3^2 = 9 > 8$ এবং $3^3 = 27 < 200$

$x = 4$ হলে, $4^2 = 16 > 8$ এবং $4^3 = 64 < 200$

$x = 5$ হলে, $5^2 = 25 > 8$ এবং $5^3 = 125 < 200$

$x = 6$ হলে, $6^2 = 36 > 8$ এবং $6^3 = 216 \not< 200$

$\therefore A = \{3, 4, 5\}$

আবার, $B = \{x \in N : x$ জোড় সংখ্যা এবং $x \leq 6\}$
$= \{2, 4, 6\}$

$A \backslash B = \{3, 4, 5\} \backslash \{2, 4, 6\} = \{3, 5\}$
$B \backslash A = \{2, 4, 6\} \backslash \{3, 4, 5\} = \{2, 6\}$
$A \cap B = \{3, 4, 5\} \cap \{2, 4, 6\} = \{4\}$

বামপক্ষ $= A \cup B$
$= \{3, 4, 5\} \cup \{2, 4, 6\}$
$= \{2, 3, 4, 5, 6\}$

ডানপক্ষ $= (A \backslash B) \cup (B \backslash A) \cup (A \cap B)$
$= \{3, 5\} \cup \{2, 6\} \cup \{4\}$
$= \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$\therefore A \cup B = (A \backslash B) \cup (B \backslash A) \cup (A \cap B)$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $C = \{\sqrt{7}\}$

প্রমাণ করতে হবে যে, $\sqrt{7}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

আমরা জানি, $4 < 7 < 9$

বা, $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$

$\therefore 2 < \sqrt{7} < 3$

সুতরাং $\sqrt{7}$, 2 থেকে বড় কিন্তু 3 থেকে ছোট।

অতএব, $\sqrt{7}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।

যদি $\sqrt{7}$ মূলদ সংখ্যা হয়, তবে ধরি $\sqrt{7} = \frac{p}{q}$; যেখানে p ও q উভয়ই স্বাভাবিক সংখ্যা, $q > 1$ এবং p ও q সহমৌলিক (p ও q এর মধ্যে 1 ভিন্ন কোনো সাধারণ উৎপাদক নেই)।

ফলে, $7 = \frac{p^2}{q^2}$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $7q = \frac{p^2}{q}$

এখানে, 7q স্পষ্টত পূর্ণসংখ্যা। অপরপক্ষে p^2 ও q এর মধ্যে কোনো সাধারণ উৎপাদক নেই, যেহেতু p ও q এর কোনো সাধারণ উৎপাদক নেই।

সুতরাং $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।

$\therefore \frac{p^2}{q}$, 7q এর সমান হতে পারে না।

অতএব, $\sqrt{7}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না।

তাই $\sqrt{7}$ অমূলদ সংখ্যা। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০২ $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 27$, $x^2 + xy + y^2 = 9$ এবং $l = 3^m + 3^{1-m}$.

ক. $p^4 + p^2 - 2$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $3xy(x^2 + y^2) = 54$. ৪

গ. $l = 4$ হলে, m এর মান নির্ণয় করো। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক $p^4 + p^2 - 2 = p^4 + 2p^2 - p^2 - 2$
$= p^2(p^2 + 2) - 1(p^2 + 2)$
$= (p^2 + 2)(p^2 - 1)$
$= (p + 1)(p - 1)(p^2 + 2)$ **(Ans.)**

খ $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 27$ ... ... (i)

$x^2 + xy + y^2 = 9$ ... ... (ii)

(i) নং হতে, $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 27$

বা, $(x^2)^2 + 2.x^2.y^2 + (y^2)^2 - x^2y^2 = 27$

বা, $(x^2 + y^2)^2 - (xy)^2 = 27$

বা, $(x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy) = 27$

বা, $9(x^2 + y^2 - xy) = 27$ [(ii) নং হতে]

$\therefore x^2 - xy + y^2 = 3$ ... ... (iii)

(ii) ও (iii) নং যোগ করে পাই,

$2x^2 + 2y^2 = 12$

বা, $2(x^2 + y^2) = 12$

$\therefore x^2 + y^2 = 6$

(ii) থেকে (iii) নং বিয়োগ করে পাই,

$2xy = 6$

$\therefore xy = 3$

বামপক্ষ $= 3xy(x^2 + y^2)$
$= 3 \times 3 \times 6 = 54$
= ডানপক্ষ

$\therefore 3xy(x^2 + y^2) = 54$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $l = 3^m + 3^{1-m}$

বা, $4 = 3^m + 3^1.3^{-m}$ [$\because l = 4$]

বা, $3^m + \frac{3}{3^m} = 4$

বা, $x + \frac{3}{x} = 4$ [$3^m = x$ ধরে]

বা, $x^2 + 3 = 4x$

বা, $x^2 - 4x + 3 = 0$

বা, $x^2 - 3x - x + 3 = 0$

বা, $x(x-3) - 1(x-3) = 0$

বা, $(x-3)(x-1) = 0$

$\therefore x = 1, 3$

$x = 1$ হলে, $3^m = 1$ বা, $3^m = 3^0$ $\therefore m = 0$

$x = 3$ হলে, $3^m = 3$ বা, $3^m = 3^1$ $\therefore m = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় মান, $m = 0, 1$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৩ $p = \frac{\sqrt{3x+2y}+\sqrt{3x-2y}}{\sqrt{3x+2y}-\sqrt{3x-2y}}$ এবং একটি গুণোত্তর ধারার ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $2^{n+2} - 4$.

ক. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 7 : 11 এবং এদের গ.সা.গু 3 হলে, সংখ্যা দুইটির ল.সা.গু নির্ণয় করো। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^2y - 3px + y = 0$. ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় করো। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সংখ্যা দুটি যথাক্রমে 7x ও 11x

7x ও 11x এর গ.সা.গু. = x

প্রশ্নমতে, x = 3

$\therefore$ সংখ্যা দুটি, $7x = 7 \times 3 = 21$ এবং $11x = 11 \times 3 = 33$

$$\begin{array}{l|l} 3 & 21, 33 \\ \hline & 7, 11 \end{array}$$

$\therefore$ সংখ্যা দুটির ল.সা.গু. $= 3 \times 7 \times 11 = 231$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $p = \frac{\sqrt{3x+2y}+\sqrt{3x-2y}}{\sqrt{3x+2y}-\sqrt{3x-2y}}$

বা, $\frac{p+1}{p-1} = \frac{\sqrt{3x+2y}+\sqrt{3x-2y}+\sqrt{3x+2y}-\sqrt{3x-2y}}{\sqrt{3x+2y}+\sqrt{3x-2y}-\sqrt{3x+2y}+\sqrt{3x-2y}}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{p+1}{p-1} = \frac{2\sqrt{3x+2y}}{2\sqrt{3x-2y}}$

বা, $\left(\frac{p+1}{p-1}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{3x+2y}{3x-2y}}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{p^2+2p+1}{p^2-2p+1} = \frac{3x+2y}{3x-2y}$

বা, $\frac{p^2+2p+1+p^2-2p+1}{p^2+2p+1-p^2+2p-1} = \frac{3x+2y+3x-2y}{3x+2y-3x+2y}$

[পুনরায় যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2(p^2+1)}{4p} = \frac{6x}{4y}$

বা, $\frac{p^2+1}{2p} = \frac{3x}{2y}$ বা, $\frac{p^2+1}{p} = \frac{3x}{y}$

বা, $p^2y + y = 3px$

$\therefore p^2y - 3px + y = 0$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, একটি গুণোত্তর ধারার ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $2^{n+2} - 4$

এখন n এর মান যথাক্রমে 1, 2, 3, 4, 5, ... বসিয়ে পাই,

১ম পদ $= 2^{1+2} - 4 = 2^3 - 4 = 4$

১ম 2টি পদের সমষ্টি $= 2^{2+2} - 4 = 2^4 - 4 = 12$

১ম 3টি পদের সমষ্টি $= 2^{3+2} - 4 = 2^5 - 4 = 28$

১ম 4টি পদের সমষ্টি $= 2^{4+2} - 4 = 2^6 - 4 = 60$

১ম 5টি পদের সমষ্টি $= 2^{5+2} - 4 = 2^7 - 4 = 124$

... ...

ধারাটির ১ম পদ = 4

দ্বিতীয় পদ = 12 – 4 = 8

তৃতীয় পদ = 28 – 12 = 16

চতুর্থ পদ = 60 – 28 = 32

পঞ্চম পদ = 124 – 60 = 64

... ...

$\therefore$ নির্ণেয় গুণোত্তর ধারাটি : 4, 8, 16, 32, 64, ...

প্রশ্ন ▶ ০৪ ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD মধ্যমা।

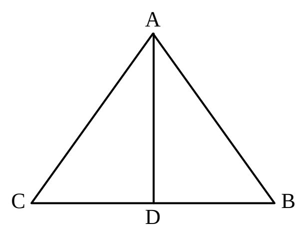
ক. প্রমাণ করো যে, AD, $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক। ২

খ. প্রমাণ করো যে, AB + AC > 2AD. ৪

গ. প্রমাণ করো যে, $4AD^2 = 3AB^2$. ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ABC সমবাহু ত্রিভুজে AD মধ্যমা।

প্রমাণ করতে হবে যে, AD, $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক।

প্রমাণ : ΔACD এবং ΔABD এ,

CD = BD [$\because$ AD মধ্যমা]

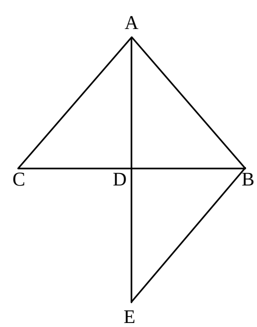
AD = AD [সাধারণ বাহু]

এবং $\angle ACD = \angle ABD$ [$\because$ ABC সমবাহু ত্রিভুজ তাই এর প্রতিটি কোণ সমান]

$\therefore \angle CAD = \angle BAD$

$\therefore$ AD, $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক। **(প্রমাণিত)**

খ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ। BC এর মধ্যবিন্দু D. দেখাতে হবে যে, AB + AC > 2AD.

অঙ্কন : A, D যোগ করি এবং AD কে E পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন, AD = DE হয়। B, E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔADC এবং ΔBDE এ

$AD = DE$ [অঙ্কনানুসারে]

$CD = BD$ [$\because$ D, BC এর মধ্যবিন্দু]

$\angle ADC = \angle BDE$ [$\because$ বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore$ $\Delta ADC \cong \Delta BDE$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

অতএব, $AC = BE$

ধাপ-২. এখন, ΔABE-এ

$AB + BE > AE$.

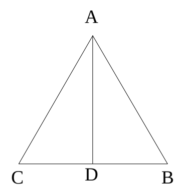
[ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর সমষ্টি তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $AB + AC > AD + DE$ [$\because$ BE = AC এবং AE = AD + DE]

বা, $AB + AC > AD + AD$ [$\because$ DE = AD]

$\therefore$ $AB + AC > 2AD$. **(দেখানো হলো)**

গ



বিশেষ নির্বচন : ΔABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ অর্থাৎ, AB = BC = CA এবং AD মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $4AD^2 = 3AB^2$।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔABC সমবাহু এবং AD মধ্যমা।

তাই AD মধ্যমা, ভূমি BC এর উপর লম্ব।

অর্থাৎ, $AD \perp BC$ এবং $CD = BD$

বা, $BC = 2CD = AB$

$\therefore CD = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} AB$

ধাপ-২. আবার, সমকোণী ΔABD-এ $\angle ADC = 90°$ এবং অতিভুজ = AB.

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2$

বা, $AD^2 = AB^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2$ [$\because BD = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} AB$]

বা, $AD^2 = AB^2 - \frac{AB^2}{4}$

বা, $4AD^2 = 4AB^2 - AB^2$

$\therefore 4AD^2 = 3AB^2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৫ একটি রেখাংশের দৈর্ঘ্য p = 11 সে.মি. এবং দুইটি কোণ $\angle x = 60°$ ও $\angle y = 45°$.

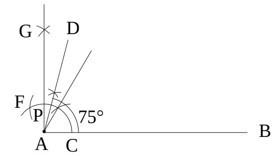
ক. পেন্সিল কম্পাস ব্যবহার করে 75° কোণ আঁক। ২

খ. কোনো ত্রিভুজের পরিসীমা p এর সমান এবং ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় $\angle x$ ও $\angle y$ হলে ত্রিভুজটি আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. কোনো বর্গের পরিসীমা p এর সমান হলে বর্গটি অঙ্কন করে এর অন্তর্বৃত্ত আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

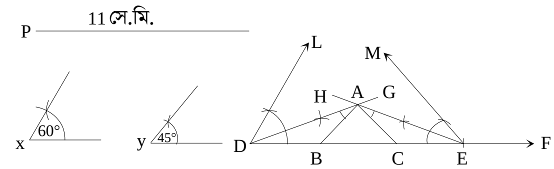
৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক নিম্নে পেন্সিল কম্পাস ব্যবহার করে 75° কোণ অঙ্কন করা হলো :



এখানে, $\angle BAD = 75°$.

খ



মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 60°$ ও $\angle y = 45°$ এবং পরিসীমা p = 11 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

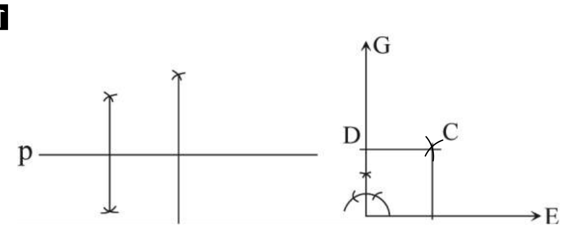
১. যেকোনো রশ্মি DF থেকে পরিসীমা p এর সমান করে DE কাটি।

২. DE এর D ও E বিন্দুতে যথাক্রমে $\frac{1}{2} \angle x = \angle EDG$ ও $\frac{1}{2} \angle y = \angle DEH$ আঁকি।

৩. DG ও EH পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে। এবার A বিন্দুতে $\angle EDA = \angle DAB$ এবং $\angle DEA = \angle EAC$ আঁকি। DE কে AB ও AC যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কিত হলো।

গ



মনে করি একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা p দেওয়া আছে। বর্গক্ষেত্রটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. পরিসীমা p কে প্রথমে সমান দুভাগে বিভক্ত করি।

২. অতঃপর পুনরায় তার অর্ধেক অংশকে সমান দুভাগে বিভক্ত করি। ফলে ক্ষুদ্রতম অংশ $\frac{p}{4}$ এর সমান হবে।

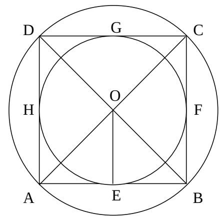
৩. যেকোনো রশ্মি AE হতে $AB = \frac{p}{4}$ কেটে নিই।

৪. AB রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle EAG = 90°$ আঁকি। AG হতে $AD = \frac{p}{4}$ নেই।

৫. B ও D বিন্দুকে কেন্দ্র করে $\frac{p}{4}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle EAG$ এর অভ্যন্তরে দুটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

৬. B, C এবং C, D যোগ করি।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট বর্গক্ষেত্র।



মনে করি, ABCD-ই নির্ণেয় বর্গ। এ বর্গের অন্তর্বৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

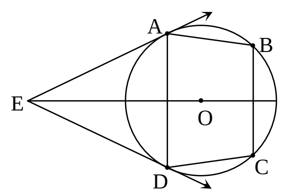
১. A, C এবং B, D যোগ করি। AC ও BD বর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

২. O হতে AB এর উপর OE লম্ব টানি।

৩. O কে কেন্দ্র করে OE এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

৪. AB, BC, CD ও DA বাহুকে যথাক্রমে E, F, G, H বিন্দুতে স্পর্শ করে। তাহলে EFGH বৃত্তই ABCD বর্গের উদ্দিষ্ট অন্তর্বৃত্ত।

প্রশ্ন ▸ ০৬



চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র।

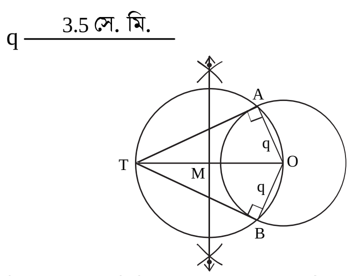
ক. কোনো বৃত্তের বহিঃস্থ একটি বিন্দু থেকে বৃত্তটিতে একটি স্পর্শক আঁক। (অঙ্কনের বিবরণ নিষ্প্রয়োজন) ২

খ. প্রমাণ করো যে, $\angle ABC + \angle ADC = 180°$ ৪

গ. প্রমাণ করো যে, OE সরলরেখা স্পর্শ জ্যা AD এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক। ৪

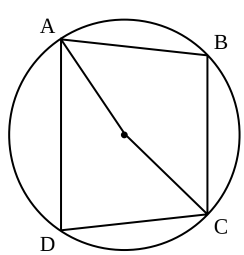
৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের T একটি বহিঃস্থ বিন্দু। T বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তে AT ও BT দুটি স্পর্শক।

খ



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত, $\angle ABC$ এবং $\angle ADC$ চতুর্ভুজটির দুটি বিপরীত কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC + \angle ADC$ = দুই সমকোণ

অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : একই চাপ ABC এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ADC$.

[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

$\therefore \angle AOC = 2\angle ADC$

আবার, একই চাপ ADC এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ $\angle AOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ABC$. [একই কারণে]

$\therefore$ প্রবৃদ্ধ $\angle AOC = 2\angle ABC$

ধাপ-২ : $\angle AOC$ + প্রবৃদ্ধ $\angle AOC = 2(\angle ABC + \angle ADC)$

[ধাপ (১) ও (২) থেকে]

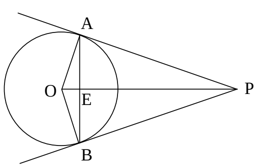
কিন্তু, $\angle AOC$ + প্রবৃদ্ধ $\angle AOC$ = চার সমকোণ

বা, $2\angle ADC + 2\angle ABC$ = চার সমকোণ

বা, $2(\angle ABC + \angle ADC)$ = চার সমকোণ

$\therefore \angle ABC + \angle ADC$ = দুই সমকোণ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ADC বৃত্তের কেন্দ্র O এবং E বহিঃস্থ বিন্দু। E হতে অঙ্কিত EA ও ED স্পর্শক বৃত্তকে A ও D বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। O, E এবং A, D যোগ করি। AD স্পর্শ জ্যা। OE, AD কে E বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, OE, AD এর লম্বদ্বিখণ্ডক।

অঙ্কন : O, A এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. $\angle EAO$ = এক সমকোণ। [যেহেতু OA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ]

এবং □EDO = এক সমকোণ [যেহেতু OD স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ]

ধাপ-২. সমকোণী ΔEAO ও সমকোণী ΔEDO এর মধ্যে

$EA = ED$

$OA = OD$ [∵ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \Delta EAO \cong \Delta EDO$

সুতরাং $\angle EOA = \angle EOD$

ধাপ-৩. আবার, ΔAOE এবং ΔDOE এর মধ্যে

$OA = OD$

$OE = OE$ [সাধারণ বাহু]

$\angle AOE = \angle DOE$

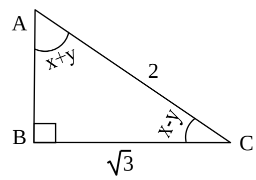
$\therefore \Delta AOE \cong \Delta DOE$

$\therefore AE = DE, \angle AEO = \angle DEO$ = এক সমকোণ

$\therefore OE \perp AD$, অর্থাৎ, $OE \perp AD$

অর্থাৎ OE, AD এর লম্বদ্বিখণ্ডক। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৭



চিত্রে ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ, যার $\angle B = 90°$.

ক. $\sin (90° - \theta) = \frac{5}{13}$ হলে $\sin \theta$ এর মান নির্ণয় করো। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ করো যে,
$\frac{\cos A}{1 - \tan A} + \frac{\sin A}{1 - \cot A} = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3})$. ৪

গ. দেখাও যে, $\sin x = \cos 3y$. ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\sin(90° - \theta) = \frac{5}{13}$

বা, $\cos\theta = \frac{5}{13}$

বা, $\cos^2\theta = \frac{25}{169}$ [বর্গ করে]

বা, $1 - \sin^2\theta = \frac{25}{169}$

বা, $\sin^2\theta = 1 - \frac{25}{169}$

বা, $\sin^2\theta = \frac{144}{169}$

$\therefore \sin\theta = \frac{12}{13}$ **(Ans.)**

খ চিত্র হতে, $\sin A = \frac{BC}{AC}$

বা, $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin A = \sin 60°$

$\therefore A = 60°$

বামপক্ষ $= \frac{\cos A}{1 - \tan A} + \frac{\sin A}{1 - \cot A}$

$= \frac{\cos 60°}{1 - \tan 60°} + \frac{\sin 60°}{1 - \cot 60°}$

$= \frac{\frac{1}{2}}{1 - \sqrt{3}} + \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{1 - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$

$= \frac{1}{2(1 - \sqrt{3})} - \frac{3}{2(1 - \sqrt{3})} = \frac{1 - 3}{2(1 - \sqrt{3})}$

$= \frac{-2}{2(1 - \sqrt{3})} = \frac{1}{\sqrt{3} - 1}$

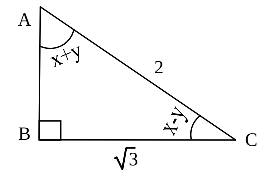
$= \frac{(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} = \frac{(\sqrt{3} + 1)}{3 - 1}$

$= \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3})$

= ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\cos A}{1 - \tan A} + \frac{\sin A}{1 - \cot A} = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3})$ **(প্রমাণিত)**

গ চিত্র হতে, $\sin A = \frac{BC}{AC}$



বা, $\sin A(x + y) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin(x + y) = \sin 60°$

$\therefore x + y = 60°$ ... ... (i)

আবার, $\cos C = \frac{BC}{AC}$

বা, $\cos(x - y) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\cos(x - y) = \cos 30°$

$\therefore x - y = 30°$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$2x = 90°$

বা, $x = \frac{90°}{2}$

$\therefore x = 45°$

(i) থেকে (ii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$2y = 30°$

বা, $y = \frac{30°}{2}$

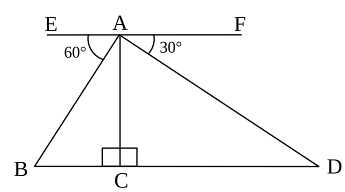
$\therefore y = 15°$

বামপক্ষ $= \sin x = \sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$

ডানপক্ষ $= \cos 3y = \cos (3 \times 15°) = \cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \sin x = \cos 3y$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▸ ০৮



চিত্রে EF || BD এবং AC = 16 মিটার।

ক. cosec $\angle ABC$ এর মান নির্ণয় করো। ২

খ. ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ৪

গ. ΔACD এর পরিসীমা নির্ণয় করো। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, EF || BD হওয়ায়,

$\angle EAB = \angle ABC$ [একান্তর কোণ]

বা, $\angle ABC = 60°$

$\therefore \text{cosec}\angle ABC = \text{cosec } 60° = \frac{2}{\sqrt{3}}$ **(Ans.)**

খ চিত্র হতে,

$\angle ABC = 60°$, AC = 16 মিটার এবং $\angle ACB$ = এক সমকোণ।

ΔABC-এ,

$\tan\angle ABC = \frac{AC}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{16}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{16}{BC}$

$\therefore BC = \frac{16}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BC \times AC$

$= \frac{1}{2} \times \frac{16}{\sqrt{3}} \times 16 = \frac{256}{2\sqrt{3}}$

$= 73.90$ বর্গমিটার **(Ans.)**

গ EF || BD হওয়ায়,

$\angle FAD = \angle ADC$ [একান্তর কোণ]

$\therefore \angle ADC = 30°$

ACD ত্রিভুজে AC = 16 মিটার এবং $\angle ACD$ = এক সমকোণ।

ΔACD-এ, $\sin\angle ADC = \frac{AC}{AD}$

বা, $\sin 30° = \frac{16}{AD}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{16}{AD}$

$\therefore AD = 32$

আবার, $\cos\angle ADC = \frac{CD}{AD}$

বা, $\cos 30° = \frac{CD}{32}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{CD}{32}$

বা, $CD = \frac{32\sqrt{3}}{2}$

$\therefore CD = 16\sqrt{3}$

$\therefore$ ΔACD এর পরিসীমা = AC + CD + AD

$= 16 + 16\sqrt{3} + 32$

$= 48 + 16\sqrt{3}$

$= 75.71$ মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৯ একটি আয়ত ও একটি রম্বসের পরিসীমা পরস্পর সমান। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য প্রস্থের দেড়গুণ এবং পরিসীমা 180 সে.মি.।

ক. আয়তক্ষেত্রটির ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ২

খ. রম্বসের বৃহত্তম কর্ণটি 72 সে.মি. হলে এর অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

গ. কোনো সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির $\frac{3}{4}$ অংশ এবং পরিসীমা আয়তটির পরিসীমার অর্ধেক হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, আয়তক্ষেত্রের ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য অর্থাৎ প্রস্থ x সেমি

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য $= x \times 1\frac{1}{2} = \frac{3x}{2}$ সেমি

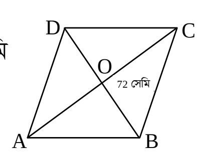
প্রশ্নমতে, $2\left(\frac{3x}{2} + x\right) = 180$

বা, $3x + 2x = 180$ বা, $5x = 180$

বা, $x = \frac{180}{5}$ $\therefore x = 36$

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য 36 সেমি। **(Ans.)**

খ মনে করি, ABCD একটি রম্বস এবং AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।



অর্থাৎ, রম্বসের একটি কর্ণ, AC = 72 সেমি

এবং রম্বসের পরিসীমা = 180 সেমি

$\therefore$ এক বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{180}{4} = 45$ সেমি

যেহেতু রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।

সুতরাং, $OA = \frac{72}{2} = 36$ সেমি

এখন AOD সমকোণী ত্রিভুজে,

OA = 36 সেমি, AD = 45 সেমি

এখন, $AD^2 = Op^8 + OD^2$ [AD অতিভুজ]

বা, $OD^2 = AD^2 - Op^8$

বা, $OD^2 = 45^2 - 36^2 = 2025 - 1296 = 729$

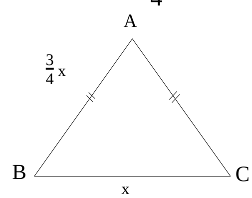
$\therefore OD = 27$

$\therefore$ কর্ণ, $BD = 2 \times OD = 2 \times 27 = 54$ সেমি

$\therefore$ রম্বসের অপর কর্ণ 54 সেমি **(Ans.)**

গ মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং এর ভূমি x সেমি।

$\therefore$ অপর দুই বাহু $AB = AC = \frac{3x}{4}$ সেমি।



প্রশ্নমতে, $x + \frac{3x}{4} + \frac{3x}{4} = \frac{180}{2}$

বা, $x + \frac{3x}{4} + \frac{3x}{4} = 90$

বা, $4x + 3x + 3x = 360$ [4 দ্বারা গুণ করে]

বা, $10x = 360$

বা, $x = \frac{360}{10}$

$\therefore x = 36$

অতএব, BC = 36 সেমি

$\therefore AB = AC = \frac{3 \times 36}{4} = 27$ সেমি

ধরি, a = 27 সেমি, b = 36 সেমি

Δ-ক্ষেত্র ABC-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$

$= \frac{36}{4}\sqrt{4 \times (27)^2 - (36)^2}$

$= 9\sqrt{2916 - 1296}$

$= 9 \times 18\sqrt{5}$

$= 162\sqrt{5}$ বর্গমিটার

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $162\sqrt{5}$ বর্গমিটার। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ ১০ম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজিতে) গণসংখ্যা নিবেশন হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	45–50	51–56	57–62	63–68	69–74
গণসংখ্যা	6	9	21	16	8

ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় করো। ২

খ. প্রদত্ত উপাত্তের গাণিতিক গড় নির্ণয় করো। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন করো। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 21 আছে (57 – 62) শ্রেণিতে। অর্থাৎ, প্রচুরক শ্রেণি (57 – 62)।

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{57 + 62}{2} = \frac{119}{2} = 59.5$ **(Ans.)**

খ প্রদত্ত উপাত্ত হতে গাণিতিক গড় নির্ণয়ের সারণি :

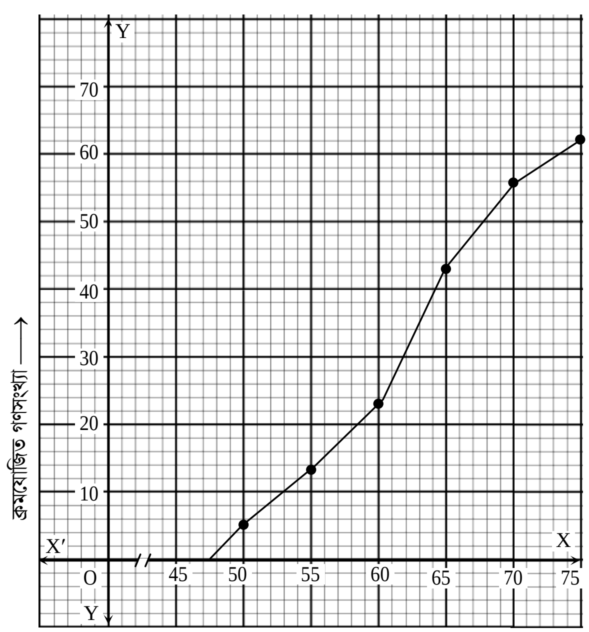
শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	(f_ix_i)
45 – 50	47.5	6	285
51 – 56	53.5	9	481.5
57 – 62	59.5	21	1249.5
63 – 68	65.5	16	1048
69 – 74	71.5	8	572
	মোট	n = 60	3636

$\therefore$ নির্ণেয় গাণিতিক গড় $= \frac{1}{n}\Sigma f_ix_i = \frac{1}{60} \times 3636 = 60.6$ **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45 – 50	6	6
51– 56	9	15
57 – 62	21	36
63 – 68	16	52
69 – 74	8	60

ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে শ্রেণিব্যাপ্তির উচ্চসীমা এবং y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের এক ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের ক্রমযোজিত গণসংখ্যার অজিভ রেখা আঁকা হলো–



প্রশ্ন ▸ ১১ কয়েকজন শিক্ষার্থীর উচ্চতার (সে.মি.) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

উচ্চতা (সেমি.)	140-149	150-159	150-169	170-179	180-189
গণসংখ্যা	7	15	48	12	8

ক. অবিন্যস্ত উপাত্তের সর্বোচ্চ মান 95 এবং পরিসর 64 হলে সর্বনিম্ন মানটি নির্ণয় করো। ২

খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় করো। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করো। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, পরিসর = (সর্বোচ্চ মান – সর্বনিম্ন মান) + 1

বা, 64 = (95 – সর্বনিম্ন মান) +1

বা, 64 – 1 = 95 – সর্বনিম্ন মান

বা, 63 = 95 – সর্বনিম্ন মান

বা, সর্বনিম্ন মান = 95 – 63

$\therefore$ সর্বনিম্ন মান = 32 **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
140 – 149	7	7
150 – 159	15	22
160 – 169	48	70
170 – 179	12	82
180 – 189	8	90
	n = 90	

এখানে, $n = 90; \frac{n}{2} = \frac{90}{2} = 45$

অর্থাৎ, মধ্যক 45 তম পদ যা (160 – 169) শ্রেণিতে অবস্থিত।

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 160 + \left(\frac{90}{2} - 22\right) \times \frac{10}{48}$

$= 160 + \frac{230}{48}$

$= 160 + 4.79$

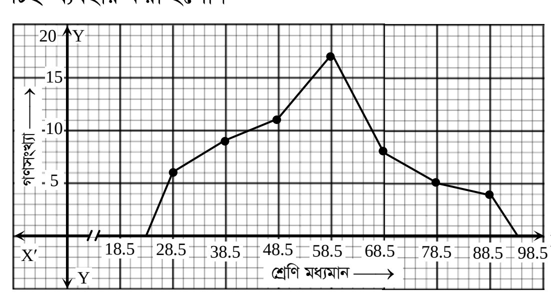
$= 164.79$ **(Ans.)**

এখানে,
$L = 160$
$n = 90$
$F_c = 22$
$h = 10$
$f_m = 48$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
140 – 149	144.5	7
150 – 159	154.5	15
160 – 169	164.5	48
170 – 179	174.5	12
180 – 189	184.5	8

এখন, ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শিক্ষার্থী সংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 144.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হলো।



কুমিল্লা বোর্ড-২০২৪

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা) — বিষয় কোড : 1 0 9

সময় : ৩০ মিনিট [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৩০

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১। $\cot(\theta - 30°) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে $\sin\theta$ = কত?
(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) 0 (গ) 1 (ঘ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

২। সূর্যের উন্নতি কোণ 60° হলে, $6\sqrt{3}$ মি. দৈর্ঘ্যের একটি খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য কত হবে?
(ক) 9m (খ) 6m (গ) $3\sqrt{3}$m (ঘ) $2\sqrt{3}$m

৩। a, b, c, d ক্রমিক সমানুপাতিক হলে–
i. $c^2 = bd$ ii. a : b : : c : d iii. ad = bc
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৪। 2a – b = 8 এবং a – 2b = 4 হলে, a + b = কত?
(ক) 0 (খ) 4 (গ) 8 (ঘ) 12

৫। 6 + 12 + 24 + 48 + ... + 384 ধারাটির পদসংখ্যা কত?
(ক) 64 (খ) 32 (গ) 7 (ঘ) 6

৬। $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{7}, \frac{1}{15}$, ... অনুক্রমের সাধারণ পদ কোনটি?
(ক) $\frac{1}{2^n - 1}$ (খ) $\frac{1}{2^n + 1}$ (গ) $\frac{1}{2^n}$ (ঘ) $\frac{1}{n}$

৭। বিষমবাহু ত্রিভুজের মোট কয়টি প্রতিসাম্য রেখা আছে?
(ক) শূন্যটি (খ) একটি (গ) তিনটি (ঘ) অসংখ্য

৮। একটি বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য $6\sqrt{2}$ মিটার হলে, এর ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?
(ক) 36 (খ) 24 (গ) 18 (ঘ) 6

৯। একটি বৃত্তের ব্যাস 26 সে.মি. হলে এর পরিধি কত?
(ক) 530.9 সে.মি. (খ) 81.68 সে.মি.
(গ) 40.84 সে.মি. (ঘ) 13 সে.মি.

১০। একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সেমি?
(ক) $3\sqrt{3}$ (খ) $4\sqrt{3}$ (গ) $9\sqrt{3}$ (ঘ) $18\sqrt{3}$

১১। নিচের কোনটি অবিচ্ছিন্ন চলক?
(ক) জনসংখ্যা (খ) শিক্ষার্থী সংখ্যা (গ) বয়স (ঘ) জন্মসাল

□ **উদ্দীপকের আলোকে ১২ ও ১৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

শ্রেণিব্যাপ্তি	21–30	31–40	41–50	51–60	61–70
গণসংখ্যা	8	15	12	8	7

১২। মধ্যক শ্রেণির উচ্চসীমা কত?
(ক) 50 (খ) 41 (গ) 40 (ঘ) 31

১৩। প্রদত্ত উপাত্তের প্রচুরক কত?
(ক) 38 (খ) 37.3 (গ) 34 (ঘ) 24

১৪। দুইটি সংখ্যার অনুপাত 7 : 5 এবং এদের গ.সা.গু. 4 হলে সংখ্যা দুইটির অন্তরফল কত?
(ক) 4 (খ) 8 (গ) 10 (ঘ) 14

১৫। সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুকে উভয়দিকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণদ্বয়ের যোগফল কত?
(ক) 0° (খ) 120° (গ) 180° (ঘ) 240°

১৬। নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা?
(ক) $0.\dot{2}$ (খ) $\sqrt{\frac{9}{16}}$ (গ) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ (ঘ) $\frac{5}{\sqrt{3}}$

১৭। নিচের কোনটি {x ∈ N : 5 < x < 7 এবং x মৌলিক সংখ্যা} সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে?
(ক) ∅ (খ) {0} (গ) {∅} (ঘ) {5, 7}

১৮। একটি সামান্তরিক আঁকতে কতটি নিরপেক্ষ উপাত্তের প্রয়োজন?
(ক) 2 (খ) 3 (গ) 4 (ঘ) 5

১৯। $f(x) = x^2 - 5x + 6$ এবং $f(x) = 0$ হলে, x = কত?
(ক) 2, 3 (খ) – 5, 1 (গ) – 2, 3 (ঘ) 1, – 5

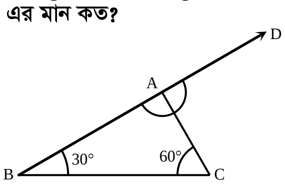
২০। $x^2 + y^2 = 9$ এবং xy = 3 হলে–
i. $(x - y)^2 = 3$ ii. $(x + y)^2 = 15$
iii. $x^2 + y^2 + x^2y^2 = 18$
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২১। কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 13 সেমি এবং ভূমি 12 সেমি হলে, এর ক্ষেত্রফল কত বর্গসেমি?
(ক) 156 (খ) 78 (গ) 60 (ঘ) 30

২২। 0.0305 এর সাধারণ লগের পূর্ণক কত?
(ক) 3 (খ) 1 (গ) $\bar{2}$ (ঘ) $\bar{3}$

২৩। log 625 – 2 log5 = কত?
(ক) log 600 (খ) log 125 (গ) log 25 (ঘ) log 5

২৪। চিত্রে, ∠CAD এর মান কত?



(ক) 30°
(খ) 60°
(গ) 90°
(ঘ) 100°

২৫। রম্বসের–
i. সন্নিহিত বাহুগুলো পরস্পর সমান
ii. সন্নিহিত কোণগুলো পরস্পর সম্পূরক
iii. কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

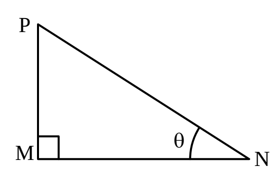
২৬। O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OA একটি ব্যাসার্ধ। A বিন্দুতে কয়টি স্পর্শক অঙ্কন করা যায়?
(ক) 4 (খ) 3 (গ) 2 (ঘ) 1

২৭। 5 সেমি ও 3 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?
(ক) 15 সেমি (খ) 8 সেমি (গ) 2 সেমি (ঘ) 1.66 সেমি

২৮। কোনো বৃত্তের উপচাপের উপর দণ্ডায়মান কোণ–
(ক) সূক্ষ্মকোণ (খ) সমকোণ (গ) পূরককোণ (ঘ) স্থূলকোণ

□ **উদ্দীপকের আলোকে ২৯ ও ৩০নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$



২৯। PN এর মান নিচের কোনটি?
(ক) $\sqrt{2}$ (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4

৩০। cosecθ এর মান নিচের কোনটি?
(ক) $\frac{1}{4}$ (খ) $\frac{1}{2}$ (গ) $\sqrt{3}$ (ঘ) 2

■ **খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।**

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

কুমিল্লা বোর্ড-২০২৪

গণিত (সৃজনশীল) **বিষয় কোড :** | 1 | 0 | 9 |

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] **পূর্ণমান : ৭০**

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ–বীজগণিত

১। (i) $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $x - y + 2 = 0\}$
যেখানে $A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$
(ii) $f(x) = \frac{1 + x^3 + x^6}{x^3}$
ক. A সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
খ. R অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে ডোম R নির্ণয় কর। ৪
গ. দেখাও যে, $f(x^2) = f(x^{-2})$ ৪

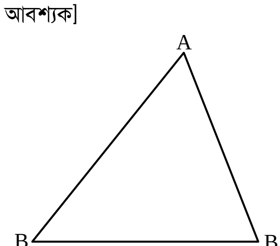
২। $p^2 - 2\sqrt{56} - 15 = 0$, $(x + y)^2 = \sqrt[3]{27}$ এবং $(x - y)^2 = \sqrt[3]{8}$
ক. p^{-2}-এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. $p^3 + p^{-3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $5(x^3y + xy^3) = \frac{25}{8}$। ৪

৩। (i) $\frac{6}{x} = p^{-1} + q^{-1}$
(ii) $6 + b + c + 162 + d$ একটি গুণোত্তর ধারা।
ক. $8 + 11 + 14 + 17 + \ldots \ldots$ ধারার m-তম পদ নির্ণয় কর। ২
খ. (iii)নং হতে b এবং d এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. (i)নং হতে প্রমাণ কর যে, $\frac{x + 3p}{x - 3p} + \frac{x + 3q}{x - 3q} = 2$, যেখানে $p \neq q$. ৪

খ বিভাগ–জ্যামিতি

৪। কোনো ত্রিভুজের ভূমি $a = 4$ সে.মি. ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 60°$ এবং অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি $s = 7$ সে.মি.।
ক. $\frac{s}{2}$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের যেকোনো বিন্দুতে একটি স্পর্শক অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক] ২
খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪
গ. একটি একটি রম্বস অঙ্কন কর যার পরিসীমা প্রদত্ত ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান এবং একটি কোণ $\angle x$ এর সমান। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

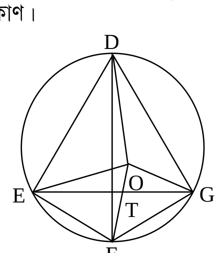
৫।



চিত্রে $AB > AC$

ক. কোনো বৃত্তের ক্ষেত্রফল 100 বর্গ সে.মি. হলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ২
খ. M ও N যথাক্রমে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $MN \parallel BC$. ৪
গ. $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক BC বাহুকে P বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle APC$ সূক্ষ্মকোণ। ৪

৬।



চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র

ক. দুইটি বৃত্তের ব্যাস যথাক্রমে 8 সেমি. এবং 6 সেমি.। বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে বিহঃস্পর্শ করলে কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\angle EDG + \angle EFG =$ দুই সমকোণ। ৪
গ. DF এবং EG কর্ণদ্বয় পরস্পর T বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle DOE + \angle FOG = 2\angle DTE$। ৪

গ বিভাগ–ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭। $\cot\theta + \cos\theta = m$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = n$
ক. $\theta = 60°$ হলে $3\sin\theta - 4\sin^3\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. $\frac{m}{n} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ হলে $\tan\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $(m^2 - n^2)^2 = 16\,mn$ ৪

৮। (i) 60 মিটার লম্বা একটি গাছ ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণভাবে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30° থেকে 45° হয়।
(ii) কোনো স্থান থেকে একটি মিনারের দিকে 40 মিটার এগিয়ে আসলে মিনারের শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° থেকে 45° হয়।
ক. $\sin(90° - \theta) = \frac{3}{5}$ হলে $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. ভাজ্ঞা অংশ গোড়া থেকে কত দূরে ভূমি স্পর্শ করবে নির্ণয় কর। ৪
গ. মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

৯। (i) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 1 মিটার হ্রাস পেলে ক্ষেত্রফল $\sqrt{3}$ বর্গমিটার হ্রাস পায়।
(ii) একটি রম্বসের ক্ষেত্রফল 1944 বর্গ সেমি. এবং বৃহত্তম কর্ণ 72 সেমি.।
ক. একটি বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 60° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তের ব্যাস 110 সেমি. হলে বৃত্তচাপটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২
খ. সমবাহু ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪
গ. রম্বসটির পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

ঘ বিভাগ–পরিসংখ্যান

১০। ১০ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
গণসংখ্যা	6	10	18	8	5	3

ক. কোনো উপাত্তের পরিসর 55 এবং সর্বনিম্ন মান 43 হলে সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর। ২
খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. বর্ণনাসহ অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১১। কোনো শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	40–44	45–49	50–54	55–59	60–64	65–69
গণসংখ্যা	6	10	12	20	8	4

ক. প্রচুরক শ্রেণি উল্লেখপূর্বক তার মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
খ. উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	গ	২	ঘ	৩	খ	৪	ঘ	৫	গ	৬	ক	৭	ক	৮	ক	৯	ঘ	১০	গ	১১	গ	১২	ক	১৩	ক	১৪	ঘ	১৫	খ
	১৬	খ	১৭	ক	১৮	ঘ	১৯	ক	২০	খ	২১	খ	২২	গ	২৩	গ	২৪	গ	২৫	খ	২৬	খ	২৭	ঘ	২৮	ক	২৯	ঘ	৩০	খ

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▶ ০১ (i) $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $x - y + 2 = 0\}$
যেখানে $A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$

(ii) $f(x) = \dfrac{1 + x^3 + x^6}{x^3}$

ক. A সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. R অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে ডোম R নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $f(x^2) = f(x^{-2})$ ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \{-3 -2, -1, 0, 1\}$
এখানে, A সেটের প্রত্যেকটি উপাদান পূর্ণসংখ্যা এবং -3 এর ছোট নয় ও 1 এর বড় নয়।

$\therefore$ $A = \{x \in z : -3 \le x \le 1\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,
$R = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $x - y + 2 = 0\}$
যেখানে $Q = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$
R এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,
$x - y + 2 = 0$
বা, $y = x + 2$
প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = x + 2$ নির্ণয় করি,

x	– 3	– 2	– 1	0	1
y	– 1	0	1	2	3

এখানে, $2, 3 \notin A$

$\therefore$ $(0, 2), (1, 3) \notin R$

$\therefore$ $S = \{(-3, -1), (-2, 0), (-1, 1)\}$

$\therefore$ ডোম $R = \{-3, -2, -1\}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

$$f(x) = \frac{1 + x^3 + x^6}{x^3}$$

বামপক্ষ $= f(x^2)$

$$= \frac{1 + (x^2)^3 + (x^2)^6}{(x^2)^3}$$

$$= \frac{1 + x^6 + x^{12}}{x^6}$$

ডানপক্ষ $f(x^{-2}) = \dfrac{1 + (x^{-2})^3 + (x^{-2})^6}{(x^{-2})^3}$

$$= \frac{1 + x^{-6} + x^{-12}}{x^{-6}}$$

$$= \frac{1 + \frac{1}{x^6} + \frac{1}{x^{12}}}{\frac{1}{x^6}}$$

$$= \frac{\frac{x^{12} + x^6 + 1}{x^{12}}}{\frac{1}{x^6}}$$

$$= \frac{1 + x^6 + x^{12}}{x^{12}} \times \frac{x^6}{1}$$

$$= \frac{1 + x^6 + x^{12}}{x^6}$$

= ডানপক্ষ

$\therefore$ $f(x^2) = f(x^{-2})$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ০২ $p^2 - 2\sqrt{56} - 15 = 0$, $(x + y)^2 = \sqrt[3]{27}$ এবং $(x - y)^2 = \sqrt[3]{8}$

ক. p^{-2}-এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $p^3 + p^{-3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $5(x^3y + xy^3) = \dfrac{25}{8}$। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $p^2 - 2\sqrt{56} - 15 = 0$

বা, $p^2 = 15 + 2\sqrt{56}$

বা, $\dfrac{1}{p^2} = \dfrac{1}{15 + 2\sqrt{56}}$

বা, $\dfrac{1}{p^2} = \dfrac{15 - 2\sqrt{56}}{(15 + 2\sqrt{56})(15 - 2\sqrt{56})}$

বা, $\dfrac{1}{p^2} = \dfrac{15 - 2\sqrt{56}}{(15)^2 - (2\sqrt{56^2})}$

বা, $\dfrac{1}{p^2} = \dfrac{15 - 2\sqrt{56}}{225 - 224}$

$\therefore$ $p^{-2} = 15 - 2\sqrt{56}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $p^2 - 2\sqrt{56} - 15 = 0$

বা, $p^2 = 15 + 2\sqrt{56}$

বা, $p^2 = (\sqrt{8})^2 + 2.\sqrt{8}.\sqrt{7} + (\sqrt{7})^2$

বা, $p^2 = (\sqrt{8} + \sqrt{7})^2$

$\therefore$ $p = \sqrt{8} + \sqrt{7}$ [বর্গমূল করে]

$\therefore$ $\dfrac{1}{p} = \dfrac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{7}}$

$$= \frac{\sqrt{8} - \sqrt{7}}{(\sqrt{8} + \sqrt{7})(\sqrt{8} - \sqrt{7})}$$

$$= \frac{\sqrt{8} - \sqrt{7}}{(\sqrt{8})^2 - (\sqrt{7})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{8} - \sqrt{7}}{8 - 7}$$

$$= \sqrt{8} - \sqrt{7}$$

$\therefore p + \frac{1}{p} = \sqrt{8} + \sqrt{7} + \sqrt{8} - \sqrt{7}$

$= 2\sqrt{8}$

প্রদত্ত রাশি $= p^3 + p^{-3}$

$= p^3 + \left(\frac{1}{p}\right)^3$

$= \left(p + \frac{1}{p}\right)^3 - 3.\ p.\ \frac{1}{p}\left(p + \frac{1}{p}\right)$

$= (2\sqrt{8})^3 - 3 \times 2\sqrt{8}$

$= 64\sqrt{8} - 6\sqrt{8}$

$= 58\sqrt{8}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান : $58\sqrt{8}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $(x + y)^2 = \sqrt[3]{27}$

বা, $(x + y)^2 = (3^3)^{\frac{1}{3}}$

বা, $(x + y)^2 = 3$

$\therefore x + y = \sqrt{3}$

এবং $(x - y)^2 = \sqrt[3]{8}$

বা, $(x - y)^2 = (2^3)^{\frac{1}{3}}$

বা, $(x - y)^2 = 2$

$\therefore x - y = \sqrt{2}$

এখন, $xy = \left(\frac{x + y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x - y}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$= \frac{3}{4} - \frac{2}{4}$

$= \frac{3 - 2}{4} = \frac{1}{4}$

এবং $x^2 + y^2 = \frac{(x + y)^2 + (x - y)^2}{2}$

$= \frac{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2}{2}$

$= \frac{3 + 2}{2} = \frac{5}{2}$

বামপক্ষ $= 5(x^3y + xy^3)$

$= 5xy(x^2 + y^2)$

$= 5 \times \frac{1}{4} \times \frac{5}{2}$

$= \frac{25}{8}$ = ডানপক্ষ

$\therefore 5(x^3y + xy^3) = \frac{25}{8}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৩ (*i*) $\frac{6}{x} = p^{-1} + q^{-1}$

(*ii*) $6 + b + c + 162 + d$ একটি গুণোত্তর ধারা।

ক. 8 + 11 + 14 + 17 + ... ধারার m-তম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. (*iii*)নং হতে b এবং d এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. (*i*)নং হতে প্রমাণ কর যে, $\frac{x+3p}{x-3p} + \frac{x+3q}{x-3q} = 2$, যেখানে $p \neq q$. ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ, a = 8

এবং সাধারণ অন্তর, d = 11 – 8 = 3

$\therefore$ ধারাটির m তম পদ $= a + (m - 1)d$

$= 8 + (m - 1)3$

$= 8 + 3m - 3$

$= 3m + 5$ **(Ans.)**

খ মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ, a = 6

সাধারণ অনুপাত = r

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ ধারাটির দ্বিতীয় পদ, $b = ar^{2-1} = 6r$ ....(i)

তৃতীয় পদ, $c = ar^{3-1} = 6r^2$ ....(ii)

চতুর্থ পদ $= ar^{4-1} = 6r^3$ ....(iii)

এবং পঞ্চম পদ, $d = ar^{5-1} = 6r^4$ ....(iv)

প্রশ্নমতে, $6r^3 = 162$

বা, $r^3 = \frac{162}{6}$

বা, $r^3 = 27$

বা, $r^3 = (3)^3$

$\therefore r = 3$

r = 3 হলে (i), (ii) ও (iv) নং সমীকরণ হতে পাই,

$b = 6 \times 3 = 18$

$c = 6 \times 3^2 = 6 \times 9 = 54$

$d = 6 \times 3^4 = 6 \times 81 = 486$

$\therefore$ নির্ণেয় মান b = 18 এবং d = 486 **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $\frac{6}{x} = p^{-1} + q^{-1}$

বা, $\frac{6}{x} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$

বা, $\frac{6}{x} = \frac{q + p}{pq}$

বা, $\frac{x}{6} = \frac{pq}{p + q}$

বা, $x = \frac{6pq}{p + q}$

বা, $\frac{x}{3p} = \frac{2q}{p + q}$ [3p দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{x + 3p}{x - 3p} = \frac{2q + p + q}{2q - p - q}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{x + 3p}{x - 3p} = \frac{p + 3q}{q - p}$ ... ... (i)

আবার, $x = \frac{6pq}{p + q}$

বা, $\frac{x}{3q} = \frac{2p}{p + q}$ [3q দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{x + 3q}{x - 3q} = \frac{2p + p + q}{2p - p - q}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{x + 3q}{x - 3q} = \frac{3p + q}{p - q}$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করি,

$\frac{x + 3p}{x - 3p} + \frac{x + 3q}{x - 3q} = \frac{p + 3q}{q - p} + \frac{3p + q}{p - q}$

$= \frac{p + 3q}{q - p} - \frac{3p + q}{q - p}$

$= \frac{p + 3q - 3p - q}{q - p}$

$= \frac{2(q - p)}{(q - p)}$

= 2 **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৪ কোনো ত্রিভুজের ভূমি $a = 4$ সে.মি. ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 60°$ এবং অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি $s = 7$ সে.মি.।

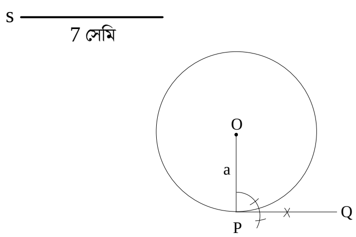
ক. $\frac{s}{2}$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের যেকোনো বিন্দুতে একটি স্পর্শক অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক] ২

খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. একটি একটি রম্বস অঙ্কন কর যার পরিসীমা প্রদত্ত ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান এবং একটি কোণ $\angle x$ এর সমান। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

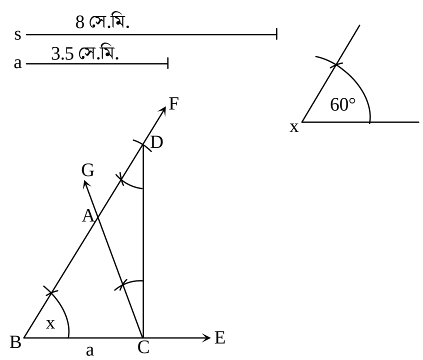
৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, PQ উদ্দিষ্ট স্পর্শক।

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি $a = 4$ সে.মি., ভূমিসংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 60°$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি $s = 7$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যেকোনো একটি রশ্মি BE থেকে ভূমি a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle CBF$ আঁকি।

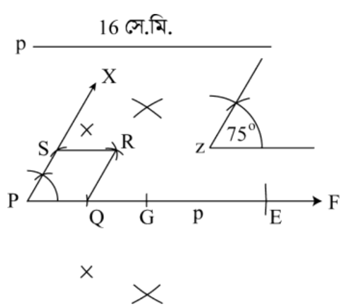
২. BF রশ্মি থেকে s এর সমান করে BD অংশ কাটি।

৩. C, D যোগ করি। C বিন্দুতে CD রেখাংশের যে পাশে B বিন্দু আছে সেই পাশে $\angle BDC$ এর সমান $\angle DCG$ আঁকি।

৪. CG রশ্মি BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



মনে করি, একটি রম্বসের পরিসীমা $p = 4 + 7 = 16$ সেমি এবং একটি কোণ $\angle x = 60°$ দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

১. যেকোনো রশ্মি PF থেকে p-এর সমান PE কেটে নিই।

২. PE-কে G বিন্দুতে দ্বিখণ্ডিত করি যেন $PG = \frac{1}{2}p$। আবার PG-কে Q বিন্দুতে দ্বিখণ্ডিত করি যেন $PQ = \frac{1}{4}p$ হয়।

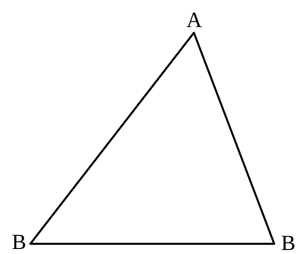
৩. PQ-এর P বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle QPX$ আঁকি।

৪. PX রশ্মি থেকে $\frac{1}{4}$ p-এর সমান PS নিই। Q ও S-কে কেন্দ্র করে $\frac{1}{4}$ p-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle QPS$-এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। ধরি তারা পরস্পরকে R বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. Q, R ও S, R যোগ করি।

তাহলে, PQRS-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

প্রশ্ন ▸ ০৫



চিত্রে $AB > AC$

ক. কোনো বৃত্তের ক্ষেত্রফল 100 বর্গ সে.মি. হলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ২

খ. M ও N যথাক্রমে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $MN \parallel BC$. ৪

গ. $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক BC বাহুকে P বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle APC$ সূক্ষ্মকোণ। ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

প্রশ্নমতে, $\pi r^2 = 100$

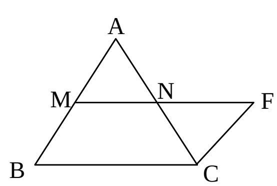
বা, $r^2 = \frac{100}{\pi}$

বা, $r = \sqrt{\frac{100}{3.1416}}$

$\therefore r = 5.642$

$\therefore$ নির্ণেয় ব্যাসার্ধ 5.642 সেমি **(Ans.)**

খ



মনে করি, ABC ত্রিভুজে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N। প্রমাণ করতে হবে যে, $MN \parallel BC$.

অঙ্কন :

M, N যোগ করি। MN কে F পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন NF = MN হয়। C, F যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔAMN ও ΔCNF এর মধ্যে

$AN = NC$ [AC এর মধ্যবিন্দু N]

$MN = NF$ [অঙ্কনানুসারে]

$\angle ANM = \angle CNF$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\Delta AMN \cong \Delta CNF$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore \angle AMN = \angle NFC$

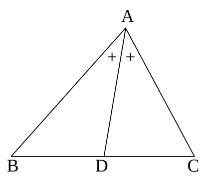
এবং $\angle MAN = \angle NCF$ [একান্তর কোণ]

সুতরাং, $MF \parallel BC$ বা $MN \parallel BC$

$\therefore MN \parallel BC$ **(প্রমাণিত)**

গ

বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABC একটি ত্রিভুজ। এর $AB > AC$. $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AP, BC বাহুকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle APC$ সূক্ষ্মকোণ।



প্রমাণ :

ধাপ-১. $\angle BAP = \angle CAP$. [$\because$ AP রেখা $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক]

ধাপ-২. আবার ΔABC-এ

$AB > AC$ [অঙ্কনানুসারে]

$\therefore \angle ACB > \angle ABC.$

বা, $\angle ACP > \angle ABP$

ধাপ-৩. ΔABP এ

$\angle ABP + \angle APB + \angle BAP = 180°$

[$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = 180°]

ধাপ-৪. ΔAPC এ, $\angle ACP + \angle APC + \angle CAP = 180°$

$\therefore \angle ABP + \angle APB + \angle BAP = \angle ACP + \angle APC + \angle CAP$

বা, $\angle ABP + \angle APB = \angle ACP + \angle APC$ [$\because \angle CAP = \angle BAP$]

ধাপ-৫. যেহেতু $\angle ACP > \angle ABP$

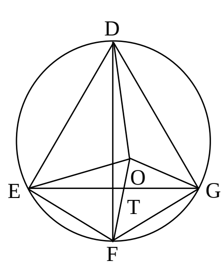
$\therefore \angle APB > \angle APC$

কিন্তু $\angle APB + \angle APC$ = দুই সমকোণ

$\therefore \angle APB >$ এক সমকোণ

$\therefore \angle APC$ সূক্ষ্মকোণ। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৬



চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র

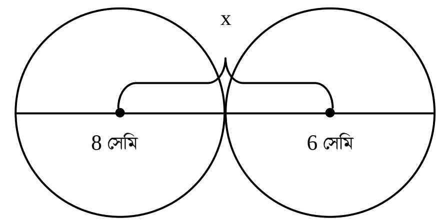
ক. দুইটি বৃত্তের ব্যাস যথাক্রমে 8 সেমি. এবং 6 সেমি.। বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে বিহঃস্পর্শ করলে কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle EDG + \angle EFG$ = দুই সমকোণ। ৪

গ. DF এবং EG কর্ণদ্বয় পরস্পর T বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle DOE + \angle FOG = 2\angle DTE$। ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



প্রথম বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r_1 = \frac{8}{2} = 4$ সেমি

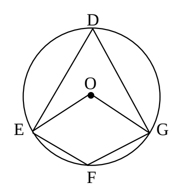
দ্বিতীয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r_2 = \frac{6}{2} = 3$ সেমি

$\therefore$ কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $x = r_1 + r_2$

$= (4 + 3)$ সেমি

$= 7$ সেমি **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে DEFG চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle EDG + \angle EFG$ = দুই সমকোণ।

প্রমাণ :

ধাপ-১. একই চাপ EDG এর উপর দণ্ডায়মান

বৃত্তস্থ কোণ $\angle EFG = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle EOG$)

[$\because$ বৃত্তের যেকোনো চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

ধাপ-২. আবার, একই চাপ EFG এর উপর দণ্ডায়মান

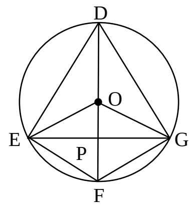
বৃত্তস্থ কোণ $\angle EDG = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle EOG$)

ধাপ-৩. $\angle EFG + \angle EDG = \frac{1}{2}$ কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle EOG$ $+ \frac{1}{2}$ কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle EMG$

বা, $\angle EDG + \angle EFG = \frac{1}{2} \times 360° = 180°$

$\therefore \angle EDG + \angle EFG$ = দুই সমকোণ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তে DEFG একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। এর DF ও EG কর্ণদ্বয় পরস্পরকে T বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle DOE + \angle FOG = 2\angle DTE$.

প্রমাণ :

ধাপ-১. DE চাপের উপর অবস্থিত $\angle DOE = 2\ \angle DGE$

[বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ-২. FG চাপের উপর অবস্থিত

$\angle FOG = 2\ \angle FDG$ [একই কারণে]

ধাপ-৩. $\angle DOE + \angle FOG$

$= 2(\angle DGE + \angle FDG)$ [ধাপ (১) ও (২) হতে]

$= 2(\angle DGT + \angle GDT)$

ধাপ-৪. ΔGDT এর বহিঃস্থ $\angle DTE$ = অন্তঃস্থ $(\angle DGT + \angle GDT)$ [ধাপ (৩) হতে]

$\therefore \angle DOE + \angle FOG = 2\angle DTE$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৭ $\cot\theta + \cos\theta = m$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = n$

ক. $\theta = 60°$ হলে $3\sin\theta - 4\sin^3\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\dfrac{m}{n} = \dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ হলে $\tan\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $(m^2 - n^2)^2 = 16\,mn$ ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক $3\sin\theta - 4\sin^3\theta$

$= 3\sin60° - 4\sin^3 60°$ [$\because \theta = 60°$]

$= 3 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} - 4 \times \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$

$= \dfrac{3\sqrt{3}}{2} - \dfrac{12\sqrt{3}}{8}$

$= \dfrac{3\sqrt{3}}{2} - \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

$= 0$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $\dfrac{m}{n} = \dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

বা, $\dfrac{\cot\theta + \cos\theta}{\cot\theta - \cos\theta} = \dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ [উদ্দীপক হতে মান বসিয়ে]

বা, $\dfrac{\cot\theta + \cos\theta + \cot\theta - \cos\theta}{\cot\theta + \cos\theta - \cot\theta + \cos\theta} = \dfrac{2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\dfrac{2\cot\theta}{2\cos\theta} = \dfrac{4}{2\sqrt{3}}$

বা, $\dfrac{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}}{\cos\theta} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta} \times \dfrac{1}{\cos\theta} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\dfrac{1}{\sin\theta} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin60°$

$\therefore \theta = 60°$ [$\because 0° < \theta < 90°$]

$\therefore \tan\theta = \tan 60° = \sqrt{3}$ **(Ans.)**

গ বামপক্ষ $= (m^2 - n^2)^2$

$= \{(\cot\theta + \cos\theta)^2 - (\cot\theta - \cos\theta)^2\}^2$

[m ও n এর মান বসিয়ে]

$= (4\cot\theta \,.\, \cos\theta)^2$ [$\because (m+n)^2 - (m-n)^2 = 4mn$]

$= 16(\cot^2\theta \,.\, \cos^2\theta)$

$= 16\{\cot^2\theta\,(1 - \sin^2\theta)\}$

$= 16(\cot^2\theta - \cot^2\theta \,.\, \sin^2\theta)$

$= 16\left(\cot^2\theta - \dfrac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} \,.\, \sin^2\theta\right)$

$= 16(\cot^2\theta - \cos^2\theta)$

$= 16(\cot\theta + \cos\theta)\,(\cot\theta - \cos\theta)$

$= 16mn$ [উদ্দীপক হতে মান বসিয়ে]

= ডানপক্ষ

$\therefore (m^2 - n^2)^2 = 16mn$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৮ (*i*) 60 মিটার লম্বা একটি গাছ ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণভাবে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30° থেকে 45° হয়।

(*ii*) কোনো স্থান থেকে একটি মিনারের দিকে 40 মিটার এগিয়ে আসলে মিনারের শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° থেকে 45° হয়।

ক. $\sin(90° - \theta) = \dfrac{3}{5}$ হলে $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. ভাঙ্গা অংশ গোড়া থেকে কত দূরে ভূমি স্পর্শ করবে নির্ণয় কর। ৪

গ. মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sin(90° - \theta) = \dfrac{3}{5}$

বা, $\cos\theta = \dfrac{3}{5}$

বা, $\cos^2\theta = \dfrac{9}{25}$

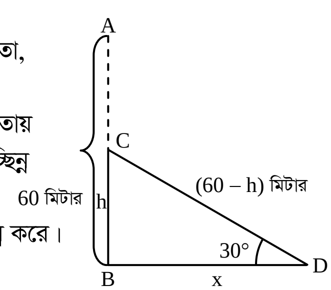
বা, $1 - \sin^2\theta = \dfrac{9}{25}$ বা, $\sin^2\theta = 1 - \dfrac{9}{25} = \dfrac{16}{25}$

$\therefore \sin\theta = \dfrac{4}{5}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, গাছটির উচ্চতা, AB = 60 মিটার।

গাছটি BC = h মিটার উচ্চতায় ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণভাবে বিচ্ছিন্ন না হয়ে BD ভূমির সাথে $\angle BDC = 30°$ কোণ উৎপন্ন করে।

যেখানে, BD = x মিটার।



ΔBCD এ, $\sin\angle BDC = \frac{BC}{CD}$

বা, $\sin 30° = \frac{h}{60 - h}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{h}{60 - h}$

বা, $60 - h = 2h$ বা, $3h = 60 \therefore h = 20$

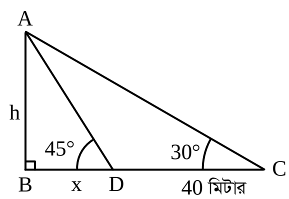
আবার, ΔBCD এ, $\tan \angle BDC = \frac{BC}{BD}$

বা, $\tan 30° = \frac{20}{x}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{20}{x}$

$\therefore x = 20\sqrt{3}$

$\therefore$ ভাঙা অংশ গোড়া থেকে প্রায় $20\sqrt{3}$ মিটার দূরে ভূমি স্পর্শ করবে।

গ ধরি, মিনারটির উচ্চতা, $AB = h$ মিটার।



ΔABD এ, $\tan\angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 45° = \frac{h}{x}$

বা, $1 = \frac{h}{x}$

$\therefore h = x$

আবার, ΔABC এ, $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{40 + x}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{40 + h}$ $[\because h = x]$

বা, $40 + h = \sqrt{3}h$ বা, $40 = (\sqrt{3} - 1)h$

$\therefore h = \frac{40}{\sqrt{3} - 1} \approx 54.64$

$\therefore$ মিনারটির উচ্চতা 54.64 মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৯ (*i*) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 1 মিটার হ্রাস পেলে ক্ষেত্রফল $\sqrt{3}$ বর্গমিটার হ্রাস পায়।

(*ii*) একটি রম্বসের ক্ষেত্রফল 1944 বর্গ সেমি. এবং বৃহত্তম কর্ণ 72 সেমি.।

ক. একটি বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 60° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তের ব্যাস 110 সেমি. হলে বৃত্তচাপটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. সমবাহু ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. রম্বসটির পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, বৃত্তচাপটির কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, $\theta = 60°$

বৃত্তের ব্যাস = 110 সেমি

$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r = \frac{110}{2}$ সেমি = 55 সেমি

আমরা জানি, বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য, $s = \frac{\theta \times \pi r}{180}$ একক

$= \frac{60 \times \pi \times 55}{180}$ সেমি

= 57.6 সেমি (প্রায়) **(Ans.)**

খ মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য = a মিটার

$\therefore$ এর ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গমিটার

ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 1 মিটার হ্রাস পেলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{4}(a - 1)^2$ বর্গমিটার

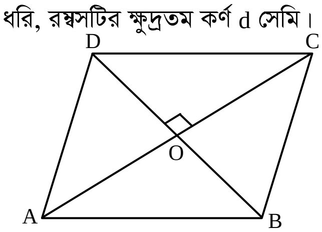
প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}(a - 1)^2 = \sqrt{3}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2 - a^2 + 2a - 1) = \sqrt{3}$

বা, $2a - 1 = 4$ বা, $2a = 5 \therefore a = 2.5$

$\therefore$ ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2.5 মিটার। **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, রম্বসের ক্ষেত্রফল 1944 বর্গ সেমি এবং বৃহত্তম কর্ণ 72 সেমি। ধরি, রম্বসটির ক্ষুদ্রতম কর্ণ d সেমি।



$\therefore$ রম্বসটির ক্ষেত্রফল,

$\frac{1}{2} \times 72 \times d = 1944$

$\therefore d = \frac{1944}{36} = 54$ সেমি

ABCD রম্বসের কর্ণ AC = 72 সেমি ও কর্ণ BD = 54 সেমি।

আমরা জানি, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$\therefore OA = \frac{AC}{2} = \frac{72}{2} = 36$ সেমি

এবং $OB = \frac{BD}{2} = \frac{54}{2} = 27$ সেমি

ΔAOB সমকোণী ত্রিভুজে,

$AB^2 = OA^2 + OB^2 = 36^2 + 27^2 = 2025$

$\therefore AB = \sqrt{2025} = 45$ সেমি

$\therefore$ রম্বসের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 45 সেমি

$\therefore$ রম্বসের পরিসীমা = (4×45) সেমি

= 180 সেমি **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ ১০ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
গণসংখ্যা	6	10	18	8	5	3

ক. কোনো উপাত্তের পরিসর 55 এবং সর্বনিম্ন মান 43 হলে সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর। ২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, উপাত্তের পরিসর = 55

সর্বনিম্ন মান = 43

আমরা জানি, পরিসর = (সর্বোচ্চ মান – সর্বনিম্ন মান) + 1

বা, 55 = (সর্বোচ্চ মান – 43) + 1

বা, 54 = সর্বোচ্চ মান – 43

$\therefore$ সর্বোচ্চ মান = 54 + 43 = 97 **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

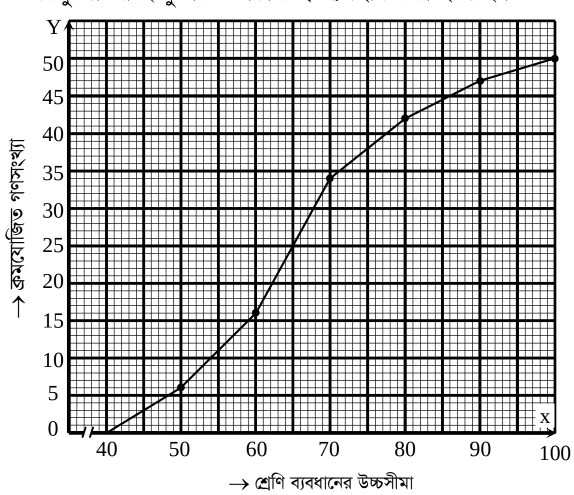
শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
41 – 50	45.5	6	– 2	– 12
51 – 60	55.5	10	– 1	– 10
61 – 70	65.5←a	18	0	0
71 – 80	75.5	8	1	8
81 – 90	85.5	5	2	10
91 – 100	95.5	3	3	9
		n = 50		$\Sigma f_iu_i = 5$

∴ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h = 65.5 + \frac{5}{50} \times 10 = 66.5$ **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
41 – 50	6	6
51 – 60	10	16
61 – 70	18	34
71 – 80	8	42
81 – 90	5	47
91 – 100	3	50

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 40 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▸ ১১ কোনো শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	40–44	45–49	50–54	55–59	60–64	65–69
গণসংখ্যা	6	10	12	20	8	4

ক. প্রচুরক শ্রেণি উল্লেখপূর্বক তার মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সর্বাধিক 20 জন শিক্ষার্থীর ওজনের শ্রেণিসীমা (55 – 59) কেজি। অর্থাৎ, প্রচুরক শ্রেণি : (55 – 59)

∴ প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{55 + 59}{2} = \frac{114}{2} = 57$ **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
40 – 44	6	6
45 – 49	10	16
50 – 54	12	28
55 – 59	20	48
60 – 64	8	56
65 – 69	4	60

এখানে, $n = 60 \therefore \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 30 তম পদের মান।

30-তম পদের অবস্থান হবে (55 – 59) শ্রেণিতে।

∴ মধ্যক শ্রেণি হলো (55 – 59)।

সুতরাং $L = 55, F_c = 28, f_m = 20, h = 5$

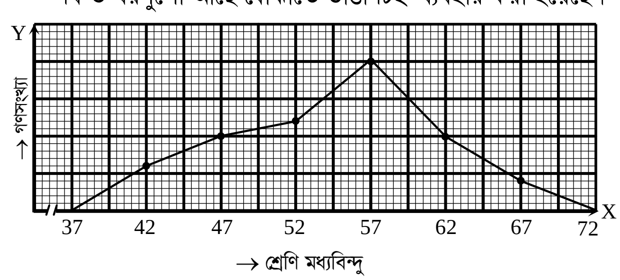
$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 55 + (30 - 28) \times \frac{5}{20} = 55.5 \textbf{ (Ans.)}$$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
40 – 44	42	6
45 – 49	47	10
50 – 54	52	12
55 – 59	57	20
60 – 64	62	8
65 – 69	67	4

এখন ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 37 পযন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



যশোর বোর্ড-২০২৪

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

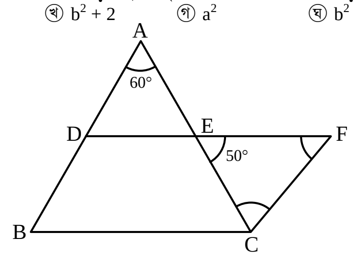
সময় : ৩০ মিনিট পূর্ণমান : ৩০

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১। একটি ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য $6\sqrt{3}$ মিটার হলে এর আয়তন–
ক 36 ঘন মিটার খ 144 ঘন মিটার
গ 216 ঘন মিটার ঘ 512 ঘন মিটার

২। a ও b দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যা হলে নিচের কোনটি বিজোড় সংখ্যা?
ক $a^2 + 1$ খ $b^2 + 2$ গ a^2 ঘ b^2



DE || BC এবং BD || CF

☐ উদ্দীপকের চিত্রের আলোকে ৩ ও ৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৩। $\angle BDE$ = ?
ক 70° খ 100° গ 110° ঘ 120°

৪। $\angle ABC + \angle ACB$ = ?
ক 100° খ 120° গ 240° ঘ 300°

৫। $\sec\theta\sqrt{1 - \cos^2\theta}$ = কত?
ক $\tan\theta$ খ $\cot\theta$ গ $\sin\theta$ ঘ $\cos\theta$

৬। যদি $\log_x 16 = 2$ তবে x এর মান কত?
ক 2 খ ± 4 গ 4 ঘ 16

৭। নিচের কোন শর্তে $a_1x + b_1y = c_1$, $a_2x + b_2y = c_2$ সমীকরণদ্বয় নির্ভরশীল?
ক $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ খ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ গ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ঘ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$

৮। $\frac{x-2}{x-1} = 2 - \frac{1}{x-1}$ সমীকরণের সমাধান সেট নিচের কোনটি?
ক {1} খ {∅} গ { } ঘ {2}

৯। $\sin\theta + \cos\theta = a$ হলে $\sin^4\theta + \cos^4\theta$ এর মান কত?
ক $1 + \frac{1}{2}(a^2 - 1)^2$ খ $1 - \frac{1}{2}(a^2 - 1)^2$
গ $\frac{1}{2}(a^2 - 1)^2$ ঘ $\frac{1}{2}(a^2 + 1)^2$

১০। ১০ম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিতে সর্বনিম্ন নম্বর 35 ও পরিসর 56 হলে সর্বোচ্চ নম্বর কত?
ক 80 খ 85 গ 96 ঘ 90

১১। নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :
i. $3x + 4y = 7$ এবং $4x - y = 3$ সমীকরণ দুটি পরস্পর অনির্ভরশীল।
ii. $4x + 5y = 0$ এর লেখচিত্র মূলবিন্দুগামী।
iii. $y - 2x - 1 = 0$ লেখচিত্র একটি সরলরেখা।
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

১২। $\sqrt[4]{x} \times x^{\frac{1}{4}}$ এর মান কোনটি?
ক $\sqrt{x}$ খ x গ $x^{\frac{1}{4}}$ ঘ $\sqrt[3]{x}$

১৩। A = {3, 5, 7}, B = {4, 5, 7} হলে–
i. $A \cap B$ = {5, 7} ii. $P(A \cup B)$ এর উপাদান সংখ্যা 16 iii. A\B = {3, 4}
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৪। $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + 50^2$ = কত?
ক 1275 খ 42925 গ 1625625 ঘ 54587

১৫। 4 + 8 + 16 + ... ধারাটির সাধারণ পদ নিচের কোনটি?
ক 2^{n-1} খ 2^{n-2} গ 2^{n+1} ঘ 2^{n+2}

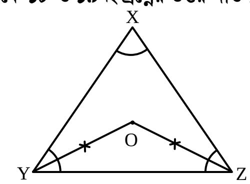
১৬। 146টি আম তিন ভাই এর মধ্যে $\frac{1}{2} : \frac{1}{5} : \frac{1}{9}$ অনুপাতে ভাগ করে দিলে প্রথম ভাই কয়টি আম পাবে?
ক 90 খ 73 গ 45 ঘ 18

১৭। নিচের কোনটির নিম্নের ছকটি সঠিক?

x	0	– 1	2
y	– 1	– 3	3

ক $y = 5x - 1$ খ $y = 4x - 1$ গ $y = 3x - 1$ ঘ $y = 2x - 1$

☐ উদ্দীপকের আলোকে ১৮ ও ১৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে $\angle X = 70°$, XY = XZ, OY এবং OZ হলো $\angle Y$ ও $\angle Z$ এর সমদ্বিখণ্ডক।

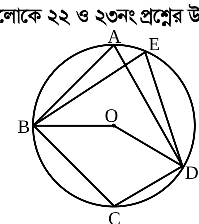
১৮। $\angle XYZ$ এর মান কত?
ক 70° খ 65° গ 60° ঘ 55°

১৯। $\angle YOZ$ এর মান কত?
ক 55° খ 110° গ 125° ঘ 130°

২০। একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সেমি ও 8 সেমি হলে তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য কত সেমি?
ক 6 খ 4 গ 3 ঘ 11

২১। a + b = 6, a – b = 4 হলে–
i. $a^2 - b^2 = 24$ ii. $a^2 + b^2 = 26$ iii. $4ab = 20$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

☐ উদ্দীপকের চিত্রের আলোকে ২২ ও ২৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



২২। $\angle BAD$ ও $\angle BED$ এর মধ্যে সম্পর্ক নিচের কোনটি?
ক $\angle BAD = 2\angle BOD$ খ $\angle BAD = \angle BED$
গ $\angle BAD = 2\angle BED$ ঘ $\angle BAD + 2\angle BED = 180°$

২৩। যদি $\angle BED = 65°$ হয় তবে $\angle BCD$ = ?
ক 25° খ 65° গ 115° ঘ 145°

২৪। 20 মিটার লম্বা একটি মই ভূমির সঙ্গে 30° কোণ উৎপন্ন করে একটি দেয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। দেয়ালটির উচ্চতা কত মিটার?
ক 10 খ 12 গ 20 ঘ 40

২৫। $\sin(90° - \theta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে θ এর মান কত?
ক 90° খ 45° গ 60° ঘ 30°

২৬। স্থূলকোণী ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র কোথায় অবস্থান করে?
ক ত্রিভুজের অভ্যন্তরে খ ত্রিভুজের বহির্ভাগে
গ ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুতে ঘ ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর উপরে

২৭। বৃত্তে অন্তর্লিখিত সামান্তরিক একটি–
ক রম্বস খ আয়তক্ষেত্র গ বর্গ ঘ ট্রাপিজিয়াম

☐ উদ্দীপকের আলোকে ২৮ ও ২৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

x	61–65	66–70	71–75	76–80	81–85
y	2	8	20	7	3

২৮। ৪র্থ শ্রেণির মধ্যমান কত?
ক 22.28 খ 38 গ 78 ঘ 83

২৯। মধ্যক কত?
ক 68.5 খ 68.6 গ 73.4 ঘ 73.5

৩০। তিন পাখাবিশিষ্ট একটি ফ্যানের ঘূর্ণন কোণ কত?
ক 60° খ 90° গ 108° ঘ 120°

■ খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

যশোর বোর্ড-২০২৪

০১ সেট

গণিত (সৃজনশীল)

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ–বীজগণিত

১। $x^2 = 5 + 2\sqrt{6}$, $p = \sqrt{5} - \sqrt{3}$.

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $16a^2 + \frac{1}{16a^2} - 2 + 16a - \frac{1}{a}$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x^6 - 1}{x} - \sqrt{2}\left(\frac{x^4 + 1}{x^2}\right) = 12\sqrt{2}$. ৪

গ. $p^3 - \frac{8}{p^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

২। p, q, r ক্রমিক সমানুপাতী এবং $\frac{14}{y} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$

ক. $\log_x 400 = 4$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^8q^8r^8\left(\frac{1}{p^{12}} + \frac{1}{q^{12}} + \frac{1}{r^{12}}\right) = p^{12} + q^{12} + r^{12}$. ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{y + 7m}{y - 7m} + \frac{y + 7n}{y - 7n} = 2$; যেখানে $m \neq n$ ৪

৩। $3x + 2y = 10$, $2x - 3y = -2$ দুইটি সরল সমীকরণ।

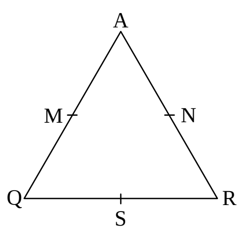
ক. সমীকরণ জোটটির প্রকৃতি নির্ণয় কর। ২

খ. সমীকরণ দুটিকে আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে $(3x, 3y)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. উক্ত সমীকরণদ্বয় x অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ–জ্যামিতি

৪।



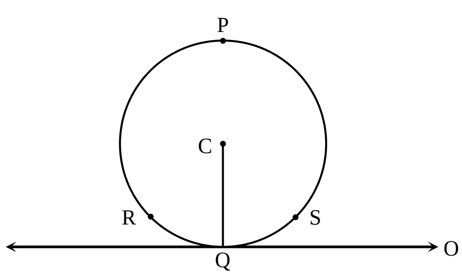
PQ, PR এবং QR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M, N, S.

ক. প্রমাণ কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পর পূরক কোণ। ২

খ. দেখাও যে, $MN \parallel QR$ এবং $MN = \frac{1}{2}QR$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$. ৪

৫।



চিত্রে QR স্পর্শক এবং CQ স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

ক. চিত্র হতে $CQ = 3.5$cm হলে বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle RCS = 2\angle RPS$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $QO \perp CQ$. ৪

৬। $p = 11$ সে. মি., $\angle x = 55°$ এবং $\angle y = 60°$.

ক. চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সে. মি., 6 সে. মি., 7 সে. মি. ও 8 সে. মি. এবং একটি কোণ 60° হলে চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. কোনো ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় $\angle x$ ও $\angle y$ এবং পরিসীমা p হলে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. এমন একটি রম্বস অঙ্কন কর যার একটি কোণ $\frac{\angle y}{2}$ এবং পরিসীমা p। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ বিভাগ–ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭। (i) $\cos p + \cot p = x$ এবং $\cot p - \cos p = y$.
(ii) $2\sin^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$.

ক. জ্যামিতিকভাবে প্রমাণ কর যে, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$. ২

খ. (i) নং তথ্যের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{x^2 - y^2}{\sqrt{xy}} = 4$. ৪

গ. (ii) নং তথ্যের আলোকে θ-এর মান নির্ণয় কর, যেখানে $0° < \theta < 90°$. ৪

৮। একটি মিনারের শীর্ষ হতে 16 মি. দূরে ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 30°.

ক. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{1 + \cos^2 A} + \frac{1}{1 + \sec^2 A} = 1$. ২

খ. মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি মিনারটির উচ্চতা $8\sqrt{3}$ মিটার এবং ঐ বিন্দু হতে মিনারের দিকে 5.86 মিটার এগিয়ে আসলে উক্ত বিন্দুতে মিনারের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ নির্ণয় কর। ৪

৯। লোহার তৈরি একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 3 : 2 : 2 এবং আয়তন 768 ঘনমিটার। ঘনবস্তুটিকে গলিয়ে একটি বেলনাকার ফাঁপা পাইপ তৈরি করা হলো, যার ভিতরের ও বাইরের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 5 সে. মি. ও 6 সে. মি.।

ক. কোনো ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গড় 11 সে. মি. এবং ক্ষেত্রফল 121 বর্গ সে. মি. হলে এর সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর। ২

খ. আয়তাকার ঘনবস্তুটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. লোহার পাইপটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

ঘ বিভাগ–পরিসংখ্যান

১০। কোনো স্কুলের একটি শ্রেণির বার্ষিক পরীক্ষায় গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
গণসংখ্যা	4	10	15	12	6	3

ক. প্রচুরক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১। দশম শ্রেণির নির্বাচনি পরীক্ষায় 32 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ :

72, 48, 37, 56, 67, 74, 82, 36, 45, 42, 66, 55, 72, 86, 51, 69, 77, 91, 62, 79, 38, 53, 60, 74, 58, 65, 72, 73, 56, 42, 85, 54.

ক. শ্রেণিব্যাপ্তি 7 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর																														
	১	গ	২	ক	৩	গ	৪	খ	৫	ক	৬	গ	৭	ক	৮	গ	৯	খ	১০	ঘ	১১	ঘ	১২	ক	১৩	ক	১৪	খ	১৫	গ
	১৬	ক	১৭	ঘ	১৮	ঘ	১৯	গ	২০	ক	২১	ঘ	২২	খ	২৩	গ	২৪	ক	২৫	ঘ	২৬	খ	২৭	খ	২৮	গ	২৯	ঘ	৩০	ঘ

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▶ ০১ $x^2 = 5 + 2\sqrt{6}, p = \sqrt{5} - \sqrt{3}.$

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $16a^2 + \frac{1}{16a^2} - 2 + 16a - \frac{1}{a}.$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x^6 - 1}{x} - \sqrt{2}\left(\frac{x^4 + 1}{x^2}\right) = 12\sqrt{2}.$ ৪

গ. $p^3 - \frac{8}{p^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক $16a^2 + \frac{1}{16a^2} - 2 + 16a - \frac{1}{a}$

$= (4a)^2 + \left(\frac{1}{4a}\right)^2 - 2.4a.\frac{1}{4a} + 4\left(4a - \frac{1}{4a}\right)$

$= \left(4a - \frac{1}{4a}\right)^2 + 4\left(4a - \frac{1}{4a}\right)$

$= \left(4a - \frac{1}{4a}\right)\left(4a - \frac{1}{4a} + 4\right)$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $x^2 = 5 + 2\sqrt{6}$

$= 3 + 2\sqrt{3 \times 2} + 2$

$= (\sqrt{3})^2 + 2 . \sqrt{3} . \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$

$= (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

$\therefore x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

আবার, $\frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$

$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

$\therefore x - \frac{1}{x} = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) - (\sqrt{3} - \sqrt{2})$

$= \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

বামপক্ষ $= \frac{x^6 - 1}{x^3} - \sqrt{2}\left(\frac{x^4 + 1}{x^2}\right)$

$= \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) - \sqrt{2}\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$

$= \left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)\right\} - \sqrt{2}\left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2.x.\frac{1}{x}\right\}$

$= \{(2\sqrt{2})^3 + 3. 2\sqrt{2}\} - \sqrt{2}\{(2\sqrt{2})^2 + 2\}$

$= 8 \times 2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - \sqrt{2}(8 + 2)$

$= 16\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 10\sqrt{2}$

$= 22\sqrt{2} - 10\sqrt{2}$

$= 12\sqrt{2}$

= ডানপক্ষ

$\therefore \frac{x^6 - 1}{x^3} - \sqrt{2}\left(\frac{x^4 + 1}{x^2}\right) = 12\sqrt{2}.$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $p = \sqrt{5} - \sqrt{3}$

বা, $\frac{1}{p} = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ [ব্যস্তকরণ করে]

$= \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})}$ [লব ও হরকে $(\sqrt{5} + \sqrt{3}$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}$

$= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{5 - 3}$

$= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}$

$\therefore \frac{2}{p} = 2.\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}$

$= \sqrt{5} + \sqrt{3}$

$\therefore p - \frac{2}{p} = \sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{5} - \sqrt{3}$

$= -2\sqrt{3}$

এখন, $p^3 - \frac{8}{p^3} = (p)^3 - \left(\frac{2}{p}\right)^3$

$= \left(p - \frac{2}{p}\right)^3 + 3.p.\frac{2}{p}\left(p - \frac{2}{p}\right)$

$= \left(p - \frac{2}{p}\right)^3 - 6\left(p - \frac{2}{p}\right)$

$= (-2\sqrt{3})^3 - 6(-2\sqrt{3})$

$= -8.3\sqrt{3} + 12\sqrt{3}$

$= -24\sqrt{3} + 12\sqrt{3}$

$= -12\sqrt{3}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০২ p, q, r ক্রমিক সমানুপাতী এবং $\frac{14}{y} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$

ক. $\log_x 400 = 4$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^8q^8r^8\left(\frac{1}{p^{12}} + \frac{1}{q^{12}} + \frac{1}{r^{12}}\right) = p^{12} + q^{12} + r^{12}.$ ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{y + 7m}{y - 7m} + \frac{y + 7n}{y - 7n} = 2$; যেখানে $m \neq n$ ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\log_x 400 = 4$

বা, $400 = x^4$

বা, $x^4 = (2\sqrt{5})^4$

$\therefore x = 2\sqrt{5}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, p, q, r ক্রমিক সমানুপাতি।

অর্থাৎ, $p : q = q : r$

বা, $\frac{p}{q} = \frac{q}{r}$

$\therefore q^2 = pr$

বামপক্ষ = $p^8q^8r^8\left(\frac{1}{p^{12}}+\frac{1}{q^{12}}+\frac{1}{r^{12}}\right)$

$= \frac{p^8q^8r^8}{p^{12}} + \frac{p^8q^8r^8}{q^{12}} + \frac{p^8q^8r^8}{r^{12}}$

$= \frac{q^8r^8}{p^4} + \frac{p^8r^8}{q^4} + \frac{p^8q^8}{r^4}$

$= \frac{(q^2)^4 r^8}{p^4} + \frac{p^8r^8}{(q^2)^2} + \frac{p^8(q^2)^4}{r^4}$

$= \frac{(pr)^4 r^8}{p^4} + \frac{p^8r^8}{(pr)^2} + \frac{p^8(pr)^4}{r^4}$

$= \frac{p^4r^4r^8}{p^4} + \frac{p^8r^8}{p^2r^2} + \frac{p^8p^4r^4}{r^4}$ $[\because q^2 = pr]$

$= r^{12} + (pr)^6 + p^{12}$

$= r^{12} + (q^2)^6 + p^{12}$

$= p^{12} + q^{12} + r^{12}$

= ডানপক্ষ

$\therefore p^8q^8r^8\left(\frac{1}{p^{12}}+\frac{1}{q^{12}}+\frac{1}{r^{12}}\right) = p^{12}+q^{12}+r^{12}$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$\frac{14}{y} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$

বা, $\frac{14}{y} = \frac{n+m}{mn}$

বা, $y = \frac{14mn}{m+n} = \frac{7m.2n}{m+n}$

বা, $\frac{y}{7m} = \frac{2n}{m+n}$

বা, $\frac{y+7m}{y-7m} = \frac{2n+m+n}{2n-m-n}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{y+7m}{y-7m} = \frac{3n+m}{n-m}$

আবার, $y = \frac{14mn}{m+n} = \frac{7n.2m}{m+n}$

বা, $\frac{y}{7n} = \frac{2m}{m+n}$

বা, $\frac{y+7n}{y-7n} = \frac{2m+m+n}{2m-m-n}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{y+7n}{y-7n} = \frac{3m+n}{m-n}$

এখন, $\frac{y+7m}{y-7m} + \frac{y+7n}{y-7n}$

$= \frac{3n+m}{n-m} + \frac{3m+n}{m-n}$

$= \frac{3n+m}{n-m} - \frac{3m+n}{n-m}$

$= \frac{3n+m-3m-n}{n-m}$

$= \frac{2n-2m}{n-m} = \frac{2(n-m)}{(n-m)} = 2$

$\therefore \frac{y+7m}{y-7m} + \frac{y+7n}{y-7n} = 2$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ০৩ $3x + 2y = 10$, $2x - 3y = -2$ দুইটি সরল সমীকরণ।

ক. সমীকরণ জোটটির প্রকৃতি নির্ণয় কর। ২

খ. সমীকরণ দুটিকে আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে $(3x, 3y)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. উক্ত সমীকরণদ্বয় x অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ জোট : $\left.\begin{matrix}3x + 2y = 10\\ 2x - 3y = -2\end{matrix}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{-3}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{10}{-2} = -5$

আমরা পাই, $\frac{3}{2} \neq \frac{2}{-3}$

অতএব, সমীকরণ জোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণ জোটটির একটি মাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

খ দেওয়া আছে,

$3x + 2y = 10$ বা, $3x + 2y - 10 = 0$ ... ... (i)

$2x - 3y = -2$ বা, $2x - 3y + 2 = 0$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) এ আড়গুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$\frac{x}{4-30} = \frac{y}{-20-6} = \frac{1}{-9-4}$

বা, $\frac{x}{-26} = \frac{y}{-26} = \frac{1}{-13}$

$\therefore \frac{x}{-26} = \frac{1}{-13}$

বা, $x = \frac{-26}{-13} = 2$

এবং $\frac{y}{-26} = \frac{1}{-13}$

বা, $y = \frac{-26}{-13} = 2$

$\therefore (3x, 3y) = (3.2, 3.2) = (6, 6)$ **(Ans.)**

গ প্রদত্ত সমীকরণ জোট : $3x + 2y = 10$ ... ... (i)

$2x - 3y = -2$ ... ... (ii)

(i)নং সমীকরণ হতে পাই,

$3x + 2y = 10$ বা, $2y = 10 - 3x$ $\therefore y = \frac{10-3x}{2}$

এখন, সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে, y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	– 2	0	2
y	8	5	2

আবার (ii)নং সমীকরণ হতে পাই,

$2x - 3y = -2$ বা, $3y = 2 + 2x$ $\therefore y = \frac{2+2x}{3}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	– 1	2	5
y	0	2	4

এখন, ছক কাগজের XOX' বরাবর X-অক্ষ এবং YOY' বরাবর Y-অক্ষ এবং O মুলবিন্দু নিই। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 2 বাহুর দৈর্ঘ্যেকে একক ধরি।

ছক কাগজে সমীকরণ (i) নং হতে প্রাপ্ত (– 2, 8), (0, 5) ও (2, 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও পরপর বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা।

একইভাবে সমীকরণ (ii) নং হতে প্রাপ্ত (– 1, 0), (2, 2) ও (5, 4)

বিন্দুগুলো স্থাপন করে পরস্পর যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা যা পূর্বের সরলরেখাকে P বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে পাই, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 2)

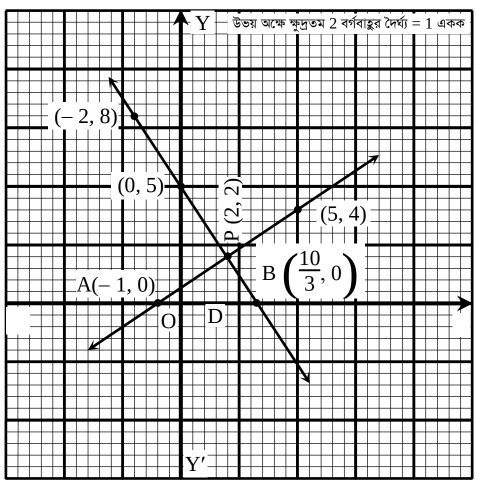
সরলরেখাদ্বয় x-অক্ষের সাথে PAB ত্রিভুজ গঠন করেছে।

ছক কাগজ থেকে পাই,

ΔPAB এর ভূমি, $AB = \frac{10}{3} - (-1) = \frac{13}{3}$

এবং উচ্চতা, PD = 2 একক

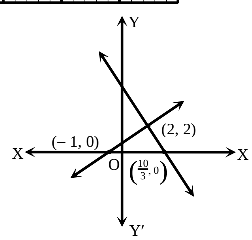
$\therefore$ ΔPAB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \frac{13}{3} \times 2 = \frac{13}{3}$ বর্গ একক **(Ans.)**



বিকল্প সমাধান :

'খ' হতে,

রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু (2, 2)



(i) নং হতে, 3x + 2y = 10

$\therefore \frac{x}{\frac{10}{3}} + \frac{y}{5} = 1$

$\therefore$ রেখাটি x অক্ষকে $\left(\frac{10}{3}, 0\right)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

(ii) নং হতে,

2x – 3y = – 2

বা, $\frac{x}{\frac{-2}{2}} + \frac{y}{\frac{-2}{-3}} = 1$

$\therefore \frac{x}{(-1)} + \frac{y}{\left(\frac{2}{3}\right)} = 1$

$\therefore$ রেখাটি x অক্ষকে (–1, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

x অক্ষের সাথে (2, 2), (– 1, 0) ও $\left(\frac{10}{3}, 0\right)$ বিন্দুগুলো ত্রিভুজ গঠন করে।

$\therefore$ নির্ণেয় ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1 & \frac{10}{3} & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গএকক}$$

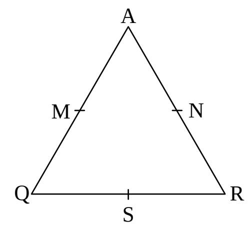
$$= \frac{1}{2}\left(-0 + \frac{20}{3} + 0 - 0 - 0 + 2\right) \text{ বর্গএকক}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{20}{3} + 2\right) \text{ বর্গএকক}$$

$$= \left(\frac{10}{2} + 1\right) \text{ বর্গএকক}$$

$= \frac{13}{3}$ বর্গএকক **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ০৪



PQ, PR এবং *QR* এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে *M, N, S*.

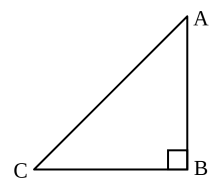
ক. প্রমাণ কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পর পূরক কোণ। ২

খ. দেখাও যে, $MN \parallel QR$ এবং $MN = \frac{1}{2} QR$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + PR^2 = 2 (PS^2 + QS^2)$. ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজে ∠B = 90°

আমরা জানি,

ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°

ΔABC-এ,

∠A + ∠B + ∠C = 180°

বা, ∠A + 90° + ∠C = 180°

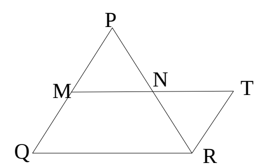
বা, ∠A + ∠C = 180° – 90°

∴ ∠A + ∠C = 90°

যেহেতু, ∠A ও ∠C এর সমষ্টি 90°.

∴ পূরক কোণের সংজ্ঞানুসারে ∠A ও ∠C পরস্পর পূরক কোণ। অর্থাৎ, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পর পূরক কোণ। **(প্রমাণিত)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔPQR-এ PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দুদ্বয় যথাক্রমে M ও N-এর সংযোজক রেখাংশ MN. প্রমাণ করতে হবে যে, $MN \parallel QR$ এবং $MN = \frac{1}{2} QR$.

অঙ্কন : MN-কে T পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন MN = NT হয়। T, R যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔPMN ও ΔNRT-এ

$PN = NR$ [N, PR-এর মধ্যবিন্দু]

$MN = NT$ [অঙ্কন অনুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle PNM =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle RNT$ [বিপ্রতীপ কোণ]

অতএব, $\Delta PMN \cong \Delta NRT$

$PM = TR = QM$ এবং

$\angle MPN = \angle NRT$ [একান্তর কোণ]

$\therefore$ $PM \parallel TR$ অর্থাৎ $PQ \parallel TR$

ধাপ-২. আবার, $QM = TR$

সুতরাং, QMTR একটি সামান্তরিক

ধাপ-৩. অতএব, $MT \parallel QR$,

[সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় সমান ও সমান্তরাল]

$MN \parallel QR$ এবং

$MT = QR$

বা, $MN + NT = QR$

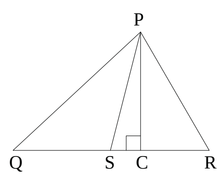
বা, $MN + MN = QR$ [(১) থেকে]

বা, $2MN = QR$

$\therefore MN = \frac{1}{2} QR$

সুতরাং $MN \parallel QR$ এবং $MN = \frac{1}{2} QR$ **(দেখানো হলো)**

গ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔQPR-এ QR-এর মধ্যবিন্দু S।
প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$

অঙ্কন : P বিন্দু থেকে QR এর উপর PD লম্ব টানি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ΔPSD-এ $\angle PDS = 90°$ এবং অতিভুজ PS

$PS^2 = PD^2 + DS^2$

$\therefore PD^2 = PS^2 - DS^2$

ধাপ-২ : ΔPQD-এ $\angle PDQ = 90°$ এবং অতিভুজ PQ

$\therefore PQ^2 = PD^2 + DQ^2$

$= PS^2 - DS^2 + (DS + SQ)^2$ [ধাপ (১) হতে]

$= PS^2 - DS^2 + DS^2 + 2DS.\ SQ + SQ^2$

$= PS^2 + 2DS.SQ + SQ^2$

ধাপ-৩ : ΔPRD-এ $\angle PDR = 90°$ এবং অতিভুজ PR

$\therefore PR^2 = PD^2 + RD^2$

$= PS^2 - DS^2 + (SR - DS)^2$ [$\therefore RD = SR - DS$]

$= PS^2 - DS^2 + SR^2 - 2SR.DS + DS^2$

$= PS^2 + SR^2 - 2SR.DS$.................. (iii)

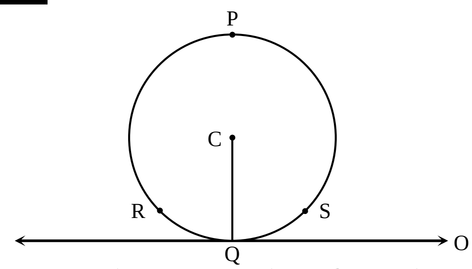
[S, QR এর মধ্যবিন্দু সেহেতু QS = SR]

ধাপ-৪ : $PQ^2 + PR^2 = PS^2 + 2DS.SQ + SQ^2 + PS^2 + SR^2 - 2SR.DS$ [ধাপ (২) ও ধাপ (৩) হতে]

বা, $PQ^2 + PR^2 = 2PS^2 + 2QS^2$

$\therefore PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৫



চিত্রে *QR* স্পর্শক এবং *CQ* স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

ক. চিত্র হতে $CQ = 3.5$cm হলে বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle RCS = 2\angle RPS$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $QO \perp CQ$. ৪

<u>৫নং প্রশ্নের সমাধান</u>

ক বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $CQ = r = 3.5$ cm

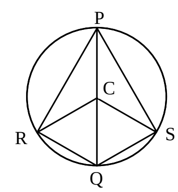
$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ cm^2

$= 3.1416 \times (3.5)^2$ cm^2

$= 38.4846$ cm^2

$\therefore$ নির্ণেয় বৃত্তের ক্ষেত্রফল 38.4846 cm^2 **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন : C কেন্দ্রবিশিষ্ট PRQS বৃত্তের একই উপচাপ RS এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle RPS$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle RCS$।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle RCS = 2\angle RPS$.

অঙ্কন : মনে করি, PS রেখাংশ কেন্দ্রগামী নয়। এক্ষেত্রে P বিন্দু দিয়ে কেন্দ্রগামী রেখাংশ PQ আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔPCR এর বহিঃস্থ কোণ $\angle RCQ = \angle RPC + \angle PRC$

[বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

ধাপ-২. ΔPCR এ $CP = CR$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

অতএব, $\angle RPC = \angle PRC$ [সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণ দুইটি সমান]

ধাপ-৩. $\angle RCQ = 2\angle RPC$ [ধাপ (১) ও (২) থেকে]

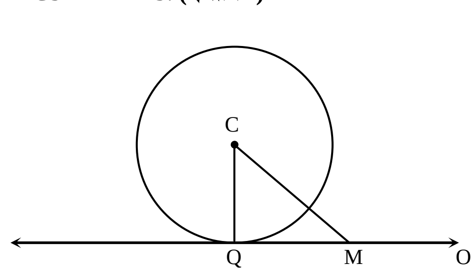
ধাপ-৪. একইভাবে ΔPCS থেকে $\angle SCQ = 2\angle SPC$

ধাপ-৫. ধাপ (৩) ও (৪) থেকে

$\angle RCQ + \angle SCQ = 2\angle RPC + 2\angle SPC$ [যোগ করে]

$\therefore \angle RCS = 2\angle RPS$. **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, C কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের উপরস্থ Q বিন্দুতে QO একটি স্পর্শক এবং CQ স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ। প্রমাণ করতে হবে যে, $QO \perp CQ$.

অঙ্কন : QO স্পর্শকের ওপর যে কোনো একটি বিন্দু M নিই এবং C, M যোগ করি।

প্রমাণ : যেহেতু বৃত্তের Q বিন্দুতে QO একটি স্পর্শক, সেহেতু ঐ Q বিন্দু ব্যতীত QO এর উপরস্থ অন্য সকল বিন্দু বৃত্তের বাইরে থাকবে। সুতরাং, M বিন্দুটি বৃত্তের বাইরে অবস্থিত।

MC, বৃত্তের ব্যাসার্ধ CQ এর চেয়ে বড়,

অর্থাৎ MC > CQ এবং তা স্পর্শ বিন্দু Q ব্যতীত QO এর উপরস্থ সকল M বিন্দুর জন্য সত্য।

∴ কেন্দ্র C থেকে QO স্পর্শকের ওপর CQ হল ক্ষুদ্রতম দূরত্ব।

কিন্তু, জানা আছে, কোনো সরলরেখার বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে উক্ত সরলরেখা পর্যন্ত যতগুলো রেখাংশ টানা যায় তন্মধ্যে লম্ব রেখাংশটি ক্ষুদ্রতম।

সুতরাং, $QO \perp CQ$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৬ $p = 11$ সে. মি., $\angle x = 55°$ এবং $\angle y = 60°$.

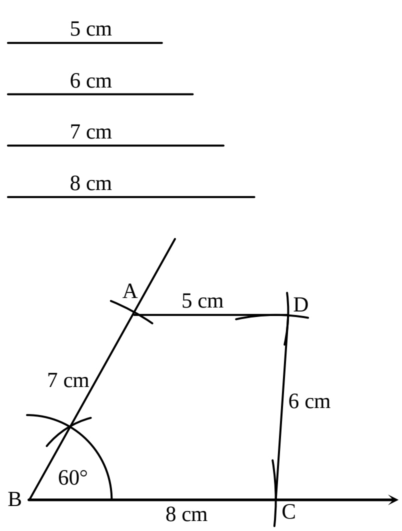
ক. চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সে. মি., 6 সে. মি., 7 সে. মি. ও 8 সে. মি. এবং একটি কোণ 60° হলে চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. কোনো ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় $\angle x$ ও $\angle y$ এবং পরিসীমা p হলে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

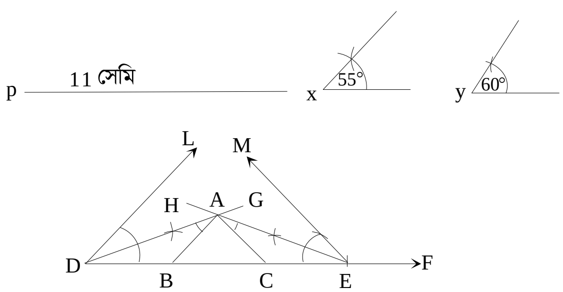
গ. এমন একটি রম্বস অঙ্কন কর যার একটি কোণ $\frac{\angle y}{2}$ এবং পরিসীমা p। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ



মনে করি, একটি ত্রিভুজের পরিসীমা p = 11 সেমি এবং ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 55°$ ও $\angle y = 60°$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

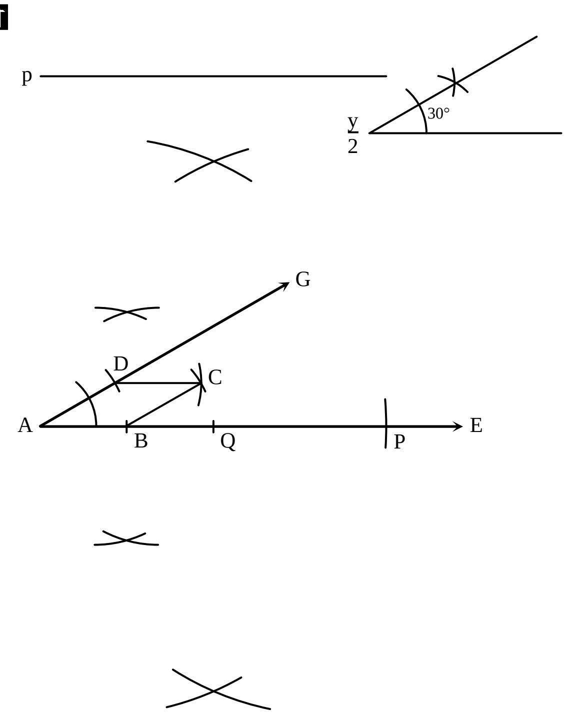
১. যেকোনো একটি রশ্মি DF থেকে পরিসীমা p এর সমান করে DE অংশ কেটে নিই।

২. D ও E বিন্দুতে DE রেখাংশের একই পাশে $\angle x$ এর সমান $\angle EDL$ এবং $\angle y$ এর সমান $\angle DEM$ আঁকি।

৩. কোণ দুইটির সমদ্বিখণ্ডক DG ও EH আঁকি। মনে করি, DG ও EH রশ্মিদ্বয় পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. A বিন্দুতে $\angle ADE$ এর সমান $\angle DAB$ এবং $\angle AED$ এর সমান $\angle EAC$ আঁকি। AB এবং AC রশ্মিদ্বয় DE রেখাংশকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



মনে করি, একটি রম্বসের পরিসীমা p = 11 সেমি এবং একটি কোণ $\frac{\angle y}{2} \frac{60°}{2} = 30°$ দেওয়া আছে, রম্বসটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো একটি রশ্মি AE থেকে পরিসীমা, p = 11 সেমি এর সমান করে AP রেখাংশ কেটে নিই। AP কে Q বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করি। যেখানে AQ = 5.5 সেমি।

(২) আবার AQ কে B বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করি। তাহলে AB = 2.75সেমি।

(৩) AB রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle BAG = \frac{\angle y}{2}$ আঁকি। AG রশ্মি থেকে AD = AB = 2.75 সেমি কেটে নিই।

(৪) B ও D কে কেন্দ্র করে AB = 2.75 সেমি ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle BAD$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৫) B, C ও D, C যোগ করি। তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

প্রশ্ন ▶ ০৭ (*i*) $\cos p + \cot p = x$ এবং $\cot p - \cos p = y$.

(*ii*) $2\sin^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$.

ক. জ্যামিতিকভাবে প্রমাণ কর যে, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$. ২

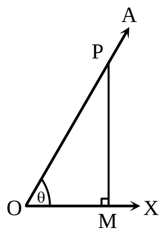
খ. (*i*) নং তথ্যের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{x^2 - y^2}{\sqrt{xy}} = 4$. ৪

গ. (*ii*) নং তথ্যের আলোকে θ-এর মান নির্ণয় কর, যেখানে $0° < \theta < 90°$. ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, $\angle XOA = \theta$ একটি সূক্ষ্মকোণ।

চিত্রানুযায়ী, $\sec^2\theta = (\sec\theta)^2 = \left(\frac{OP}{OM}\right)^2$



$= \frac{OP^2}{OM^2} = \frac{OM^2 + PM^2}{OM^2}$ [OP সমকোণী ΔPOM এর অতিভুজ বলে]

$= \frac{OM^2}{OM^2} + \frac{PM^2}{OM^2}$

$= 1 + \left(\frac{PM}{OM}\right)^2$

$= 1 + (\tan\theta)^2 = 1 + \tan^2\theta$

$\therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ **(প্রমাণিত)**

খ দেওয়া আছে, $\cos p + \cot p = x$

এবং $\cot p - \cos p = y$

এখন, $x^2 - y^2 = (\cos p + \cot p)^2 - (\cot p - \cos p)^2$

$= 4 \cot p \cos p$

$= 4\sqrt{\cot^2 p \cos^2 p}$

$= 4\sqrt{\cot^2 p(1 - \sin^2 p)}$

$= 4\sqrt{\cot^2 p - \cot^2 p \cdot \sin^2 p}$

$= 4\sqrt{\cot^2 p - \frac{\cos^2 p}{\sin^2 p} \cdot \sin^2 p}$

$= 4\sqrt{\cot^2 p - \cos^2 p}$

$= 4\sqrt{(\cot p + \cos p)(\cot p - \cos p)}$

$= 4\sqrt{xy}$

$\therefore$ বামপক্ষ $= \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{xy}} = \frac{4\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}} = 4 =$ ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $\frac{x^2 - y^2}{\sqrt{xy}} = 4$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$2\sin^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$

বা, $2(1 - \cos^2\theta) + 3\cos\theta - 3 = 0$

বা, $2 - 2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$

বা, $-2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 1 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 1 = 0$ [উভয়পক্ষকে (–1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $2\cos^2\theta - 2\cos\theta - \cos\theta + 1 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos\theta - 1) - 1(\cos\theta - 1) = 0$

বা, $(\cos\theta - 1)(2\cos\theta - 1) = 0$

$\therefore \cos\theta - 1 = 0$ অথবা, $2\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\cos\theta = 1$ বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = \cos 0°$ বা, $\cos\theta = \cos 60°$. [$\because \cos 60° = \frac{1}{2}$]

বা, $\theta = 0°$ $\therefore \theta = 60°$

[$\theta = 0°$ গ্রহণযোগ্য নয় কারণ θ সূক্ষ্মকোণ]

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $\theta = 60°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৮ একটি মিনারের শীর্ষ হতে 16 মি. দূরে ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 30°.

ক. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{1 + \cos^2 A} + \frac{1}{1 + \sec^2 A} = 1$. ২

খ. মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি মিনারটির উচ্চতা $8\sqrt{3}$ মিটার এবং ঐ বিন্দু হতে মিনারের দিকে 5.86 মিটার এগিয়ে আসলে উক্ত বিন্দুতে মিনারের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক বামপক্ষ $= \frac{1}{1 + \cos^2 A} + \frac{1}{1 + \sec^2 A}$

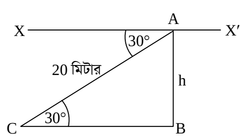
$= \frac{1}{1 + \cos^2 A} + \frac{1}{1 + \frac{1}{\cos^2 A}}$

$= \frac{1}{1 + \cos^2 A} + \frac{\cos^2 A}{\cos^2 A + 1}$

$= \frac{1 + \cos^2 A}{1 + \cos^2 A} = 1 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{1}{1 + \cos^2 A} + \frac{1}{1 + \sec^2 A} = 1$ **(প্রমাণিত)**

খ মনে করি, মিনারটির উচ্চতা AB = h মি.। মিনারের শীর্ষ হতে AC = 16 মিটার দূরে ভূতলস্থ C বিন্দুতে অবনতি কোণ $\angle XAC = 30°$



সুতরাং $\angle XAC = \angle ACB = 30°$ [একান্তর কোণ বলে]

AC = 16 মি.

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\sin\angle ACB = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin 30° = \frac{h}{16}$

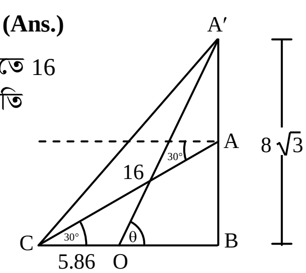
বা, $\frac{1}{2} = \frac{h}{16}$ [$\because \sin 30° = \frac{1}{2}$]

বা, $2h = 16$

$\therefore h = 8$ মি.

$\therefore$ মিনারটির উচ্চতা 10 মি. **(Ans.)**

গ প্রথম ক্ষেত্রে, মিনারের শীর্ষ হতে 16 মিটার দূরের C বিন্দুতে অবনতি কোণ 30° হলে ΔABC হতে,



$\cos\angle ACB = \frac{BC}{AC}$

বা, $\cos 30° = \frac{BC}{16}$

বা, $BC = 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ ∴ $BC = 8\sqrt{3}$ মিটার

অর্থাৎ, মিনারের পাদবিন্দু থেকে C বিন্দুর দূরত্ব $8\sqrt{3}$ মিটার।

C বিন্দু থেকে 5.86 মিটার এগিয়ে O বিন্দুতে আসলে পাদবিন্দু হতে O বিন্দুর দূরত্ব = $(8\sqrt{3} - 5.86)$ মিটার = 8 মিটার (প্রায়)

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, মিনারটির উচ্চতা, $A'B = 8\sqrt{3}$ মিটার

$\Delta A'OB$ হতে, $\tan\angle A'OB = \frac{MN}{ON}$ বা, $\tan\theta = \frac{8\sqrt{3}}{8}$

বা, $\tan\theta = \sqrt{3}$ বা, $\tan\theta = \tan 60°$ ∴ $\theta = 60°$

∴ মিনারের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ = 60° **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৯ লোহার তৈরি একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 3 : 2 : 2 এবং আয়তন 768 ঘনমিটার। ঘনবস্তুটিকে গলিয়ে একটি বেলনাকার ফাঁপা পাইপ তৈরি করা হলো, যার ভিতরের ও বাইরের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 5 সে. মি. ও 6 সে. মি.।

ক. কোনো ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গড় 11 সে. মি. এবং ক্ষেত্রফল 121 বর্গ সে. মি. হলে এর সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর। ২

খ. আয়তাকার ঘনবস্তুটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. লোহার পাইপটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গড় 11 সেমি এবং ক্ষেত্রফল 121 বর্গ সেমি।

আমরা জানি,

ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গড় × লম্ব দূরত্ব

বা, 121 = 11 × লম্ব দূরত্ব

বা, লম্ব দূরত্ব = $\frac{121}{11}$

∴ লম্ব দূরত্ব = 11 সেমি। **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 3 : 2 : 2

ধরি, ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 3x, 2x এবং 2x মিটার।

প্রশ্নমতে, $3x \times 2x \times 2x = 768$

বা, $12x^3 = 768$

বা, $x^3 = \frac{768}{12}$

বা, $x^3 = 64$

বা, $x^3 = 4^3$

∴ $x = 4$

সুতরাং, ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, $a = 3x = 3 \times 4 = 12$ মিটার

প্রস্থ, $b = 2x = 2 \times 4 = 8$ মিটার

এবং উচ্চতা, $c = 2x = 2 \times 4 = 8$ মিটার

∴ ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= 2(ab + bc + ca) বর্গ একক

= 2(12 × 8 + 8 × 8 + 8 × 12) বর্গ মিটার

= 2(96 + 64 + 96) বর্গ মিটার

= 2 × 256 বর্গ মিটার

= 512 বর্গ মিটার **(Ans.)**

গ ধরি, বেলনাকার ফাঁপা পাইপের ভিতরের ব্যাসার্ধ, r = 5 সেমি = $\frac{5}{100}$ মিটার = 0.05 মিটার এবং বাইরের ব্যাসার্ধ, R = 6 সেমি = $\frac{6}{100}$ মিটার = 0.06 মিটার এবং পাইপটির উচ্চতা h মিটার।

প্রশ্নমতে, পাইপে লোহার পরিমাণ = আয়তার ঘনবস্তুর আয়তন

বা, $\pi R^2h - \pi r^2h = 768$

বা, $\pi h(R^2 - r^2) = 768$

বা, $\pi h\{(0.06)^2 - (0.05)^2\} = 768$

বা, $0.0011\pi h = 768$

বা, $h = \frac{768}{0.0011\pi}$

∴ h = 222237.66 মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ কোনো স্কুলের একটি শ্রেণির বার্ষিক পরীক্ষায় গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
গণসংখ্যা	4	10	15	12	6	3

ক. প্রচুরক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সারণিতে সর্বাধিক গণসংখ্যা 15 আছে (61 – 70) শ্রেণিতে। এটাই প্রচুরক শ্রেণি। সুতরাং, প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণি (51 – 60).

∴ প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির মধ্যমান = $\frac{51 + 60}{2} = \frac{111}{2}$

= 55.5 **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
41 – 50	4	4
51 – 60	10	14
61 – 70	15	29
71 – 80	12	41
81 – 90	6	47
91 – 100	3	50
	n = 50	

এখানে, n = 50

∴ $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 25তম পদের মান। 25 তম পদের অবস্থান (61 – 70) শ্রেণিতে।

∴ মধ্যক শ্রেণি হলো (61 – 70)।

এখানে, $L = 61$, $f_m = 15$, $F_c = 14$, $h = 10$

∴ মধ্যক = $L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 61 + (25 - 14) \times \frac{10}{15}$

$= 61 + \frac{110}{15}$

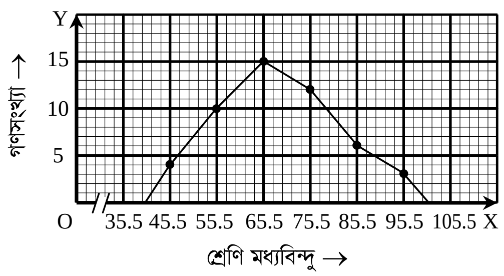
$= 61 + 7.33$

= 68.33 (প্রায়) **(Ans.)**

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
41 – 50	45.5	4
51 – 60	55.5	10
61 – 70	65.5	15
71 – 80	75.5	12
81 – 90	85.5	6
91 – 100	95.5	3

এখন, ছক কাগজের x অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে গণসংখ্যা 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 35.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▸ ১১ দশম শ্রেণির নির্বাচনি পরীক্ষায় 32 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ :

72, 48, 37, 56, 67, 74, 82, 36, 45, 42, 66, 55, 72, 86, 51, 69, 77, 91, 62, 79, 38, 53, 60, 74, 58, 65, 72, 73, 56, 42, 85, 54.

ক. শ্রেণিব্যাপ্তি 7 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক উপাত্তের সর্বোচ্চ মান 91 এবং সর্বনিম্ন মান 36

$\therefore$ পরিসর = (91 – 36) + 1 = 55 + 1 = 56

শ্রেণিব্যাপ্তি 7 ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{56}{7}$ = 8টি

নিম্নে শ্রেণিব্যাপ্তি 7 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা
36 – 42	卌	5
43 – 49	||	2
50 – 56	卌|	6
57 – 63	|||	3
64 – 70	||||	4
71 – 77	卌||	7
78 – 84	||	2
85 – 91	|||	3
		n = 32

খ 'ক' হতে প্রাপ্ত সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা f_i	মধ্যবিন্দু x_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
36 – 42	5	39	– 3	– 15
43 – 49	2	46	– 2	– 4
50 – 56	6	53	– 1	– 6
57 – 63	3	60→ a	0	0
64 – 70	4	67	1	4
71 – 77	7	74	2	14
78 – 84	2	81	3	6
85 – 91	3	88	4	12
	n = 32			$\Sigma f_iu_i = 11$

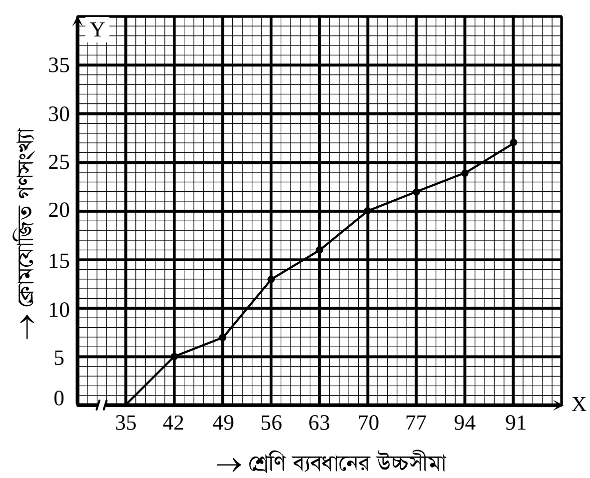
$\therefore$ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_iu_i}{n} \times h = 60 + \left(\frac{11}{32}\right) \times 7$

$= 60 + 2.41 = 62.41$ **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
36 – 42	5	5
43 – 49	2	7
50 – 56	6	13
57 – 63	3	16
64 – 70	4	20
71 – 77	7	27
78 – 84	2	29
85 – 91	3	32

x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের 1 ঘরকে শ্রেণিব্যাপ্তির উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 33 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : অজিভ রেখা

চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২৪

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : 1 0 9

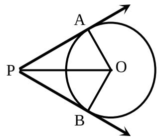
সময় : ৩০ মিনিট **পূর্ণমান : ৩০**

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১। **একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা 3 মিটার বেশি এবং পরিসীমা 30 মিটার হলে আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ কত মিটার?**
ক 6 খ 9 গ 18 ঘ 36

□ **উদ্দীপকের চিত্রের আলোকে ২ ও ৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



OP = 13 সেন্টিমিটার, $\angle OPB = 30°$

২। **OA = 5 সেন্টিমিটার হলে PA এর দৈর্ঘ্য কত সেন্টিমিটার?**
ক 9 খ 10 গ 12 ঘ 15

৩। **ΔOBP এর ক্ষেত্রফল কত?**
ক 30 সেন্টিমিটার খ 40 সেন্টিমিটার
গ 30 বর্গ সেন্টিমিটার ঘ 40 বর্গ সেন্টিমিটার

৪। **পরীক্ষার নম্বর ও জনসংখ্যা কোন ধরনের চলক?**
ক বিচ্ছিন্ন চলক খ অবিচ্ছিন্ন চলক
গ বাস্তব চলক ঘ অবিন্যস্ত চলক

□ **উদ্দীপকের আলোকে ৫ ও ৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

শ্রেণি	31–40	41–50	51–60	61–70	71–80
গণসংখ্যা	5	8	12	9	6

৫। **প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান কত?**
ক 45.5 খ 55.5 গ 65.5 ঘ 75.5

৬। **মধ্যক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে–**
i. $\frac{n}{2} = 20$ ii. $f_m = 12$ iii. $F_c = 25$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৭। **x ও y অক্ষ হতে যথাক্রমে 3 ও 4 একক দূরে অবস্থিত যে বিন্দুটি ৩য় চতুর্ভাগে অবস্থিত তার স্থানাঙ্ক কত?**
ক (3, 4) খ (3, – 4) গ (– 3, 4) ঘ (– 3, – 4)
সঠিক উত্তর : (– 4, – 3)

৮। **$\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে $\cot\theta$ এর মান কত?**
ক $\frac{2}{3}$ খ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ গ $\sqrt{3}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

৯। **1 – 1 + 1 – 1 + ... ধারাটির–**
i. 2n + 1 সংখ্যক পদের সমষ্টি 1 ii. (2n + 2) তম পদ = – 1 iii. পদসংখ্যা অসীম
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১০। **$x^4 - 5x^2 + 1 = 0$ হলে $x + \frac{1}{x}$ এর মান কত?**
ক 7 খ 3 গ $\sqrt{7}$ ঘ $\sqrt{3}$

১১। **$f(y) = \frac{1 + y^2 + y^3}{y^2}$ হলে $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ এর মান কত?**
ক $\frac{9}{32}$ খ $\frac{9}{2}$ গ 5 ঘ 20

১২। **নিচের কোনটি ফাঁকা সেট?**
ক {x ∈ N : x মৌলিক সংখ্যা, 23 < x < 29}
খ {x ∈ N : x মৌলিক সংখ্যা, 11 < x < 19}
গ {x ∈ N : 23 < x < 25} ঘ {x ∈ Z : 11 < x < 19}

১৩। **$\frac{1}{a} = 3 + 2\sqrt{2}$ হলে $a - \frac{1}{a}$ এর মান কত?**
ক $-4\sqrt{2}$ খ – 4 গ 0 ঘ $4\sqrt{2}$

১৪। **$x^2 - \sqrt{2}x + 1 = 0$ হলে–**
i. $x + \frac{1}{x} = \sqrt{2}$ ii. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 0$ iii. $x^3 + \frac{1}{x^3} = -\sqrt{2}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৫। **$(3^{-1} \div 9^{-1}) - 1$ এর মান কত?**
ক 3 খ 3° গ 3^{-1} ঘ 3^{-2}

১৬। **0.000567 এর সাধারণ লগের পূর্ণক নিচের কোনটি?**
ক $\overline{7}$ খ $\overline{6}$ গ $\overline{5}$ ঘ $\overline{4}$

১৭। **$x^2 - x - 12 = 0$ সমীকরণের–**
i. একটি উৎপাদক x + 3 ii. ঘাত 2 iii. একটি বীজ 4
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৮। **$(x^2 - 3)^2 = 0$ সমীকরণের মূল কয়টি?**
ক 4 খ 3 গ 2 ঘ 1

১৯। **$\frac{3m + n}{n - m} = 9$ হলে m : n কত হবে?**
ক 3 : 2 খ 2 : 3 গ 1 : 3 ঘ 3 : 1

২০। **নিচের চিত্রটির মোট কতটি প্রতিসাম্য রেখা আছে?**

ক 8 খ 6 গ 4 ঘ 2

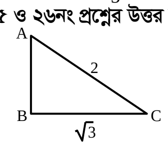
২১। **H অক্ষরটির ঘূর্ণন প্রতিসাম্য কোণ কত?**
ক 60° খ 90° গ 180° ঘ 360°

২২। **p, q, r ক্রমিক সমানুপাতি হলে–**
i. $\frac{p}{q} = \frac{q}{r}$ ii. pq = qr iii. $q^2 = pr$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২৩। **128 + 64 + 32 + ... ধারাটির কততম পদ $\frac{1}{2}$?**
ক 9 তম খ 8 তম গ 7 তম ঘ 6 তম

২৪। **2 + a + b + c + 162 গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, সাধারণ অনুপাত কত?**
ক 6 খ 3 গ $\frac{1}{3}$ ঘ $\frac{1}{6}$

□ **উদ্দীপকের আলোকে ২৫ ও ২৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

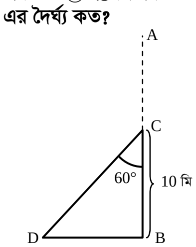


২৫। **$\angle A$ এর মান কোনটি?**
ক 90° খ 60° গ 45° ঘ 30°

২৬। **ΔABC-এ–**
i. cosA = sinC ii. $\cos A + \sec A = \frac{5}{2}$ iii. $\tan C = \frac{1}{\sqrt{3}}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২৭। **সূর্যের উন্নতি কোণ 90° হলে, কোনো গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য কত মিটার?**
ক 0 মিটার খ 30 মিটার গ 45 মিটার ঘ 90 মিটার

২৮। **চিত্রে AC = CD হলে AB এর দৈর্ঘ্য কত?**



ক 20 মিটার খ $10\sqrt{2}$ মিটার গ 30 মিটার ঘ $30\sqrt{2}$ মিটার

২৯। **3x – 5y – 7 = 0 এবং 6x – 10y – 15 = 0 সমীকরণ জোটটি–**
i. অসমঞ্জস ii. একটি মাত্র সমাধান আছে iii. পরস্পর অনির্ভরশীল
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩০। **2x – y = 8 এবং x – 2y = 4 হলে xy এর মান কত?**
ক 32 খ 16 গ 4 ঘ 0

■ **খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।**

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২৪

০১ সেট

গণিত (সৃজনশীল)

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ–বীজগণিত

১। $A = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 4\}$
$M = \{x \in Z : -3 < x < 3\}$
$N = \{x \in N : x \leq 3\}$
এবং $y^6 - 42\sqrt{6}\,y^3 + 1 = 0$.

ক. $A \times A$ নির্ণয় কর। ২

খ. $C = M \setminus N$ হলে দেখাও যে, C এর উপাদান সংখ্যা n হলে $P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n সমর্থন করে। ৪

গ. দেখাও যে, $y = \sqrt{6} + \sqrt{5}$. ৪

২। $b = 2, c = 3, d = 5, p = \sqrt{1 + a}$ এবং $q = \sqrt{1 - a}$

ক. $\log 0.0000569$ এর পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর। ২

খ. $(\log\sqrt{b^3c^3} - \log\left(\sqrt{b}\right)^{-3} - \log\sqrt{b^3d^3}) \div \frac{3}{4}\log(1.44)$ এর সরল ফল নির্ণয় কর। ৪

গ. $m^2 - \frac{2m}{a} + 1 = 0$ হলে দেখাও যে, $m = \frac{p + q}{p - q}$. ৪

৩। একটি সমান্তর ধারার 19তম পদ 74 এবং 26তম পদ 102।
একটি গুণোত্তর ধারা $\frac{1}{\sqrt{3}} + p + q + r + 3\sqrt{3}$.

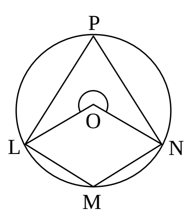
ক. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 10^2 =$ কত? ২

খ. গুণোত্তর ধারাটির p, q ও r এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের সমান্তর ধারাটির প্রথম 31টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ–জ্যামিতি

৪।



চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট $PLMN$ বৃত্তে $OL = 5$ সে. মি.

ক. চিত্রের বৃত্তটির পরিধি ও ব্যাসের অন্তর নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\angle LMN = \frac{1}{2}$ প্রবৃদ্ধ $\angle LON$. ৪

গ. উদ্দীপকের বৃত্তস্থ চতুর্ভুজটির PM ও LN কর্ণদ্বয় পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle MON + \angle LOP = 2\angle MEN$. ৪

৫। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3.5 সে. মি., 4 সে.মি. এবং 4.5 সে. মি.।

ক. উদ্দীপকের বৃহত্তম বাহুর সমান বাহুবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন কর। ২

খ. উদ্দীপকের ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. উদ্দীপকের ক্ষুদ্রতম বাহুকে ব্যাসার্ধ ধরে অঙ্কিত বৃত্তে এমন দুটি স্পর্শক আঁক যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90° হয়। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

৬। ΔPQR এর PQ এবং PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে B ও C। আবার DEF সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ এর EF অতিভুজ। A, EF এর উপর যেকোনো বিন্দু।

ক. উদ্দীপকের আলোকে ত্রিভুজ দুটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $BC \parallel QR$ এবং $BC = \frac{1}{2}QR$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AE^2 + AF^2 = 2AD^2$ ৪

গ বিভাগ–ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭। $\cos B = \sqrt{3}\sin B$ এবং
$\sqrt{3} - \sin P = \cos P$, যেখানে B, P সূক্ষ্মকোণ।

ক. $\tan 9x = \cot 9x$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\frac{\text{cosec}^2B - \sec^2B}{\sin^2B - \cos^2B}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের তথ্য অনুসারে P এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮। $\cos\theta = m - \cot\theta$,
$\cot\theta = n + \cos\theta$ এবং
$\cos(m + n) = \frac{1}{2} = \sin(m - n)$; m, n সূক্ষ্মকোণ।

ক. $\cot(90° - \theta) = \sqrt{3}$ হলে $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\left(\frac{m^2 - n^2}{4}\right)^2 = mn$. ৪

গ. দেখাও যে, $m = 45°$ এবং $n = 15°$ ৪

৯। 63 মিটার লম্বা একটি গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য $21\sqrt{3}$ মিটার। গাছটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে।

ক. $(1 - \tan^2 60°) \div (1 + \cot^2 30°) + \cos^2 30°$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. গাছটি কত উঁচুতে ভেঙেছিল নির্ণয় কর। ৪

গ. গাছটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ কত হ্রাস পেলে গাছটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $42\sqrt{3}$ মিটার বৃদ্ধি পাবে? ৪

ঘ বিভাগ–পরিসংখ্যান

১০। দশম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিচে দেয়া হলো :
70, 55, 30, 70, 80, 75, 100, 75, 85, 90, 35, 85, 45, 65, 55, 60, 50, 40, 45, 35, 80, 85, 95, 70, 60, 70, 75, 100, 40, 65, 95, 60, 40, 45, 55.

ক. উদ্দীপকের তথ্যের পরিসর নির্ণয় কর। ২

খ. শ্রেণি ব্যবধান 6 ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত উপাত্ত হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

১১। নিচের গণসংখ্যা নিবেশন সারণিটি লক্ষ্য কর :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
গণসংখ্যা	4	9	15	12	6	4

ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত নিবেশনের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর																														
	১	ক	২	গ	৩	গ	৪	ক	৫	ঘ	৬	ক	৭	*	৮	খ	৯	খ	১০	গ	১১	ঘ	১২	ক	১৩	ক	১৪	খ	১৫	গ
	১৬	খ	১৭	খ	১৮	ক	১৯	ঘ	২০	গ	২১	গ	২২	ঘ	২৩	ক	২৪	ঘ	২৫	ঘ	২৬	খ	২৭	ক	২৮	গ	২৯	ঘ	৩০	খ

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▶ ০১ $A = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 4\}$

$M = \{x \in Z : -3 < x < 3\}$

$N = \{x \in N : x \leq 3\}$

এবং $y^6 - 42\sqrt{6}\,y^3 + 1 = 0.$

ক. $A \times A$ নির্ণয় কর। ২

খ. $C = M \setminus N$ হলে দেখাও যে, C এর উপাদান সংখ্যা n হলে $P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n সমর্থন করে। ৪

গ. দেখাও যে, $y = \sqrt{6} + \sqrt{5}.$ ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, A = {x : x মৌলিক সংখ্যা এবং x < 4}

4 অপেক্ষা ছোট মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো : 2, 3

$\therefore A = \{2, 3\}$

$A \times A = \{2, 3\} \times (2, 3\}$

$= \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $M = \{x \in z \;\; -3 < x < 3\}$

$= \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$N = \{x \in N : x \leq 3\}$

$= \{1, 2, 3\}$

$C = M/N = \{-2, -1, 0, 1, 2, 1\} \setminus \{1, 2, 3\} = \{-2, -1, 0\}$

$\therefore$ p (c) = {{– 2, – 1, 0}, {– 2, – 1}, {–2, 0}, {– 1, 0}, {– 2}, {– 1}, {0}, ∅}

এখানে, C এর উপাদান সংখ্যা, n = 3

এবং p(c) এর উপাদান সংখ্যা $= 8 = 2^3 = 2^n$.

অতএব, p(c) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে।

গ দেওয়া আছে, $y^6 - 42\sqrt{6}\,y^3 + 1 = 0$

বা, $(y^3)^2 - 2.\,y^3.\,21\sqrt{16} + (21\sqrt{6})^2 + 1 = (21\sqrt{6})^2$

বা, $(y^3 - 21\sqrt{6})^2 = 2646 - 1$

বা, $y^3 - 21\sqrt{6} = \sqrt{2645}$

বা, $y^3 = 21\sqrt{6} + 23\sqrt{5}$

বা, $y^3 = 6\sqrt{6} + 18\sqrt{5} + 15\sqrt{6} + 5\sqrt{5}$

বা, $y^3 = (\sqrt{6})^3 + 3(\sqrt{6})^2.\sqrt{5} + 3.\sqrt{6}.(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^3$

বা, $y^3 = (\sqrt{6} + \sqrt{5})^3$

$\therefore y = \sqrt{6} + \sqrt{5}.$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ০২ $b = 2, c = 3, d = 5, p = \sqrt{1 + a}$ এবং $q = \sqrt{1 - a}$

ক. log 0.0000569 এর পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর। ২

খ. $(\log\sqrt{b^3c^3} - \log\left(\sqrt{b}\right)^{-3} - \log\sqrt{b^3d^3}) \div \frac{3}{4}\log(1.44)$ এর সরল ফল নির্ণয় কর। ৪

গ. $m^2 - \frac{2m}{a} + 1 = 0$ হলে দেখাও যে, $m = \frac{p+q}{p-q}.$ ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক log (0.0000569)

$= \log(5.69 \times 10^{-5}) = \log 5.69 - 5$

সংখ্যাটির লগের পূর্ণক $= -5$ বা $\bar{5}$

সংখ্যাটির লগের অংশ = log5.69 = 0.75511 **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, b = 2, c = 3, d = 5.

প্রদত্ত রাশি $= (\log\sqrt{b^3c^3} - \log(\sqrt{b})^{-3} - \log\sqrt{b^3d^3} \div \log 1.44$

$$= \left[\frac{\log\sqrt{(bc)^3} - \log(b)^{-\frac{3}{2}} - \log\sqrt{(bd)^3}}{\frac{3}{4}\log 1.44}\right]$$

$$= \left[\frac{\log(2.3)^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2}\log 2 - \log(2.5)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}.\frac{1}{2}\log\frac{144}{100}}\right]$$

$$= \frac{2}{3}\left[\frac{\frac{3}{2}\log_6 + \frac{3}{2}\log_2 - \frac{3}{2}\log_{10}}{\log\left(\frac{36}{25}\right)^{\frac{1}{2}}}\right]$$

$$= \frac{2}{3}\left[\frac{\frac{3}{2}(\log 6 + \log 2 - \log 10)}{\log\sqrt{\frac{36}{25}}}\right]$$

$$= \frac{2}{3}\left[\frac{\frac{3}{2}\log\left(\frac{6 \times 2}{10}\right)}{\log\frac{6}{5}}\right]$$

$$= \frac{2}{3}\left[\frac{\frac{3}{2}\log\frac{6}{5}}{\log\frac{6}{5}}\right]$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{3}{2}$$

$$= 1$$

$\therefore$ নির্ণেয় সরলফল 1. **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $p = \sqrt{1+a}$ এবং $q = \sqrt{1-a}$

এবং $m^2 - \frac{2m}{a} + 1 = 0$

বা, $m^2 + 1 = \frac{2m}{a}$

বা, $\frac{m^2+1}{2m} = \frac{1}{a}$

বা, $\frac{m^2+1+2m}{m^2+1-2m} = \frac{1+a}{1-a}$ [যোজন-বিয়োজন]

বা, $\frac{(m+1)^2}{(m-1)^2} = \frac{1+a}{1-a}$

বা, $\frac{m+1+m-1}{m+1-m+1} = \frac{\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}}$ [যোজন বিয়োজ করে]

বা, $\frac{2m}{2} = \frac{p+q}{p-q}$

বা, $m = \frac{p+q}{p-q}$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ০৩ একটি সমান্তর ধারার 19তম পদ 74 এবং 26তম পদ 102। একটি গুণোত্তর ধারা $\frac{1}{\sqrt{3}} + p + q + r + 3\sqrt{3}$.

ক. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 10^2 =$ কত? ২

খ. গুণোত্তর ধারাটির p, q ও r এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের সমান্তর ধারাটির প্রথম 31টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$\therefore 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + 10^2 = \frac{10(10+1)(2.10+1)}{6}$

$= \frac{10 \times 11 \times 21}{6}$

$= 385$ **(Ans.)**

খ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা : $\frac{1}{\sqrt{3}} + p + q + r + 3\sqrt{3}$

মনে করি,

ধারাটির ১ম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$

এবং সাধারণ অনুপাত $= k$

$\therefore$ ধারাটির 5তম পদ $= ak^{5-1} = ak^4$

প্রশ্নমতে, $ak^4 = 3\sqrt{3}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} k^4 = 3\sqrt{3} \times \sqrt{3}$

বা, $k^4 = 9 = (\sqrt{3})^4$

$\therefore k = \sqrt{3}$

$\therefore$ ধারাটির ২য় পদ $= ak^{2-1}$

বা, $p = ak$

বা, $p = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3}$

$\therefore p = 1$

ধারাটির ৩য় পদ $= ak^{3-1}$

বা, $q = ak^2$

বা, $q = \frac{1}{\sqrt{3}} \times (\sqrt{3})^2$

$\therefore q = \sqrt{3}$

ধারাটির ৪র্থ পদ $= ak^{4-1}$

বা, $r = ak^3$

বা, $r = \frac{1}{\sqrt{3}} \times (\sqrt{3})^3$

$\therefore r = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় $p = 1$, $q = \sqrt{3}$, $r = 3$. **(Ans.)**

গ ধরি, সমান্তর ধারাটির ১ম পদ $= a$

এবং সাধারণ অন্তর $= d$

$\therefore$ 19 তম পদ $= a + (19-1)d$

$= a + 18d$

এবং 26 তম পদ $= a + (26-1)d$

$= a + 25d$

প্রশ্নমতে,

$a + 18d = 74$ ……………… (i)

$a + 25d = 102$ ……………. (ii)

(ii) থেকে (i) বিয়োগ করি,

$$\begin{array}{rcl} a + 25d &=& 102 \\ a + 18d &=& 74 \\ (-)\ (-) & & (-) \\ \hline 7d &=& 28 \end{array}$$

বা, $d = \frac{28}{7}$

$\therefore d = 4$

(i) নং এ $d = 4$ বসিয়ে পাই,

$a + 18 \times 4 = 74$

বা, $a = 74 - 72$

$\therefore a = 2$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 31টি পদের সমষ্টি $= \frac{31}{2}\{2 \times 2 + (31-1) \times 4\}$

$= \frac{31}{2}\{4 + 30 \times 4\}$

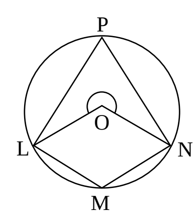
$= \frac{31}{2}(4 + 120)$

$= \frac{31}{2} \times 124$

$= 31 \times 62$

$= 1922$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৪



চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট $PLMN$ বৃত্তে $OL = 5$ সে. মি.

ক. চিত্রের বৃত্তটির পরিধি ও ব্যাসের অন্তর নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\angle LMN = \frac{1}{2}$ প্রবৃদ্ধ $\angle LON$. ৪

গ. উদ্দীপকের বৃত্তস্থ চতুর্ভুজটির PM ও LN কর্ণদ্বয় পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle MON + \angle LOP = 2\angle MEN$. ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাস, OL = 5 সেমি.

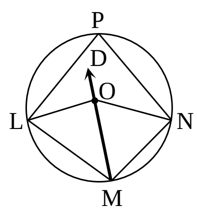
$\therefore$ বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অন্তর $= (2 \times \pi \times 5 - 2 \times 5)$ সেমি.

$= (10 \times 3.1416 - 10)$ সেমি.

$= (31.416 - 10)$ সেমি.

$= 21416$ সেমি. **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PLMN বৃত্তের একই চাপ LPN এর উপর দণ্ডায়মান $\angle LMN$ বৃত্তস্থ এবং প্রবৃদ্ধ $\angle LON$ কেন্দ্রস্থ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle LMN = \frac{1}{2}$ প্রবৃদ্ধ $\angle LON$।

অঙ্কন : কেন্দ্রগামী রেখাংশ MD অঙ্কন করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ΔMOL-এর বহিঃস্থ কোণ $\angle LOD = \angle LMO + \angle MLO$

[বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত দুই কোণের সমষ্টির সমান]

ধাপ-২ : ΔMOL-এ

OM = OL [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \angle LMO = \angle MLO$

ধাপ-৩ : ধাপ-(১) ও (২) থেকে পাই,

$\angle LOD = 2\angle LMO$

ধাপ-৪ : একইভাবে ΔMON থেকে পাই,

$\angle NOD = 2\angle NMO$

ধাপ-৫ : ধাপ-(৩) ও (৪) থেকে

$\angle LOD + \angle NOD = 2\angle LMO + 2\angle NMO$

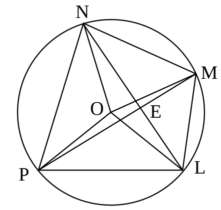
বা, প্রবৃদ্ধ $\angle LON = 2(\angle LMO + \angle NMO)$

বা, প্রবৃদ্ধ $\angle LON = 2\angle LMN$

বা, $\angle LMN = \frac{1}{2}$ প্রবৃদ্ধ $\angle LON$

$\therefore \angle LMN = \frac{1}{2}$ প্রবৃদ্ধ $\angle LON$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তে PLMN একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। ইহার PM , LN কর্ণদ্বয় E বিন্দুতে ছেদ করেছে। P, O যোগ করা হলো।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle MON + \angle LOP = 2\angle MEN$.

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ΔPEN-এ বহিঃস্থ $\angle MEN =$ অন্তঃস্থ $(NPE + \angle ENP)$

[ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

অর্থাৎ, $\angle MEN = \angle NPM + \angle LNP$

ধাপ-২ : আবার, NM চাপের ওপর অবস্থিত $\angle NPM$ বৃত্তস্থ কোণ এবং $\angle MON$ কেন্দ্রস্থ কোণ।

$\therefore \angle MON = 2\angle NPM$

ধাপ-৩ : আবার, LP চাপের ওপর অবস্থিত $\angle LNP$ বৃত্তস্থ কোণ এবং $\angle LOP$ কেন্দ্রস্থ কোণ।

$\therefore \angle LOP = 2\angle LNP$

ধাপ-৪ : $\angle MON + \angle LOP$

$= 2\angle NPM + 2\angle LNP$

$= 2(\angle NPM + \angle LNP)$

$= 2\angle MEN$ [ধাপ-১ থেকে]

$\therefore \angle MON + \angle LOP = 2\angle MEN$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৫ একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3.5 সে. মি., 4 সে.মি. এবং 4.5 সে. মি.।

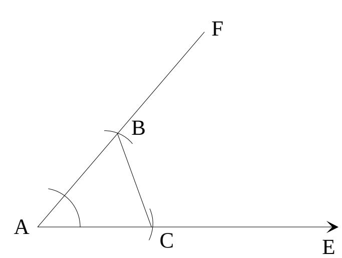
ক. উদ্দীপকের বৃহত্তম বাহুর সমান বাহুবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন কর। ২

খ. উদ্দীপকের ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. উদ্দীপকের ক্ষুদ্রতম বাহুকে ব্যাসার্ধ ধরে অঙ্কিত বৃত্তে এমন দুটি স্পর্শক আঁক যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90° হয়। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহু a = 4.5 সে.মি. দেওয়া আছে। সমবাহু ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যে কোনো রশ্মি AE হতে a এর সমান করে AC অংশ কেটে নিই।

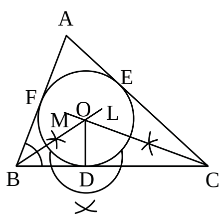
২. AC এর A বিন্দুতে 60° কোণের সমান করে ∠CAF অঙ্কন করি।

৩. এখন AF রেখা হতে a এর সমান করে AB অংশ কেটে নিই।

৪. B ও C যোগ করি।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ।

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, a = 3.5 সে. মি., b = 4 সে. মি. এবং c = 4.5 সে. মি. বাহুবিশিষ্ট ABC একটি ত্রিভুজ। ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ, ΔABC এর ভেতরে এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা BC, CA ও AB বাহু তিনটির প্রত্যেকটিকে স্পর্শ করে।

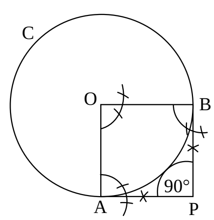
অঙ্কন :

১. ∠ABC ও ∠ACB এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে BL ও CM আঁকি। মনে করি, তারা O বিন্দুতে ছেদ করে।

২. O থেকে BC এর উপর OD লম্ব আঁকি এবং মনে করি, তা BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. O কে কেন্দ্র করে OD এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে, এ বৃত্তটিই নির্ণেয় অন্তর্বৃত্ত।

গ



মনে করি, $\frac{3.5}{2}$ = 1.75 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত, যার কেন্দ্র O. উক্ত বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক আঁকতে হবে যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90°।

অঙ্কনের বিবরণ :

১. OA = 4 সে.মি. ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি এবং ∠AOB = 90° আঁকি। OB রেখাংশ বৃত্তটিকে B বিন্দুতে ছেদ করেছে।

২. এখন, OA এর A বিন্দুতে AP এবং OB এর B বিন্দুতে BP লম্ব আঁকি। মনে করি, AP ও BP লম্বদ্বয় পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। তাহলে, AP ও BP ই উদ্দিষ্ট স্পর্শকদ্বয় যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90°।

প্রশ্ন ▸ ০৬ Δ*PQR* এর *PQ* এবং *PR* এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে *B* ও *C*। আবার *DEF* সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ এর *EF* অতিভুজ। *A*, *EF* এর উপর যেকোনো বিন্দু।

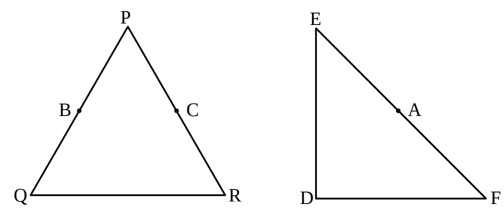
ক. উদ্দীপকের আলোকে ত্রিভুজ দুটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $BC \parallel QR$ এবং $BC = \frac{1}{2}QR$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AE^2 + AF^2 = 2AD^2$ ৪

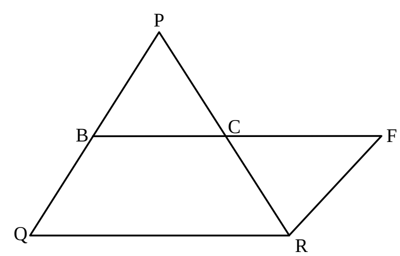
৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক



১ম চিত্রে, PQR ত্রিভুজের PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে B ও C এবং ২য় চিত্রে DEF সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অতিভুজ EF এর উপর যেকোনো বিন্দু A।

খ



দেওয়া আছে, ΔPQR এর PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে B ও C এবং PQ > PR। B, C যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, BC ∥ QR এবং BC = $\frac{1}{2}$ QR.

অঙ্কন : BC কে F পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন CF = BC হয়। R, F যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : ΔPBC ও ΔRCF এর মধ্যে

PC = CR	[PR এর মধ্যবিন্দু C]
BC = CF	[অঙ্কনানুসারে]
∠PCB = ∠RCF	[বিপ্রতীপ কোণ]
ΔPBC ≅ ΔRCF	[বাহু- কোণ-বাহু উপপাদ্য]
∴ ∠PBC = ∠CFR	
এবং ∠BPC = ∠CRF	[একান্তর কোণ]

∴ BP ∥ RF বা, PQ ∥ RF

আবার, QB = PB = RF এবং QB ∥ RF

সুতরাং QBFR একটি সামান্তরিক।

∴ BF ∥ QR বা BC ∥ QR

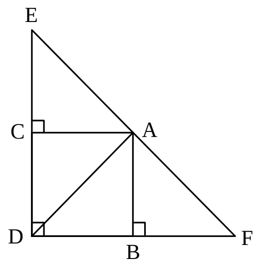
ধাপ ২ : আবার, BF = QR

বা, BC + CF = QR	[∵ BF = BC + CF]
বা, BC + BC = QR	[ধাপ (১) থেকে]

বা, 2BC = QR বা, BC = $\frac{1}{2}$ QR

সুতরাং BC ∥ QR এবং BC = $\frac{1}{2}$ QR. **(প্রমাণিত)**

গ



DEF সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের $\angle D = 90°$ এবং অতিভুজ EF এর উপর A যে কোন একটি বিন্দু। A, D যোগ করি।

দেখাতে হবে যে, $AE^2 + AF^2 = 2AD^2$

অঙ্কন : A বিন্দু থেকে DE এবং DF বাহুর উপর যথাক্রমে AC এবং AB লম্ব টানি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : ΔDEF-এর, $\angle D = 90°$

এবং $\angle E = \angle F = 45°$ $[\because DF = DE]$

এখন, ΔABF-এর, $\angle B = 90°$ $[\because AB \perp DF]$

সুতরাং $\angle BAF = \angle BFA = 45°$

$\therefore FB = AB$

একইভাবে, AEC সমকোণী ত্রিভুজে, AC = EC

ধাপ ২ : সমকোণী ΔABF হতে পাই,

$AF^2 = AB^2 + FB^2$

$= AB^2 + AB^2$ $[\because AB = FB]$

$\therefore AF^2 = 2AB^2$

ধাপ ৩ : আবার, সমকোণী ΔAEC হতে পাই,

$AE^2 = EC^2 + AC^2$

$= AC^2 + AC^2$ $[\because EC = AC]$

$\therefore AE^2 = 2AC^2$

ধাপ ৪ : এখন,

$AF^2 + AE^2 = 2AB^2 + 2AC^2$ [ধাপ (২) ও ধাপ (৩) হতে]

$= 2(AB^2 + AC^2)$

ধাপ ৫ : আবার, ABCD একটি আয়ত।

$[\because AB \perp DF$ এবং $AC \perp DE]$

$\therefore AC = BD$ [আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান]

$\therefore AE^2 + AF^2 = 2(AB^2 + BD^2)$ [ধাপ (৪) হতে]

ধাপ ৬ : আবার, সমকোণী ΔABD হতে পাই,

$AD^2 = AB^2 + DB^2$

$AF^2 + AE^2 = 2AD^2$ [ধাপ (৫) হতে]

$\therefore AE^2 + AF^2 = 2AD^2$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৭ $\cos B = \sqrt{3} \sin B$ এবং

$\sqrt{3} - \sin P = \cos P$, যেখানে B, P সূক্ষ্মকোণ।

ক. $\tan 9x = \cot 9x$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\dfrac{\text{cosec}^2 B - \sec^2 B}{\sin^2 B - \cos^2 B}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের তথ্য অনুসারে P এর মান নির্ণয় কর। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan 9x = \cot 9x$

বা, $\dfrac{\sin 9x}{\cot 9x} = \dfrac{\cot 9x}{\sin 9x}$

বা, $\sin^2 9x = \cos^2 9x$

বা, $\sin^2 9x = 1 - \sin^2 9x$

বা, $2\sin^2 9x = 1$

বা, $\sin^2 9x = \dfrac{1}{2}$

বা, $\sin 9x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\sin 9x = \sin 45°$

বা, $9x = 45°$

বা, $x = \dfrac{45°}{9}$

$\therefore x = 5°$

$\therefore$ নির্ণেয় মান 5°।

খ দেওয়া আছে, $\cos B = \sqrt{3} \sin B$

বা, $\dfrac{\cos B}{\sin B} = \sqrt{3}$

বা, $\cot B = \sqrt{3}$

বা, $\dfrac{1}{\tan B} = \sqrt{3}$

$\therefore \tan B = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= \dfrac{\text{cosec}^2 B - \sec^2 B}{\sec^2 B + \text{cosec}^2 B}$

$= \dfrac{(1 + \cot^2 B) - (1 + \tan^2 B)}{(1 + \cot^2 B) + (1 + \tan^2 B)}$ $\left[\because \text{cosec}^2 B = 1 + \cot^2 B \text{ এবং } \sec^2 B = 1 + \tan^2 B\right]$

$= \dfrac{\{1 + (\sqrt{3})^2\} - \left\{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right\}}{\{1 + (\sqrt{3})^2\} + \left\{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right\}}$ $[\because \tan B = \frac{1}{\sqrt{3}}$ এবং $\cot B = \sqrt{3}]$

$= \dfrac{(1 + 3) - \left(1 + \frac{1}{3}\right)}{(1 + 3) + \left(1 + \frac{1}{3}\right)}$

$= \dfrac{1 + 3 - 1 - \frac{1}{3}}{1 + 3 + 1 + \frac{1}{3}}$

$= \dfrac{3 - \frac{1}{3}}{5 + \frac{1}{3}}$

$= \dfrac{\frac{9 - 1}{3}}{\frac{15 + 1}{3}}$

$= \dfrac{\frac{8}{3}}{\frac{16}{3}}$

$= \dfrac{8}{3} \times \dfrac{3}{16} = \dfrac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= \dfrac{1}{2}$. **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

$\sqrt{2} - \sin P = \cos P$

বা, $\sin P = \sqrt{2} - \cos P$

বা, $\sin^2 P = (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2}\cos P + \cos^2 P$ [বর্গ করে]

বা, $\sin^2 P = 2 - 2\sqrt{2}\cos P + \cos^2 P$

বা, $1 - \cos^2 P = 2 - 2\sqrt{2}\cos P + \cos^2 P$

বা, $2\cos^2 P - 2\sqrt{2}\cos P + 1 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos P)^2 - 2\sqrt{2}\cos P \,.\, 1 + 1^2 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos P - 1)^2 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos P - 1 = 0$

বা, $\cos P = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\cos P = \cos 45°$

$\therefore$ $P = 45°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৮ $\cos\theta = m - \cot\theta$, $\cot\theta = n + \cos\theta$ এবং $\cos(m + n) = \frac{1}{2} = \sin(m - n)$; m, n সূক্ষ্মকোণ।

ক. $\cot(90° - \theta) = \sqrt{3}$ হলে $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\left(\frac{m^2 - n^2}{4}\right)^2 = mn$. ৪

গ. দেখাও যে, $m = 45°$ এবং $n = 15°$ ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\cot(90° - \theta) = \sqrt{3} = \cot 30°$

বা, $90° - \theta = 30°$

বা, $\theta = 90° - 30° = 60°$

$\therefore \sin\theta = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $\cos\theta = m - \cot\theta$

বা, $n = \cot\theta + \cos\theta$

আবার, $\cot\theta = n + \cos\theta$

বা, $n = \cot\theta - \cos\theta$

$\therefore$ $(m^2 - n^2)^2 = \{(\cot\theta + \cos\theta)^2 - (\cot\theta - \cos\theta)^2\}^2$

[m ও n এর মান বসিয়ে]

বা, $(m^2 - n^2)^2 = (4\cot\theta \,.\, \cos\theta)^2$

[$\because (a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$]

বা, $(m^2 - n^2)^2 = 16(\cot^2\theta \,.\cos^2\theta)$

বা, $(m^2 - n^2)^2 = 16\{\cot^2\theta\,(1 - \sin^2\theta)\}$

বা, $(m^2 - n^2)^2 = 16(\cot^2\theta - \cot^2\theta \,.\, \sin^2\theta)$

বা, $(m^2 - n^2)^2 = 16\left(\cot^2\theta - \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} \,.\, \sin^2\theta\right)$

বা, $(m^2 - n^2)^2 = 16(\cot^2\theta - \cos^2\theta)$

বা, $(m^2 - n^2)^2 = 16(\cot\theta + \cos\theta)(\cot\theta - \cos\theta)$

বা, $(m^2 - n^2)^2 = 16mn$

[m ও n এর মান বসিয়ে]

$\therefore \left(\frac{m^2 - n^2}{4}\right)^2 = mn$. **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে,

$2\cos(m + n) = 1 = 2\sin(m - n)$

সুতরাং $2\cos(m + n) = 1$

বা, $\cos(m + n) = \frac{1}{2}$

বা, $\cos(m + n) = \cos 60°$ [$\because \cos 60° = \frac{1}{2}$]

$\therefore m + n = 60°$ .... (i)

আবার,

$2\sin(m - n) = 1$

বা, $\sin(m - n) = \frac{1}{2}$

বা, $\sin(m - n) = \sin 30°$

$\therefore m - n = 30°$ .... (ii)

(i) নং ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$m + n + m - n = 60° + 30°$

বা, $2m = 90°$

বা, $m = \frac{90°}{2}$

$\therefore m = 45°$

(i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$m + n - m + n = 60° - 30°$

বা, $2n = 30°$

বা, $n = \frac{30°}{2}$

$\therefore n = 15°$

সুতরাং $m = 45°$ এবং $n = 15°$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ০৯ 63 মিটার লম্বা একটি গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য $21\sqrt{3}$ মিটার। গাছটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে।

ক. $(1 - \tan^2 60°) \div (1 + \cot^2 30°) + \cos^2 30°$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. গাছটি কত উঁচুতে ভেঙেছিল নির্ণয় কর। ৪

গ. গাছটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ কত হ্রাস পেলে গাছটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $42\sqrt{3}$ মিটার বৃদ্ধি পাবে? ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= (1 - \tan^2 60°) + (1 + \cot^2 30°) + \cos^2 30°$

$= \left\{1 - (\sqrt{3})^2\right\} + \left\{1 + (\sqrt{3})^2\right\} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

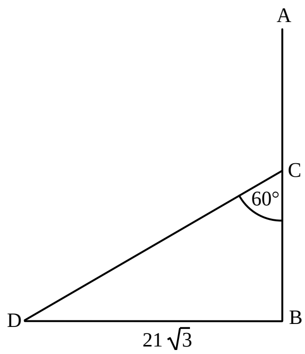
$= (1 - 3) + (1 + 3) + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= -2 + 4 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{4 + \sqrt{3}}{2}$ **(Ans.)**

খ



মনে করি, গাছটি BC উচ্চতায় C বিন্দুতে ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে দণ্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 60°$ কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে $BD = 21\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

এখানে,

BCD সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{21\sqrt{3}}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{21\sqrt{3}}{BC}$

বা, $\sqrt{3}BC = 21\sqrt{3}$

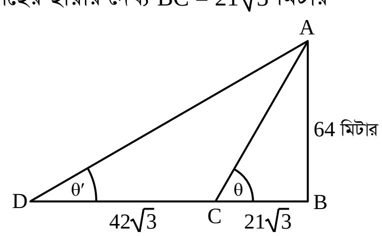
বা, $BC = \frac{21\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

বা, $BC = 21$

$\therefore$ গাছটি 21 মিটার উঁচুতে ভেঙেছিল।

গ দেওয়া আছে, গাছটির উচ্চতা, $AB = 63$ মিটার।

এবং গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য $BC = 21\sqrt{3}$ মিটার



এখন, ΔABC-এ

$\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan\theta = \frac{63}{21\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} = \tan 60°$

$\therefore \theta = 60°$

আবার, ΔADB-এ

$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan\theta' = \frac{63}{BC + CD} = \frac{63}{21\sqrt{3} + 42\sqrt{3}} = \frac{63}{63\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30°$

$\therefore \theta' = 30°$.

$\therefore$ গাছটির শীর্ষবিন্দুতে উন্নতি কোণ হ্রাস পাবে $= (\theta' - 0)$

$= 60° - 30°$

$= 30°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ দশম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিচে দেয়া হলো :

70, 55, 30, 70, 80, 75, 100, 75, 85, 90, 35, 85, 45, 65, 55, 60, 50, 40, 45, 35, 80, 85, 95, 70, 60, 70, 75, 100, 40, 65, 95, 60, 40, 45, 55.

ক. উদ্দীপকের তথ্যের পরিসর নির্ণয় কর। ২

খ. শ্রেণি ব্যবধান 6 ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত উপাত্ত হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, উপাত্তগুলো সর্বোচ্চ নম্বর = 100

এবং সর্বনিম্ন নম্বর = 30

$\therefore$ পরিসর = (100 – 30) + 1 = 70 + 1 = 71

খ শ্রেণিব্যবধান 6 ধরলে শ্রেণিসংখ্যা $= \frac{71}{6} = 11.83 \approx 12$ টি

$\therefore$ নির্ণেয় শ্রেণিসংখ্যা 12 টি।

গণসংখ্যার সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
29 – 34	|	1	1
35 – 40	卌	5	6
41 – 46	|||	3	9
47 – 52	|	1	10
53 – 58	|||	3	13
59 – 64	|||	3	16
65 – 70	卌|	6	22
71 – 76	|||	3	25
77 – 82	||	2	27
83 – 88	|||	3	30
89 – 94	|	1	31
95 – 100	||||	4	35
	মোট	n = 35	

এখানে, $\frac{n+1}{2} = \frac{35+1}{2} = \frac{36}{2} = 18$; অর্থাৎ 18-তম পদ (65 – 70) শ্রেণিতে মধ্যক অবস্থিত।

সুতরাং $L = 65, F_c = 16, f_m = 6, h = 6$

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 65 + (17.5 - 16) \times \frac{6}{6}$

$= 65 + 1.5$

$= 66.5$

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যক 66.5।

গ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা f_i	শ্রেণি মধ্যমান x_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
29 – 34	1	31.5	– 6	– 6
35 – 40	5	37.5	– 5	– 25
41 – 46	3	43.5	– 4	– 12
47 – 52	1	49.5	– 3	– 3
53 – 58	3	55.5	– 2	– 6
59 – 64	3	61.5	– 1	– 3
65 – 70	6	67.5← a	0	0
71 – 76	3	73.5	1	3
77 – 82	2	79.5	2	4
83 – 88	3	85.5	3	9
89 – 94	1	91.5	4	4
95 – 100	4	97.5	5	20
	n = 35			$\Sigma f_iu_i = -15$

∴ গাণিতিক গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

$= 67.5 + \frac{-15}{35} \times 6$

$= 67.5 - 2.57$

$= 64.93$

∴ নির্ণেয় গড় = 64.93 **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ১১ নিচের গণসংখ্যা নিবেশন সারণিটি লক্ষ্য কর :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
গণসংখ্যা	4	9	15	12	6	4

ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত নিবেশনের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যার সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
41 – 50	4	4
51 – 60	9	13
61 – 70	15	28
71 – 80	12	40
81 – 90	6	46
91 – 100	4	50
মোট	n = 50	

এখানে, $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$; অর্থাৎ 25-তম পদ (61 – 70) শ্রেণিতে মধ্যক অবস্থিত।

∴ মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{61 + 70}{2} = 65.5$ **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা f_i	শ্রেণি মধ্যমান x_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
41 – 50	4	45.5	– 3	– 12
51 – 60	9	55.5	– 2	– 18
61 – 70	15	65.5	– 1	– 15
71 – 80	12	75.5 ← a	0	0
81 – 90	6	85.5	1	6
91 – 100	4	95.5	2	8
	n = 50			$\Sigma f_iu_i = -31$

∴ গাণিতিক গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

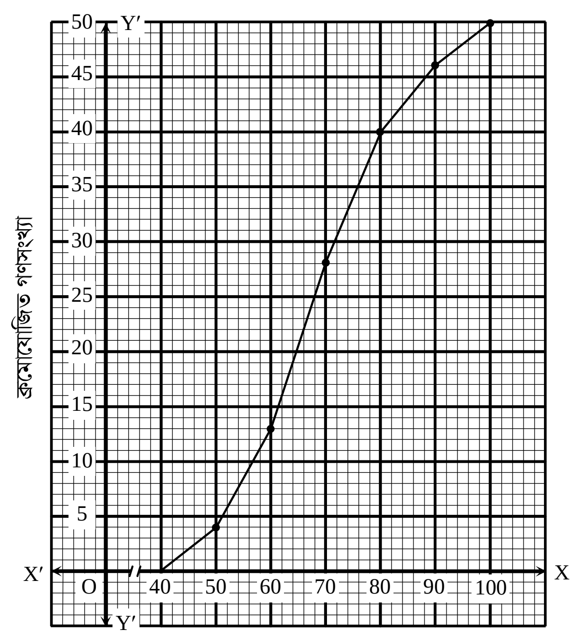
$= 75.5 + \frac{-31}{50} \times 10$

$= 75.5 - 6.2$

$= 69.3$

∴ নির্ণেয় গড় = 69.3 **(Ans.)**

গ ‘ক’ হতে প্রাপ্ত সারণি ব্যবহার করে, x অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 2 একক এবং y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 40 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



সিলেট বোর্ড-২০২৪

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ৩০ মিনিট পূর্ণমান : ৩০

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১। $\frac{1}{\sin\theta}\sqrt{\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta}$ = **কত?**

ⓚ $\sin\theta$ ⓛ $\cot\theta$ ⓜ $\text{cosec}\theta$ ⓝ $\tan\theta$

২। **0.53 এর সাধারণ ভগ্নাংশ কোনটি?**

ক $\frac{53}{90}$ খ $\frac{50}{90}$ গ $\frac{53}{100}$ ঘ $\frac{24}{45}$

৩। $x^2 = 3x$ **এর সমাধান সেট কোনটি?**

ক { } খ {0} গ {3} ঘ {0, 3}

৪। **একটি সিলিন্ডারের উচ্চতা 4 সে.মি এবং ভূমির ব্যাস 4 সে.মি. হলে–**

i. এর বক্রতলের ক্ষেত্রফল 50.27 বর্গ সে.মি.

ii. এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 75.4 বর্গ সে. মি.

iii. এর আয়তন 201.06 ঘন সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৫। $2x - 5y - 8 = 0$ **এবং** $ax + by + c = 0$ **সমীকরণদ্বয়ের তুলনায়** c **এর মান কত?**

ক – 8 খ – 8 গ 4 ঘ 8

৬। **একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 10 সে. মি. হলে এর মধ্যমার দৈর্ঘ্য কত?**

ক $5\sqrt{3}$ সে.মি. খ $3\sqrt{5}$ সে.মি. গ 75 সে.মি. ঘ 125 সে.মি.

৭। **একটি রম্বস অংকন করতে ন্যূনতম কতটি উপাত্ত প্রয়োজন?**

ক 1 খ 2 গ 3 ঘ 4

৮। **একটি বর্গক্ষেত্রের–**

i. ঘূর্ণন কোণ 90° ii. প্রতিসাম্য রেখার সংখ্যা 4

iii. ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 6

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৯। **অবনতি কোণের মান কত ডিগ্রি হলে একটি মিনারের দৈর্ঘ্য এবং ছায়ার দৈর্ঘ্য সমান হবে?**

ক 90° খ 60° গ 45° ঘ 30°

১০। **একটি গাছের উচ্চতা** $2\sqrt{3}$ **মিটার। গাছের গোড়া হতে 6 মিটার দূরে উন্নতি কোণ কত?**

ক 15° খ 30° গ 45° ঘ 60°

১১। $\sin(90 - 3\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ **হলে** θ = **কত?**

ক 15° খ 30° গ 45° ঘ 60°

১২। $\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \ldots\ldots\ldots$ **ধারাটির সপ্তম পদ নিচের কোনটি?**

ক $9\sqrt{3}$ খ 27 গ $27\sqrt{3}$ ঘ 81

১৩। **11 + 7 + 3 + ... – 49 ধারাটির—**

i. সাধারণ অন্তর – 4 ii. 9 তম পদ – 43 iii. পদসংখ্যা 16

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৪। $3x - y = 12$ **এবং** $6x - 2y = 17$ **সমীকরণদ্বয়—**

i. পরস্পর অনির্ভরশীল ii. পরস্পর সমঞ্জস

iii. এর একটিমাত্রা সমাধান আছে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৫। **দুইটি সংখ্যার অনুপাত 3 : 2 এবং এদের ল.সা.গু 42 হলে সংখ্যা দুইটির গ.সা.গু কত?**

ক 6 খ 7 গ 14 ঘ 21

১৬। $x + y = \sqrt{8}$ **এবং** $x - y = \sqrt{5}$ **হলে–**

i. xy এর মান $\frac{3}{4}$ ii. $x^2 + y^2$ এর মান $\frac{13}{2}$

iii. $x^2 - y^2$ এর মান $\sqrt{40}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৭। **একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 4 সে.মি. এবং 5 সে.মি. হলে এর পরিবৃত্তের কেন্দ্র কোথায় অবস্থিত?**

ক অতিভুজের উপর খ লম্বের উপর

গ ত্রিভুজের অভ্যন্তরে ঘ ত্রিভুজের বহির্ভাগে

১৮। $\sqrt{\frac{5}{80}}$ **কোন ধরনের সংখ্যা?**

ক স্বাভাবিক খ অমূলদ গ মূলদ ঘ মৌলিক

১৯। **একটি ক্রমিক সমানুপাতীর প্রান্তীয় রাশি দুইটি 4 এবং 16 হলে এর মধ্য সমানুপাতী কত?**

ক 6 খ 8 গ 10 ঘ 12

☐ **নিচের উদ্দীপকের আলোকে ২০ ও ২১নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

শ্রেণি ব্যাপ্তি	31 – 40	41 – 50	51 – 60	61 – 70
গণসংখ্যা	4	18	22	18

২০। **মধ্যক শ্রেণি কোনটি?**

ক 41 – 50 খ 50.5 – 60.5 গ 51 – 60 ঘ 61 – 70

২১। **উপাত্তের প্রচুরক কত?**

ক 22 খ 51 গ 55 ঘ 56

২২। $x = \sqrt{6}, y = \sqrt{3}$ **হলে** $(x - y)^2 + 2xy$ **এর মান কত?**

ক 3 খ $\sqrt{18}$ গ $2\sqrt{18}$ ঘ 9

২৩। $f(x) - x^4 - 7x^3 - 5$ **হলে** $f(-1)$ = **কত?**

ক 3 খ 1 গ – 11 ঘ – 13

২৪। $a + b = \sqrt{3}, a - b = 1$ **হলে** $4ab$ **এর মান নিচের কোনটি?**

ক 4 খ $\sqrt{3} + 1$ গ 2 ঘ $\sqrt{3} - 1$

২৫। $Q = \{1, a\}$ **হলে** $P(Q)$ **নিচের কোনটি?**

ক $\{1, a\}$ খ $\{1\}, \{a\}, \{1, a\}$

গ $\{1\}, \{a\}, \{1, a\}, \varnothing$ ঘ $\{\{1\}, \{a\}, \{1, a\}, \varnothing\}$

২৬। $\frac{64}{(64)^x} = 16$ **হলে** x **এর মান কত?**

ক 4 খ $\frac{1}{3}$ গ $\frac{-1}{3}$ ঘ – 4

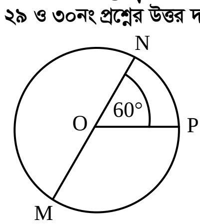
২৭। $\frac{5.3^{x+1} - 14.3^x}{3^x}$ **এর মান কত?**

ক 2 খ 1 গ – 1 ঘ – 2

২৮। **নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা?**

ক $0.\dot{5}\dot{3}$ খ 0.80 গ $\sqrt{8}$ ঘ $\sqrt{9}$

☐ **উদ্দীপকের আলোকে ২৯ ও ৩০নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে MN = 6 সে. মি.

২৯। PN **চাপের দৈর্ঘ্য কত?**

ক 3.14 সে.মি. খ 6.28 সে.মি. গ 12.57 সে.মি. ঘ 40.84 সে.মি.

৩০। **বৃত্তকলা** PON **এর ক্ষেত্রফল কত?**

ক 4.71 বর্গ সে. মি. খ 9.42 বর্গ সে. মি.

গ 18.85 বর্গ সে. মি. ঘ 40.84 বর্গ সে. মি.

■ **খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।**

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

সিলেট বোর্ড-২০২৪

গণিত (সৃজনশীল)

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ–বীজগণিত

১। $p^2 - 9 = 4\sqrt{5}$.

ক. প্রমাণ কর যে, $p = \sqrt{5} + 2$. ২

খ. $p^4 - \frac{1}{p^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $p^5 + \frac{1}{p^5} = 610\sqrt{5}$. ৪

২। একটি সমান্তর ধারার প্রথাম 6টি পদের সমষ্টি 75 এবং প্রথম 10টি পদের সমষ্টি 185 আবার একটি গুণোত্তর ধারার চতুর্থপদ $\frac{1}{16}$ এবং সপ্তম পদ $\frac{1}{128}$.

ক. 8 + 11 + 14 + ... ধারাটির কোন পদ 383, তা নির্ণয় কর। ২

খ. সমান্তর ধারাটির 17-তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 6টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩। p, q, r এবং s ক্রমিক সমানুপাতিক এবং $\frac{2}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

ক. দুইটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে m একক এবং n একক। তাদের কর্ণদ্বয়ের অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $(p^2 - q^2 + r^2)(q^2 - r^2 + s^2) = (pq - qr + rs)^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b} = 2, a \neq b$. ৪

খ বিভাগ–জ্যামিতি

৪। ΔABC-এ AD, BF ও CE তিনটি মধ্যমা।

ক. $AB = AC$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\Delta ABD \cong \Delta ACD$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $EF \parallel BC$ এবং $EF = \frac{1}{2} BC$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AD + BF + CE < AB + BC + AC$. ৪

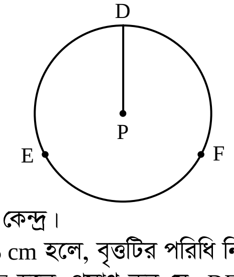
৫। একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 60°, \angle y = 45°$ এবং পরিসীমা $p = 10$ সে. মি.।

ক. রুলার ও পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle y$ আঁক। ২

খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান পরিসীমাবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

৬।



চিত্রে, P বৃত্তের কেন্দ্র।

ক. $DP = 4.5$ cm হলে, বৃত্তটির পরিধি নির্ণয় কর। ২

খ. $DE = DF$ হলে, প্রমাণ কর যে, DE ও DF, P বিন্দু হতে সমদূরবর্তী। ৪

গ. ΔDEF-এর অন্তর্বৃত্ত আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ বিভাগ–ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭। $p = \text{cosec}\theta + \cot\theta, q = \text{cosec}\theta - \cot\theta, c = \frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta - 1}$.

ক. $\theta = 30°$ হলে pq এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^2 = c$. ৪

গ. $\frac{q}{p} = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে $\sec\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮। 16 মিটার দীর্ঘ একটি মই লম্বভাবে দণ্ডায়মান একটি দেয়ালের ছাদ বরাবর ঠেস দিয়ে রাখা হলো। ফলে এটি ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করল।

ক. 5 মিটার উচ্চতার একটি খুটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $5\sqrt{3}$ মিটার হলে সূর্যের উন্নতি কোণ নির্ণয় কর। ২

খ. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ উদ্দীপকের আলোকে আনুপাতিক চিত্র এঁকে দেয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. দেয়ালের সাথে ঠেস দিয়ে রাখা অবস্থায় মইটিকে পূর্বের অবস্থান থেকে ভূমি বরাবর আর কতদূর সরালে মইটি ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করবে তা নির্ণয় কর। ৪

৯। সামান্তরিক আকৃতি একটি জমির সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 45 মিটার এবং 39 মিটার। জমিটির ক্ষুদ্রতর কর্ণের দৈর্ঘ্য 42 মিটার।

ক. 54 বর্গসেমি ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট কোনো রম্বসের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 9 সেমি হলে অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. বৃহত্তর সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী লম্বদূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

গ. জমিটির বৃহত্তর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

ঘ বিভাগ–পরিসংখ্যান

১০। দশম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যবধান	31–40	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
গণসংখ্যা	6	8	10	12	5	7	2

ক. 10, 16, 14, 18, 26, 30, 28, 22 উপাত্তসমূহের মধ্যক নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১। কোনো শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	45–49	50–54	55–59	60–64	65–69	70–74
গণসংখ্যা	4	8	11	15	13	6

ক. প্রদত্ত সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ২

খ. সারণির মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর	১	গ	২	ঘ	৩	ঘ	৪	ক	৫	ক	৬	ক	৭	খ	৮	ক	৯	গ	১০	খ	১১	ক	১২	*	১৩	খ	১৪	ঘ	১৫	খ
	১৬	ঘ	১৭	ক	১৮	গ	১৯	খ	২০	গ	২১	ঘ	২২	ঘ	২৩	ক	২৪	গ	২৫	ঘ	২৬	খ	২৭	খ	২৮	গ	২৯	ক	৩০	ক

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▶ ০১ $p^2 - 9 = 4\sqrt{5}$.

ক. প্রমাণ কর যে, $p = \sqrt{5} + 2$. ২

খ. $p^4 - \frac{1}{p^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $p^5 + \frac{1}{p^5} = 610\sqrt{5}$. ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $p^2 - 9 = 4\sqrt{5}$

বা, $p^2 = 9 + 4\sqrt{5}$

বা, $p^2 = 5 + 4\sqrt{5} + 4$

বা, $p^2 = (\sqrt{5})^2 + 2.\sqrt{5}.2 + 2^2$

বা, $p^2 = (\sqrt{5} + 2)^2$

$\therefore p = \sqrt{5} + 2$ **(প্রমাণিত)**

খ দেওয়া আছে, $p^2 - 9 = 4\sqrt{5}$

$\therefore p^2 = 9 + 4\sqrt{5}$

$\therefore \frac{1}{p^2} = \frac{1}{9 + 4\sqrt{5}}$

$= \frac{9 - 4\sqrt{5}}{(9 + 4\sqrt{5})(9 - 4\sqrt{5})}$ [লব ও হরকে $9 - 4\sqrt{5}$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{9 - 4\sqrt{5}}{9^2 - (4\sqrt{5})^2}$

$= \frac{9 - 4\sqrt{5}}{81 - 80}$

$= 9 - 4\sqrt{5}$

$\therefore p^4 - \frac{1}{p^4} = (p^2)^2 - \left(\frac{1}{p^2}\right)^2$

$= \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)\left(p^2 - \frac{1}{p^2}\right)$

$= (9 + 4\sqrt{5} + 9 - 4\sqrt{5})(9 + 4\sqrt{5} - 9 + 4\sqrt{5})$

$= 18 \times 8\sqrt{5}$

$= 144\sqrt{5}$ **(Ans.)**

গ 'ক' হতে পাই, $p = \sqrt{5} + 2$

$\therefore \frac{1}{p} = \frac{1}{\sqrt{5} + 2}$

$= \frac{\sqrt{5} - 2}{(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2)}$ [লব ও হরকে $\sqrt{5} - 2$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{\sqrt{5} - 2}{(\sqrt{5})^2 - 2^2} = \frac{\sqrt{5} - 2}{5 - 4}$

$= \sqrt{5} - 2$

$\therefore p + \frac{1}{p} = \sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} - 2 = 2\sqrt{5}$

'খ' হতে পাই, $p^2 = 9 + 4\sqrt{5}$ এবং $\frac{1}{p^2} = 9 - 4\sqrt{5}$

$\therefore p^2 + \frac{1}{p^2} = 9 + 4\sqrt{5} + 9 - 4\sqrt{5} = 18$

এবং $p^3 + \frac{1}{p^3} = \left(p + \frac{1}{p}\right)^3 - 3.p.\frac{1}{p}\left(p + \frac{1}{p}\right)$

$= (2\sqrt{5})^3 - 3 \times 2\sqrt{5}$

$= 40\sqrt{5} - 6\sqrt{5}$

$= 34\sqrt{5}$

এখন, $\left(p^3 + \frac{1}{p^3}\right)\left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) = 34\sqrt{5} \times 18$

বা, $p^5 + p + \frac{1}{p} + \frac{1}{p^5} = 612\sqrt{5}$

বা, $p^5 + \frac{1}{p^5} + 2\sqrt{5} = 612\sqrt{5}$

$\therefore p^5 + \frac{1}{p^5} = 610\sqrt{5}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০২ একটি সমান্তর ধারার প্রথাম 6টি পদের সমষ্টি 75 এবং প্রথম 10টি পদের সমষ্টি 185 আবার একটি গুণোত্তর ধারার চতুর্থপদ $\frac{1}{16}$ এবং সপ্তম পদ $\frac{1}{128}$.

ক. 8 + 11 + 14 + ... ধারাটির কোন পদ 383, তা নির্ণয় কর। ২

খ. সমান্তর ধারাটির 17-তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 6টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ, a = 8

সাধারণ অন্তর, d = 14 – 11 = 11 – 8 = 3

∴ এটি একটি সমান্তর ধারা।

মনে করি, ধারাটির n তম পদ 383

আমরা জানি,

n তম পদ = a + (n – 1)d

বা, 8 + (n – 1)3 = 383

বা, 8 + 3n – 3 = 383

বা, 5 + 3n = 383

বা, 3n = 378

বা, $n = \frac{378}{3}$

$\therefore n = 126$ **(Ans.)**

খ মনে করি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d.

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$= \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$

দেওয়া আছে, প্রথম 6টি পদের সমষ্টি = 75

বা, $\frac{6}{2}\{2a + (6 - 1)d\} = 75$

বা, $3(2a + 5d) = 75$

$\therefore 2a + 5d = 25$ ... ... (i)

আবার, প্রথম 10টি পদের সমষ্টি = 185

বা, $\frac{10}{2}\{2a + (10 - 1)d\} = 185$

বা, $5(2a + 9d) = 185$

$\therefore 2a + 9d = 37$ ... ... (ii)

(ii) থেকে (i)নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$4d = 12$

বা, $d = \frac{12}{4}$

$\therefore d = 3$

d এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$2a + 5 \times 3 = 25$

বা, $2a = 25 - 15$

বা, $2a = 10$

বা, $a = \frac{10}{2}$

$\therefore a = 5$

$\therefore$ ধারাটির 17 তম পদ $= 5 + (17 - 1)3 = 5 + 16 \times 3$

$= 5 + 48 = 53$ **(Ans.)**

গ মনে করি, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r.

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

দেওয়া আছে, চতুর্থ পদ $= \frac{1}{16}$

বা, $ar^{4-1} = \frac{1}{16}$ বা, $ar^3 = \frac{1}{16}$ ... ... (i)

এবং সপ্তম পদ $= \frac{1}{128}$

বা, $ar^{7-1} = \frac{1}{128}$

বা, $ar^6 = \frac{1}{128}$ ... ... (ii)

(ii) নং কে (i) নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{ar^6}{ar^3} = \frac{16}{128}$

বা, $r^3 = \frac{1}{8}$

বা, $r^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3$

$\therefore r = \frac{1}{2}$

(i) নং সমীকরণে r এর মান বসিয়ে পাই,

$a \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{16}$

বা, $\frac{a}{8} = \frac{1}{16}$

বা, $a = \frac{8}{16}$

$\therefore a = \frac{1}{2}$

গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 6টি পদের সমষ্টি $= \frac{\frac{1}{2}\left\{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^6\right\}}{1 - \frac{1}{2}}$

$= \frac{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2^6}\right)}{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^6}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৩ p, q, r এবং s ক্রমিক সমানুপাতিক এবং $\frac{2}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

ক. দুইটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে m একক এবং n একক। তাদের কর্ণদ্বয়ের অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $(p^2 - q^2 + r^2)(q^2 - r^2 + s^2) = (pq - qr + rs)^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x + a}{x - a} + \frac{x + b}{x - b} = 2, a \neq b$. ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য m একক হলে এর কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2}m$ একক

" " " n " " " " " $= \sqrt{2}n$ একক

$\therefore$ কর্ণদ্বয়ের অনুপাত $= \sqrt{2}m : \sqrt{2}n = m : n$ **(Ans.)**

খ p, q, r, s ক্রমিক সমানুপাতী হলে, $\frac{p}{q} = \frac{q}{r} = \frac{r}{s}$

ধরি, $\frac{p}{q} = \frac{q}{r} = \frac{r}{s} = k$

অর্থাৎ, $\frac{r}{s} = k \therefore r = sk$

$\frac{q}{r} = k$

বা, $q = rk$

বা, $q = sk.k$

$\therefore q = sk^2$

$\frac{p}{q} = k$

বা, $p = qk$

বা, $p = sk^2.k$

$\therefore p = sk^3$

বামপক্ষ $= (p^2 - q^2 + r^2)(q^2 - r^2 + s^2)$

$= \{(sk^3)^2 - (sk^2)^2 + (sk)^2\}\{(sk^2)^2 - (sk)^2 + s^2\}$

$= (s^2k^6 - s^2k^4 + s^2k^2)(s^2k^4 - s^2k^2 + s^2)$

$= s^2k^2(k^4 - k^2 + 1) \times s^2(k^4 - k^2 + 1)$

$= s^4k^2(k^4 - k^2 + 1)^2$

ডানপক্ষ $= (pq - qr + rs)^2$

$= (sk^3.sk^2 - sk^2.sk + sk.s)^2$

$= (s^2k^5 - s^2k^3 + s^2k)^2$

$= \{s^2k(k^4 - k^2 + 1)\}^2$

$= s^4k^2(k^4 - k^2 + 1)^2$

বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $\frac{2}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

বা, $\frac{2}{x} = \frac{b + a}{ab}$

বা, $\frac{x}{2} = \frac{ab}{a + b}$

বা, $x = \frac{2ab}{a + b}$

বা, $\frac{x}{a} = \frac{2b}{a + b}$ [a দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{x + a}{x - a} = \frac{2b + a + b}{2b - a - b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{x + a}{x - a} = \frac{a + 3b}{b - a}$ ... ... (i)

আবার, $x = \frac{2ab}{a+b}$

বা, $\frac{x}{b} = \frac{2a}{a+b}$ [b দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{x+b}{x-b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{x+b}{x-b} = \frac{3a+b}{a-b}$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করি,

$\frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b} = \frac{a+3b}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b}$

$= \frac{a+3b}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a}$

$= \frac{a+3b-3a-b}{b-a}$

$= \frac{2(b-a)}{(b-a)} = 2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৪ ΔABC-এ AD, BF ও CE তিনটি মধ্যমা।

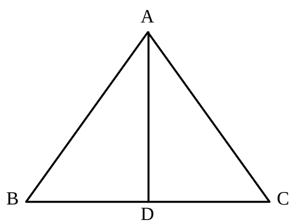
ক. $AB = AC$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\Delta ABD \cong \Delta ACD$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $EF \parallel BC$ এবং $EF = \frac{1}{2} BC$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AD + BF + CE < AB + BC + AC$. ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



দেওয়া আছে, ΔABC-এ AD মধ্যমা এবং AB = AC

প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABD \cong \Delta ACD$

প্রমাণ : ΔABD এবং ΔACD এর মাঝে,

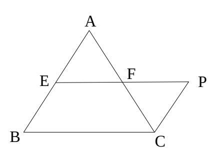
AB = AC [দেওয়া আছে]

AD = AD [সাধারণ বাহু]

BD = CD [AD মধ্যমা হলে, D; BC এর মধ্যবিন্দু]

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD$ **(প্রমাণিত)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC-এ AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দুদ্বয় যথাক্রমে E ও F-এর সংযোজক রেখাংশ EF.

প্রমাণ করতে হবে যে, $EF \parallel BC$ এবং $EF = \frac{1}{2} BC$

অঙ্কন : EF-কে P পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন EF = FP হয়। P, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔAEF ও ΔFCP-এ

AF = FC [F, AC-এর মধ্যবিন্দু]

EF = FP [অঙ্কন অনুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle AFE$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle CFP$ [বিপ্রতীপ কোণ]

অতএব, $\Delta AEF \cong \Delta FCP$

AE = PC = BE এবং

$\angle EAF = \angle FCP$ [একান্তর কোণ]

$\therefore$ $AE \parallel PC$ অর্থাৎ $AB \parallel PC$

ধাপ-২. আবার, BE = PC

সুতরাং, BEPC একটি সামান্তরিক

ধাপ-৩. অতএব, $EP \parallel BC$,

[সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় সমান ও সমান্তরাল]

$EF \parallel BC$ এবং

EP = BC

বা, EF + FP = BC

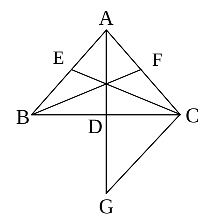
বা, EF + EF = BC [ধাপ (১) থেকে]

বা, 2EF = BC

$\therefore EF = \frac{1}{2} BC$

সুতরাং $EF \parallel BC$ এবং $EF = \frac{1}{2} BC$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ। AD, BF এবং CE তার তিনটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, AD + BF + CE < AB + BC + AC.

অঙ্কন : AD কে G পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন AD = DG হয়। C, G যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔABD এবং ΔCDG এ

AD = GD [অঙ্কন অনুসারে]

BD = CD [D, BC এর মধ্যবিন্দু]

$\angle ADB = \angle CDG$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta CDG$

সুতরাং AB = CG.

ধাপ-২. এখন ΔACG-এ

AC + CG > AG

বা, AC + AB > 2AD

$\therefore$ AB + AC > 2AD ... ... (i)

ধাপ-৩. অনুরূপভাবে

AB + BC > 2BF ... ... (ii)

AC + BC > 2CE ... ... (iii)

ধাপ-৪. সমীকরণ (i), (ii) এবং (iii) যোগ করে পাই,

2AB + 2AC + 2BC > 2AD + 2BF + 2CE

বা, 2(AB + AC + BC) > 2(AD + BF + CE)

[উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, AB + AC + BC > AD + BF + CE

$\therefore$ AD + BF + CE < AB + BC + AC. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৫ একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 60°$, $\angle y = 45°$ এবং পরিসীমা $p = 10$ সে. মি.।

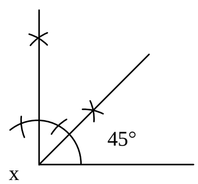
ক. রুলার ও পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle y$ আঁক। ২

খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

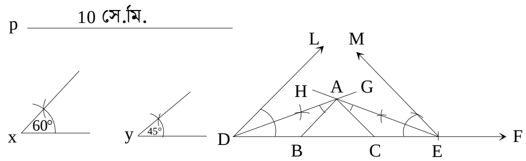
গ. ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান পরিসীমাবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ

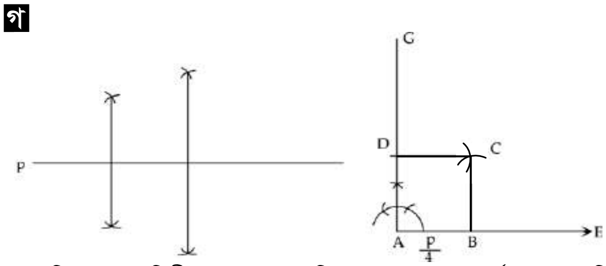


মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 60°$ ও $\angle y = 45°$ এবং পরিসীমা $p = 10$ সেমি দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন : যেকোনো রশ্মি DF থেকে পরিসীমা p এর সমান করে DE অংশ কাটি। DE এর D ও E বিন্দুতে যথাক্রমে $\frac{1}{2}\angle x = \angle EDG$ ও $\frac{1}{2}\angle y = \angle DEH$ আঁকি। DG ও EH পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে। এবার A বিন্দুতে $\angle EDA = \angle DAB$ এবং $\angle DEA = \angle EAC$ আঁকি। DE কে AB ও AC যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কিত হলো।

গ



ত্রিভুজের পরিসীমা $p = 10$ সেমি দেওয়া আছে। অর্থাৎ, 10 সেমি পরিসীমাবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. পরিসীমা $p = 10$ সেমি কে প্রথমে সমান দুভাগে বিভক্ত করি।

২. অতঃপর পুনরায় তার অর্ধেক অংশকে সমান দুভাগে বিভক্ত করি। ফলে ক্ষুদ্রতম অংশ $\frac{p}{4}$ এর সমান হবে।

৩. যেকোনো রশ্মি AE হতে $AB = \frac{p}{4}$ কেটে নিই।

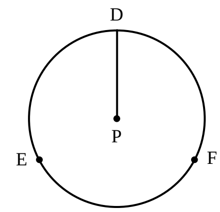
৪. AB রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle EAG = 90°$ আঁকি। AG হতে $AD = \frac{p}{4}$ নেই।

৫. B ও D বিন্দুকে কেন্দ্র করে $\frac{p}{4}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle EAG$ এর অভ্যন্তরে দুটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

৬. B, C এবং C, D যোগ করি।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট বর্গক্ষেত্র।

প্রশ্ন ▶ ০৬



চিত্রে, P বৃত্তের কেন্দ্র।

ক. $DP = 4.5$ cm হলে, বৃত্তটির পরিধি নির্ণয় কর। ২

খ. $DE = DF$ হলে, প্রমাণ কর যে, DE ও DF, P বিন্দু হতে সমদূরবর্তী। ৪

গ. ΔDEF-এর অন্তর্বৃত্ত আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ $DP = r = 4.5$ cm

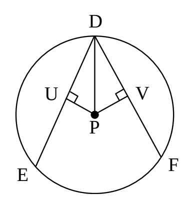
$\therefore$ বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$ cm

$= 2 \times 3.14 \times 4.5$ cm

$= 28.26$ cm

$\therefore$ নির্ণেয় পরিধি 28.26 cm. **(Ans.)**

খ **বিশেষ নির্বচন :** চিত্রে, P বৃত্তের কেন্দ্র এবং DE ও DF বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, DE ও DF জ্যাদ্বয় বৃত্তের কেন্দ্র P থেকে সমদূরবর্তী।



অঙ্কন : P থেকে DE এবং DF জ্যাদ্বয় এর উপর যথাক্রমে PU এবং PV লম্ব আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : $PU \perp DE$ ও $PV \perp DF$

সুতরাং, $DU = EU$ এবং $DV = FV$. [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

$\therefore DU = \frac{1}{2}DE$ এবং $DV = \frac{1}{2}DF$

ধাপ-২ : কিন্তু $DE = DF$ [দেওয়া আছে]

$\therefore DU = DV$

ধাপ-৩ : এখন, ΔDPU ও ΔDPV সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে,

অতিভুজ PD = অতিভুজ PD

এবং $DU = DV$

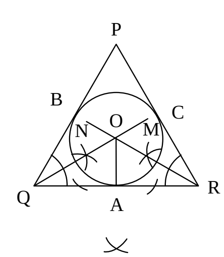
$\therefore \Delta DPU \cong \Delta DPV$ [অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা]

$\therefore PU = PV$

ধাপ-৪ : কিন্তু PU এবং PV কেন্দ্র P থেকে যথাক্রমে DE জ্যা ও DF জ্যা-এর দূরত্ব।

$\therefore$ DE ও DF জ্যাদ্বয় বৃত্তটির কেন্দ্র P থেকে সমদূরবর্তী। **(প্রমাণিত)**

গ



দেওয়া আছে, DEF একটি ত্রিভুজে DE = DF যার অন্তর্বৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. $\angle DEF$ ও $\angle DFE$ এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে EM ও FN আঁকি যা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

২. O হতে EF এর উপর OA লম্ব আঁকি যা EF কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. এখন, O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি যা DE, EF ও DF বাহুত্রয়কে যথাক্রমে B, A ও C বিন্দুতে স্পর্শ করে।
তাহলে ABC-ই উদ্দিষ্ট অন্তর্বৃত্ত।

প্রশ্ন ▸ ০৭ $p = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$, $q = \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta$, $c = \frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta - 1}$.

ক. $\theta = 30°$ হলে pq এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^2 = c$. ৪

গ. $\frac{q}{p} = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে $\sec\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $p = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$, $q = \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta$

$\therefore pq = (\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)(\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta)$
$= \operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta$
$= \operatorname{cosec}^2 30° - \cot^2 30°$ [$\because \theta = 30°$]
$= 2^2 - (\sqrt{3})^2$
$= 4 - 3 = 1$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $p = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$ এবং $c = \frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta - 1}$

বামপক্ষ $= p^2$

$= (\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)^2$

$= \left(\frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2 = \left(\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2 = \frac{(1+\cos\theta)^2}{\sin^2\theta}$

$= \frac{(1+\cos\theta)^2}{1-\cos^2\theta} = \frac{(1+\cos\theta)(1+\cos\theta)}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}$

$= \frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta} = \frac{1+\frac{1}{\sec\theta}}{1-\frac{1}{\sec\theta}}$

$= \frac{\frac{\sec\theta+1}{\sec\theta}}{\frac{\sec\theta-1}{\sec\theta}} = \frac{\sec\theta+1}{\sec\theta} \times \frac{\sec\theta}{\sec\theta-1}$

$= \frac{\sec\theta+1}{\sec\theta-1} = c =$ ডানপক্ষ

$\therefore p^2 = c$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $\frac{q}{p} = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta}{\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta} = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta + \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta}{\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta - \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta} = \frac{2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}-2-\sqrt{3}}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\operatorname{cosec}\theta}{-2\cot\theta} = \frac{4}{-2\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\operatorname{cosec}\theta}{\cot\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\frac{1}{\sin\theta}}{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} \times \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\cos\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\sec\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\sec\theta = \sec 30°$

$\therefore \theta = 30°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ০৮ 16 মিটার দীর্ঘ একটি মই লম্বভাবে দণ্ডায়মান একটি দেয়ালের ছাদ বরাবর ঠেস দিয়ে রাখা হলো। ফলে এটি ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করল।

ক. 5 মিটার উচ্চতার একটি খুটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $5\sqrt{3}$ মিটার হলে সূর্যের উন্নতি কোণ নির্ণয় কর। ২

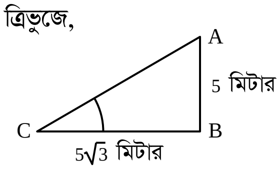
খ. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ উদ্দীপকের আলোকে আনুপাতিক চিত্র এঁকে দেয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. দেয়ালের সাথে ঠেস দিয়ে রাখা অবস্থায় মইটিকে পূর্বের অবস্থান থেকে ভূমি বরাবর আর কতদূর সরালে মইটি ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করবে তা নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, AB = 5 মিটার দৈর্ঘ্যের একটি খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য BC $= 5\sqrt{3}$ মিটার। ধরি, সূর্যের উন্নতি কোণ $\angle ACB = \theta$.

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে,



$\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

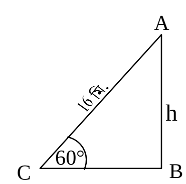
বা, $\tan\theta = \frac{5}{5\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta = \tan 30°$

$\therefore \theta = 30°$ **(Ans.)**

খ মনে করি, AC = 16 মিটার দৈর্ঘ্যের একটি মই, যা AB = h মিটার দেওয়ালের ছাদ বরাবর A বিন্দুতে ঠেস দিয়ে রাখা হয়েছে। ফলে মইটি ভূমি BC-এর সাথে $\angle ACB = 60°$ উৎপন্ন করে।



ΔABC থেকে পাই,

$\sin\angle ACB = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin 60° = \frac{h}{16}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{16}$

বা, $2h = 16\sqrt{3}$

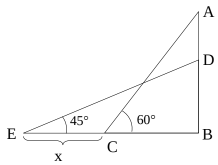
বা, $h = \frac{16\sqrt{3}}{2}$

বা, $h = 8\sqrt{3}$ মিটার

$\therefore$ দেওয়ালের উচ্চতা $8\sqrt{3}$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, AB = $8\sqrt{3}$ মিটার

ধরি, মইটিকে পূর্বের অবস্থান থেকে x মিটার ভূমি বরাবর সরানো হয়।



এখন, AC = DE = 16 মিটার

এবং BE = BC + x

এখানে, $BC^2 + AB^2 = AC^2$

বা, $BC^2 = AC^2 - AB^2$

বা, $BC^2 = (16)^2 - (8\sqrt{3})^2$

বা, $BC^2 = 256 - 192$

বা, $BC^2 = 64$

বা, BC = 8 $\therefore$ BE = 8 + x

তাহলে, $\cos 45° = \frac{BE}{DE} = \frac{8 + x}{16}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{8 + x}{16}$

বা, $8\sqrt{2} + \sqrt{2}x = 16$

বা, $\sqrt{2}x = 16 - 8\sqrt{2}$

বা, $x = \frac{16 - 8\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ $\therefore$ x = 3.31 মিটার (প্রায়)

অর্থাৎ, মইটিকে পূর্বের অবস্থান থেকে ভূমি বরাবর আরও 3.13 মিটার সরাতে হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৯ সামান্তরিক আকৃতি একটি জমির সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 45 মিটার এবং 39 মিটার। জমিটির ক্ষুদ্রতর কর্ণের দৈর্ঘ্য 42 মিটার।

ক. 54 বর্গসেমি ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট কোনো রম্বসের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 9 সেমি হলে অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. বৃহত্তর সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী লম্বদূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

গ. জমিটির বৃহত্তর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, একটি রম্বসের ক্ষেত্রফল 54 বর্গ সেমি এবং এর একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য, a = 9 সেমি।

ধরি, অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য b সেমি

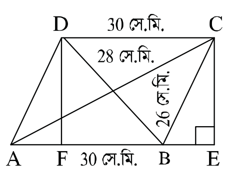
প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} \times a \times b = 54$

বা, $\frac{1}{2} \times 9 \times b = 54$

বা, 9b = 108

বা, $b = \frac{108}{9}$ $\therefore$ b = 12 **(Ans.)**

খ মনে করি, সামান্তরিক আকৃতির জমিটির দুইটি কর্ণ AC ও BD এবং AC > BD। কর্ণ BD এর দৈর্ঘ্য 42 মিটার। C ও D বিন্দু হতে AB ও AB এর বর্ধিতাংশের উপর যথাক্রমে DF ও CE লম্ব আঁকি।



তাহলে DF = CE. ABCD সামান্তরিকে AB = CD = 45 মিটার, AD = BC = 39 মিটার

$\therefore$ ΔABD এর অর্ধপরিসীমা $s = \frac{AB + BD + AD}{2}$

$= \frac{45 + 42 + 39}{2}$

$= \frac{126}{2}$ = 63 মিটার

$\therefore$ ΔABD এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s - AB)(s - BD)(s - AD)}$

বা, $\frac{1}{2} \times AB \times DF = \sqrt{63(63 - 45)(63 - 42)(63 - 39)}$

বা, $\frac{1}{2} \times 45 \times DF = \sqrt{63 \times 18 \times 21 \times 24}$

বা, $\frac{45}{2} \times DF = \sqrt{571536}$

বা, $\frac{45}{2} \times DF = 756$

বা, $DF = 756 \times \frac{2}{45}$

$\therefore$ DF = CE = 33.6 মিটার

অর্থাৎ, সামান্তরিকটির বৃহত্তর সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী লম্বদূরত্ব 33.6 মিটার **(Ans.)**

গ 'খ' হতে, ΔBEC এ $\angle E = 90°$

$\therefore$ $BE^2 + CE^2 = BC^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $BE^2 = BC^2 - CE^2$

বা, $BE = \sqrt{BC^2 - CE^2}$

$= \sqrt{(39)^2 - (33.6)^2}$

$= \sqrt{1521 - 1128.96}$

$= \sqrt{392.04}$

$\therefore$ BE = 19.8

$\therefore$ AE = AB + BE = (45 + 19.8) মিটার = 64.8 মিটার

আবার, ΔAEC-এ $\angle E = 90°$

$\therefore$ $AC^2 = AE^2 + CE^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $AC^2 = (64.8)^2 + (33.6)^2$

বা, $AC^2 = 5328$

বা, $AC = \sqrt{5328}$ = 73 মিটার (প্রায়)

$\therefore$ জমিটির বৃহত্তর কর্ণের দৈর্ঘ্য 73 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ দশম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যবধান	31–40	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91–100
গণসংখ্যা	6	8	10	12	5	7	2

ক. 10, 16, 14, 18, 26, 30, 28, 22 উপাত্তসমূহের মধ্যক নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমানুসারে সাজিয়ে পাই,

10, 14, 16, 18, 22, 26, 28, 30; এখানে উপাত্ত সংখ্যা ৪টি যা জোড়।

$\therefore$ মধ্যক $= \frac{\frac{8}{2} \text{ তম পদ} + \left(\frac{8}{2} + 1\right) \text{ তম পদ}}{2}$

$= \frac{4 \text{ তম পদ} + 5 \text{ তম পদ}}{2}$

$= \frac{18 + 22}{2}$

$= \frac{40}{2} = 20$ **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপবিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
31 – 40	35.5	6	– 3	– 18
41 – 50	45.5	8	– 2	– 16
51 – 60	55.5	10	– 1	– 10
61 – 70	65.5←a	12	0	0
71 – 80	75.5	5	1	5
81 – 90	85.5	7	2	14
91 – 100	95.5	2	3	6
		n = 50		$\sum f_iu_i = -19$

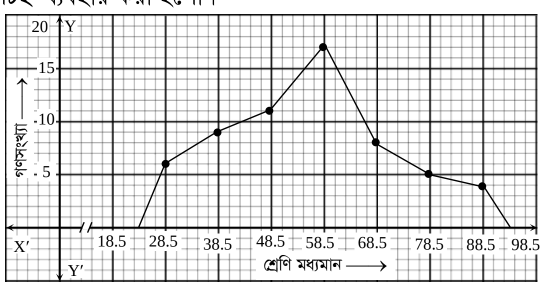
$\therefore$ নির্ণেয় গড় $\bar{x} = a + \frac{\sum f_iu_i}{n} \times h = 65.5 + \frac{-19}{50} \times 10$

$= 65.5 - 3.8 = 61.7$ **(Ans.)**

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
31 – 40	35.5	6
41 – 50	45.5	8
51 – 60	55.5	10
61 – 70	65.5	12
71 – 80	75.5	5
81 – 90	85.5	7
91 – 100	95.5	2

এখন, ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শিক্ষার্থী সংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 25.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হলো।



প্রশ্ন ▶ ১১ কোনো শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	45–49	50–54	55–59	60–64	65–69	70–74
গণসংখ্যা	4	8	11	15	13	6

ক. প্রদত্ত সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ২

খ. সারণির মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক উদ্দীপকের সারণি হতে,

এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 15 আছে (60 – 64) শ্রেণিতে।

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণি (60 – 64)

$\therefore$ প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

$= 60 + \frac{4}{4+2} \times 5$

$= 60 + \frac{20}{6} = 63.33$ **(Ans.)**

এখানে,
$L = 60$
$f_1 = 15 - 11 = 4$
$f_2 = 15 - 13 = 2$
$h = 5$

খ মধ্যক নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45 – 49	4	4
50 – 54	8	12
55 – 59	10	22
60 – 64	20	42
65 – 69	12	54
70 – 74	6	60

এখানে, $n = 60 \quad \therefore \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 30 তম পদের মান যা (60 – 64) শ্রেণিতে অবস্থিত।

$\therefore$ প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক শ্রেণি হলো (60 – 64)।

সুতরাং, $L = 60, F_c = 22, f_m = 20, h = 5$

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 60 + (30 - 22) \times \frac{5}{20}$

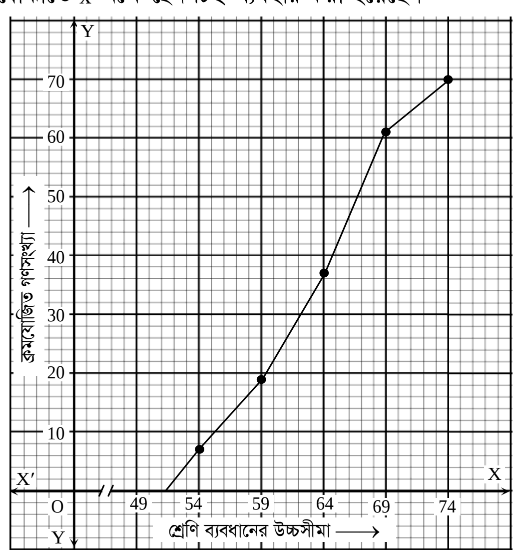
$= 60 + \frac{40}{20} = 60 + 2$

$= 62$ **(Ans.)**

গ অজিভ রেখা অঙ্কনের জন্য গণসংখ্যা নিবেশনের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45 – 49	4	4
50 – 54	8	12
55 – 59	10	22
60 – 64	20	42
65 – 69	12	54
70 – 74	6	60

x অক্ষ বরাবর ছক কাগজের 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y অক্ষ বরাবর 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের ক্রমযোজিত গণসংখ্যার অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 44 পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বিদ্যমান বোঝাতে x অক্ষে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



বরিশাল বোর্ড-২০২৪

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

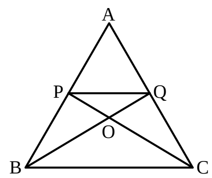
বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ৩০ মিনিট — পূর্ণমান : ৩০

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১।



চিত্রে, BC || PQ হলে–

i. ΔBOC ও ΔPOQ সদৃশ ii. AP : BP = AQ : CQ iii. BO : OQ = CO : OP

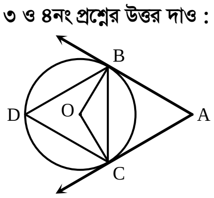
নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২। **'T' বর্ণটির মোট কতটি প্রতিসাম্য রেখা আছে?**

(ক) শূন্যটি (খ) একটি (গ) তিনটি (ঘ) অসংখ্য

□ **উদ্দীপকের আলোকে ৩ ও ৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র। AB ও AC দুইটি স্পর্শক এবং ∠BAC = 60°।

৩। **∠BOC এর মান কত?**

(ক) 300° (খ) 270° (গ) 120° (ঘ) 90°

৪। **D, BDC চাপের মধ্যবিন্দু হলে–**

i. ∠BDC = ∠BAC ii. ∠BOC = 2∠BAC iii. ∠BCD + ∠DBC = ∠BOC

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫। **$\sin\theta\sqrt{1+\tan^2\theta}$ = কত?**

(ক) $\tan\theta$ (খ) $\sin\theta$ (গ) $\cos\theta$ (ঘ) $\sec\theta$

৬। **$0° \le \theta \le 90°$ এর জন্য $\sin\theta$ এর সর্বনিম্ন মান কত?**

(ক) – 1 (খ) 0 (গ) 1 (ঘ) ∞

৭। **ΔABC এর ∠C = এক সমকোণ এবং ∠A = 60° হলে $\frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A.\tan B}$ এর মান কত?**

(ক) $\sqrt{3}$ (খ) 1 (গ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ঘ) 0

৮। **12 মিটার দীর্ঘ একটি মই দেওয়াল থেকে $6\sqrt{3}$ মিটার দূরে ভূমির সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে দেওয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। θ এর মান কত?**

(ক) 30° (খ) 45° (গ) 60° (ঘ) 90°

৯। **কোনো বর্গক্ষেত্র তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের কত গুণ?**

(ক) অর্ধেক (খ) সমান (গ) দেড়গুণ (ঘ) দ্বিগুণ

১০। **π সেমি পরিধিবিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সেমি?**

(ক) $\frac{\pi}{2}$ (খ) $\frac{\pi}{3}$ (গ) $\frac{\pi}{4}$ (ঘ) $\frac{\pi}{8}$

১১। **একটি ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 150 বর্গমি.। এর পৃষ্ঠতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য কত মিটার?**

(ক) 5 (খ) $5\sqrt{2}$ (গ) $5\sqrt{3}$ (ঘ) 125

১২। **একটি সমবৃত্তভূমিক বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ ও উচ্চতা পরস্পর সমান। বেলনটির সমগ্রতল ও বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত হবে?**

(ক) 3 : 1 (খ) 2 : 1 (গ) 1 : 1 (ঘ) 1 : 2

১৩। **নিচের কোনটি নির্ণয়ে ধাপ বিচ্যুতি প্রয়োজন হয়?**

(ক) গড় (খ) মধ্যক (গ) প্রচুরক (ঘ) পরিসর

১৪। **12 থেকে 45 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলোর মধ্যক নিচের কোনটি?**

(ক) 52 (খ) 29 (গ) 26 (ঘ) 23

১৫। **নিম্নের উপাত্তের প্রচুরক কত?**

x	21–30	31–40	41–50	51–60
f	5	8	10	12

(ক) 61 (খ) 55.5 (গ) 52.43 (ঘ) 45

১৬। **$0.1\dot{3} \div 0.\dot{3}$ = কত?**

(ক) $\frac{2}{45}$ (খ) $\frac{2}{5}$ (গ) $\frac{4}{9}$ (ঘ) 4

১৭। **নিচের কোনটি সসীম সেট?**

(ক) $\{x \in Z : x < 2\}$ (খ) $\left\{\frac{p}{q} : p$ ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \ne 0\right\}$

(গ) $\{y \in N : y^2 < 100 < y^3\}$ (ঘ) $\{x \in Z : x^2 > 5$ এবং $x^3 \le 36\}$

১৮। **$f(x) = \frac{3}{x} + 1$ হলে $f\left(\frac{1}{x}\right)$ = কত?**

(ক) 3x + 1 (খ) 3 + x (গ) $\frac{3+x}{x}$ (ঘ) $\frac{x}{3x+1}$

১৯। **$a + \frac{1}{a} = 3$ হলে $\frac{2a}{3a^2 - 2a + 3}$ এর মান কত?**

(ক) $-\frac{2}{11}$ (খ) $-\frac{2}{7}$ (গ) $\frac{2}{11}$ (ঘ) $\frac{2}{7}$

২০। **5% সরল মুনাফায় 400 টাকা কত বছরে মুনাফা-আসলে 520 টাকা হবে?**

(ক) 4 (খ) 6 (গ) 24 (ঘ) 46

২১। **$\frac{1}{5^{-x+1}} = 625$ হলে x এর মান কত?**

(ক) 3 (খ) 4 (গ) 5 (ঘ) 6

২২। **একটি হাইড্রোজেন পরমাণুর ব্যাসার্ধ 0.0000000037 সেমি। সংখ্যাটির–**

i. আদর্শরূপ = 3.7×10^{-9} ii. সাধারণ লগের পূর্ণক = $\bar{9}$

iii. সাধারণ লগের অংশক = 0.5682

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৩। **$x - 2 = \frac{x-2}{x}$ সমীকরণের সমাধান সেট কোনটি?**

(ক) { } (খ) {1} (গ) {2} (ঘ) {1, 2}

২৪। **$\left.\begin{array}{l} -\frac{1}{2}x + y = -1 \\ x - 2y = 2 \end{array}\right\}$ সমীকরণ জোটটি–**

i. সমঞ্জস ii. পরস্পর নির্ভরশীল iii. একটিমাত্র সমাধান আছে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

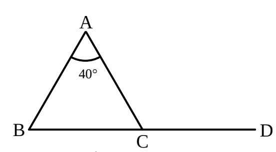
২৫। **3 + 5 + 7 + ... ধারাটির ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি কত?**

(ক) n^2 (খ) n(n + 1) (গ) n(n + 2) (ঘ) n(n + 3)

২৬। **নিচের কোনটিকে শূন্যমাত্রার সত্তা বলে গণ্য করা হয়?**

(ক) রেখা (খ) তল (গ) কোণ (ঘ) বিন্দু

২৭।



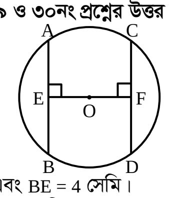
ΔABC এর AB = AC হলে $\frac{1}{2}$∠ACD = কত ডিগ্রি?

(ক) 55° (খ) 90° (গ) 110° (ঘ) 140°

২৮। **একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের প্রতিটির দৈর্ঘ্য 6 সেমি। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সেমি?**

(ক) 72 (খ) 36 (গ) 18 (ঘ) 12

□ **উদ্দীপকের আলোকে ২৯ ও ৩০নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



চিত্রে O বৃত্তটির কেন্দ্র এবং BE = 4 সেমি।

২৯। **OE = OF হলে CD = কত সেমি?**

(ক) 3 (খ) 4 (গ) 6 (ঘ) 8

৩০। **AB = CD এবং OE = 3 সেমি হলে বৃত্তটির ব্যাস কত সেমি?**

(ক) 4 (খ) 5 (গ) 6 (ঘ) 10

■ **খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।**

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

বরিশাল বোর্ড-২০২৪

গণিত (সৃজনশীল) **বিষয় কোড :** | 1 | 0 | 9 |

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ–বীজগণিত

১। $A = \{x \in \mathbb{N} : x^3 \leq 64\}$, $C = \{-1, 3, 5, 7\}$.
$B = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 - 4x - 5 = 0\}$ এবং
$S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $2x - y = 2\}$.

ক. সমাধান সেট নির্ণয় কর : $y^2 = \sqrt{5}y$. ২

খ. $R = C \setminus B$ এর উপাদান সংখ্যা n হলে দেখাও যে, $P(R)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

গ. S অন্বয়টি তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

২। $Q = \sqrt[3]{8}$, $Y = 8$, $Z = \sqrt[3]{27}$, $P = \frac{8}{3}$.

ক. $3\sqrt{3}$ এর 3 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\log\sqrt{Q} + \log\sqrt{Y} - \log Z}{\log(2Y) - \log Z^2} = \frac{1}{2}$ ৪

গ. $\frac{Q^{12}}{Z^{16}} \times \left(\frac{Y}{P}\right)^{16} = (2Y)^{x-2}$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩। $(i)\ \frac{a}{x} = \frac{b}{z} = \frac{c}{z}$ $(ii)\ b^2p - 2b + p = 0.$

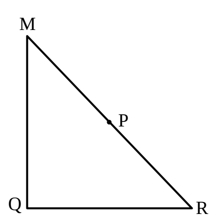
ক. l, m, n ক্রমিক সমানুপাতিক হলে দেখাও যে, $\frac{l}{n} = \frac{l^2 + m^2}{m^2 + n^2}$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{x^3 + y^3 + z^3} = \frac{abc}{xyz}$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $b = \frac{\sqrt{1+p} + \sqrt{1-p}}{\sqrt{1+p} - \sqrt{1-p}}$. ৪

খ বিভাগ–জ্যামিতি

৪।



চিত্রে $PM = PR$.

ক. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। ২

খ. L, MQ এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{2}QR = LP$. ৪

গ. $PQ = PR$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\angle MQR = 90°$. ৪

৫। $a = 4$ সেমি, $b = 6.5$ সেমি, $\angle x = 30°$.

ক. 12 সেমি. পরিসীমাবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। [শুধুমাত্র অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক] ২

খ. একটি ত্রিভুজের ভূমি b, ভূমি সংলগ্ন $\angle x$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $\frac{a}{2}$ হলে ত্রিভুজটি আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. a ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু হতে উক্ত বৃত্তের দুইটি স্পর্শক আঁক যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $2\angle x$ হয়। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

৬। O কেন্দ্রবিশিষ্ট $EFHG$ বৃত্তের FHG চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃহস্থ $\angle FEG$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle FOG$।

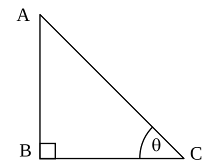
ক. প্রমাণ কর যে, কোনো বর্গক্ষেত্র তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের অর্ধেক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $2\angle FEG = \angle FOG$. ৪

গ. যদি $\angle FEH + \angle HEG = 90°$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, F, O, G বিন্দু তিনটি সমরেখ। ৪

গ বিভাগ–ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭।



ক. $\tan(90° - \beta) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, $\operatorname{cosec}\beta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\left(\frac{AB}{BC} + \frac{AC}{BC}\right)^2 = \frac{1 + \sin\beta}{1 - \sin\beta}$. ৪

গ. $\frac{AB}{AC} + \frac{BC}{AC} = \sqrt{2}$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮। 96 মিটার উঁচু একটি গাছের ভূতলের কোনো বিন্দুতে তার শীর্ষের উন্নতি কোণ 60°। ঐ বিন্দু থেকে d মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি কোণ 30° হয়। একদিন গাছটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে তার অবিচ্ছিন্ন অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে p মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

ক. $\cot(30° + \theta) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে $\sec\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. d এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. p এর মান নির্ণয় কর। ৪

৯। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 6 সেমি.। এর সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির $\frac{2}{3}$ অংশ।

ক. একটি ঘনকের পৃষ্ঠতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য $2\sqrt{2}$ সেমি. হলে এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ত্রিভুজের পরিসীমা রম্বসের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্যের সমান এবং রম্বসের ক্ষেত্রফল 24 বর্গ.সেমি। রম্বসের পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

ঘ বিভাগ–পরিসংখ্যান

১০। নিচে 30 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় গণিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো :

55,	40,	35,	60,	58,	45,	60,	57,	46,	50
60,	65,	48,	60,	36,	58,	50,	60,	47,	43
52,	61,	65,	50,	68,	40,	56,	54,	60,	46

ক. শ্রেণিব্যাপ্তি 5 হলে শ্রেণিসংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ সারণি হতে উপাত্তের অজিভ রেখা আঁক। ৪

১১। 40 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজিতে) গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	30–39	40–49	50–59	60–69	70–79	80–89
গণসংখ্যা	4	5	7	12	8	4

ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. সারণি হতে বিবরণসহ উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর																														
	১	ঘ	২	খ	৩	গ	৪	ঘ	৫	ক	৬	খ	৭	গ	৮	ক	৯	ক	১০	গ	১১	খ	১২	খ	১৩	ক	১৪	খ	১৫	ক
	১৬	খ	১৭	গ	১৮	ক	১৯	ঘ	২০	খ	২১	গ	২২	ঘ	২৩	ঘ	২৪	ক	২৫	গ	২৬	ঘ	২৭	ক	২৮	গ	২৯	ঘ	৩০	ঘ

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▸ ০১ $A = \{x \in \mathbb{N} : x^3 \leq 64\}$, $C = \{-1, 3, 5, 7\}$.
$B = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 - 4x - 5 = 0\}$ এবং
$S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $2x - y = 2\}$.

ক. সমাধান সেট নির্ণয় কর : $y^2 = \sqrt{5}y$. ২

খ. $R = C \setminus B$ এর উপাদান সংখ্যা n হলে দেখাও যে, $P(R)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

গ. S অন্বয়টি তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $y^2 = \sqrt{5}y$

বা, $y^2 - \sqrt{5}y = 0$

বা, $y(y - \sqrt{5}) = 0$

হয়, $y = 0$ অথবা $y - \sqrt{5} = 0$

$\therefore y = \sqrt{5}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান সেট : $\{0, \sqrt{5}\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $C = \{-1, 3, 5, 7\}$

B সেটের বর্ণনাকারী সমীকরণ, $x^2 - 4x - 5 = 0$

বা, $x^2 + x - 5x - 5 = 0$

বা, $x(x + 1) - 5(x + 1) = 0$

বা, $(x + 1)(x - 5) = 0$

হয়, $x + 1 = 0$ অথবা $x - 5 = 0$

$\therefore x = -1$ $\therefore x = 5$

$\therefore B = \{-1, 5\}$

$\therefore R = C \setminus B = \{-1, 3, 5, 7\} \setminus \{-1, 5\} = \{3, 7\}$

$\therefore P(R) = \{\{3, 7\}, \{3\}, \{7\}, \varnothing\}$

এখানে, R এর উপাদান সংখ্যা, $n = 2$

এবং P(R) এর উপাদান সংখ্যা $= 4 = 2^2 = 2^n$

$\therefore$ P(R) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $A = \{x \in N : x^3 \leq 64\}$

$N = \{1, 2, 3, ...\}$

$x = 1$ হলে $x^3 = 1^3 = 1 \leq 64$

$x = 2$ হলে $x^3 = 2^3 = 8 \leq 64$

$x = 3$ হলে $x^3 = 3^3 = 27 \leq 64$

$x = 4$ হলে $x^3 = 4^3 = 64 \leq 64$

$\therefore A = \{1, 2, 3, 4\}$

এবং $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $2x - y = 2\}$

S এর বর্ণনাকারী সমীকরণ :

$2x - y = 2$

$\therefore y = 2x - 2$

এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য y এর মান নির্ণয় করি।

x	1	2	3	4
y	0	2	4	6

যেহেতু $0, 6 \notin A$ $\therefore (1, 0), (4, 6) \notin S$.

$\therefore S = \{(2, 2), (3, 4)\}$

$\therefore$ ডোমেন $S = \{2, 3\}$

এবং রেঞ্জ $S = \{2, 4\}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ০২ $Q = \sqrt[3]{8}$, $Y = 8$, $Z = \sqrt[3]{27}$, $P = \frac{8}{3}$.

ক. $3\sqrt{3}$ এর 3 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\log\sqrt{Q} + \log\sqrt{Y} - \log Z}{\log(2Y) - \log Z^2} = \frac{1}{2}$ ৪

গ. $\frac{Q^{12}}{Z^{16}} \times \left(\frac{Y}{P}\right)^{16} = (2Y)^{x-2}$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক $3\sqrt{3}$ এর 3 ভিত্তিক লগ $= \log_3 3\sqrt{3}$

$= \log_3 3^1.3^{\frac{1}{2}}$

$= \log_3 3^{1 + \frac{1}{2}}$

$= \log_3 3^{\frac{2+1}{2}}$

$= \log_3 3^{\frac{3}{2}}$

$= \frac{3}{2}\log_3 3$

$= \frac{3}{2} \times 1$ [$\because \log_a a = 1$]

$= \frac{3}{2}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $Q = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2$

$Y = 8$

$Z = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3$

বামপক্ষ $= \frac{\log\sqrt{Q} + \log\sqrt{Y} - \log Z}{\log(2Y) - \log Z^2}$

$= \frac{\log\sqrt{2} + \log\sqrt{8} - \log 3}{\log(2 \times 8) - \log 3^2}$

$= \frac{\log\sqrt{2} + \log\sqrt{8} - \log 3}{\log 2 + \log 8 - 2\log 3}$

$= \frac{\log\sqrt{2} + \log\sqrt{8} - \log 3}{\log(\sqrt{2})^2 + \log(\sqrt{8})^2 - 2\log 3}$

$$= \frac{\log\sqrt{2} + \log\sqrt{8} - \log 3}{2\log\sqrt{2} + 2\log\sqrt{8} - 2\log 3}$$

$$= \frac{(\log\sqrt{2} + \log\sqrt{8} - \log 3)}{2(\log\sqrt{2} + \log\sqrt{8} - \log 3)}$$

$= \frac{1}{2} =$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\log\sqrt{Q} + \log\sqrt{Y} - \log Z}{\log(2Y) - \log Z^2} = \frac{1}{2}$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $Q = \sqrt[3]{8} = 2, Y = 8, Z = \sqrt[3]{27} = 3$ এবং $P = \frac{8}{3}$

এখন, $\frac{Q^{12}}{Z^{16}} \times \left(\frac{Y}{P}\right)^{16} = (2Y)^{x-2}$

বা, $\frac{2^{12}}{3^{16}} \times \left(\frac{8}{\frac{8}{3}}\right)^{16} = (2 \times 8)^{x-2}$

বা, $\frac{2^{12}}{3^{16}} \times \left(8 \times \frac{3}{8}\right)^{16} = (16)^{x-2}$

বা, $2^{12} \times 3^{16-16} = (2^4)^{x-2}$

বা, $2^{12} \times 3^0 = 2^{4x-8}$

বা, $2^{4x-8} = 2^{12}$

বা, $4x - 8 = 12$

বা, $4x = 12 + 8$

বা, $4x = 20$

বা, $x = \frac{20}{4}$ $\therefore x = 5$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৩ (i) $\frac{a}{x} = \frac{b}{z} = \frac{c}{z}$ (ii) $b^2p - 2b + p = 0$.

ক. l, m, n ক্রমিক সমানুপাতিক হলে দেখাও যে, $\frac{l}{n} = \frac{l^2 + m^2}{m^2 + n^2}$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{x^3 + y^3 + z^3} = \frac{abc}{xyz}$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $b = \frac{\sqrt{1+p} + \sqrt{1-p}}{\sqrt{1+p} - \sqrt{1-p}}$. ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, l, m ও n ক্রমিক সমানুপাতী

অর্থাৎ, $l : m = m : n$

বা, $\frac{l}{m} = \frac{m}{n}$

$\therefore m^2 = ln$

$\therefore$ ডানপক্ষ $= \frac{l^2 + m^2}{m^2 + n^2}$

$= \frac{l^2 + ln}{ln + n^2}$ [$m^2 = ln$ বসিয়ে]

$= \frac{l(l + n)}{n(l + n)}$

$= \frac{l}{n} =$ বামপক্ষ

$\therefore \frac{l}{n} = \frac{l^2 + m^2}{m^2 + n^2}$. **(দেখানো হলো)**

খ ধরি, $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = k$

$\therefore a = xk, b = yk$ এবং $c = zk$

বামপক্ষ $= \frac{a^3 + b^3 + c^3}{x^3 + y^3 + z^3} = \frac{(xk)^3 + (yk)^3 + (zk)^3}{x^3 + y^3 + z^3}$

$= \frac{x^3k^3 + y^3k^3 + z^3}{x^3 + y^3 + z^3}$

$= \frac{k^3(x^3 + y^3 + z^3)}{(x^3 + y^3 + z^3)} = k^3$

ডানপক্ষ $= \frac{abc}{xyz} = \frac{xk. yk. zk}{xyz} = \frac{k^3 xyz}{xyz} = k^3$

$\therefore \frac{a^3 + b^3 + c^3}{x^3 + y^3 + z^3} = \frac{abc}{xyz}$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $b^2p - 2b + p = 0$

বা, $b^2p + p = 2b$

বা, $p(b^2 + 1) = 2b$

বা, $\frac{b^2 + 1}{2b} = \frac{1}{p}$

বা, $\frac{b^2 + 1 + 2b}{b^2 + 1 - 2b} = \frac{1 + p}{1 - p}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{(b + 1)^2}{(b - 1)^2} = \frac{1 + p}{1 - p}$

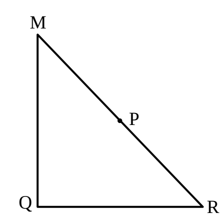
বা, $\frac{b + 1}{b - 1} = \frac{\sqrt{1 + p}}{\sqrt{1 - p}}$ [বর্গমূল করে]

বা, $\frac{b + 1 + b - 1}{b + 1 - b + 1} = \frac{\sqrt{1+p} + \sqrt{1-p}}{\sqrt{1+p} - \sqrt{1-p}}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2b}{2} = \frac{\sqrt{1+p} + \sqrt{1-p}}{\sqrt{1+p} - \sqrt{1-p}}$

বা, $b = \frac{\sqrt{1+p} + \sqrt{1-p}}{\sqrt{1+p} - \sqrt{1-p}}$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৪



চিত্রে $PM = PR$.

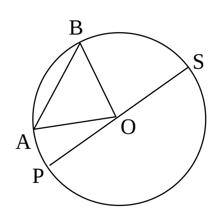
ক. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। ২

খ. L, MQ এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{2} QR = LP$. ৪

গ. $PQ = PR$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\angle MQR = 90°$. ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক



বিশেষ নির্বাচন : O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে PS একটি ব্যাস। AB ব্যাস ভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা নিই।

প্রমাণ করতে হবে যে, PS জ্যা বৃত্তটির বৃহত্তম জ্যা। অর্থাৎ, PS > AB।

অঙ্কন : O, A; O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. APSB বৃত্তের, PS জ্যাটি ব্যাস।

$\therefore$ OP = OS = OB = OA [$\because$ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

ধাপ-২. ΔAOB-এ

OA + OB > AB

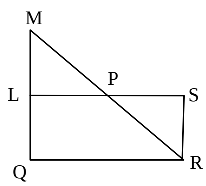
[আমরা জানি, ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তম]

বা, OP + OS > AB

$\therefore$ PS > AB

সুতরাং PS জ্যাই বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা। **(প্রমাণিত)**

খ



চিত্রে, PM = PR।

দেওয়া আছে, ΔMQR এর MQ ও MR বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে L ও P। L, P যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{1}{2}$ QR = LP.

অঙ্কন : LP কে S পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন LP = PS হয়। R, S যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ ১ : ΔMLP ও ΔRPS এর মধ্যে

MP = PR [চিত্রানুসারে]

LP = PS [অঙ্কনানুসারে]

$\angle$MPL = $\angle$RPS [বিপ্রতীপ কোণ]

ΔMLP $\cong$ ΔRPS [বাহু- কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore$ $\angle$MLP = $\angle$PSR

এবং $\angle$LMP = $\angle$PRS [একান্তর কোণ]

$\therefore$ LM || RS বা, MQ || RS

আবার, QL = ML = RS এবং QL || RS

সুতরাং QLSR একটি সামান্তরিক।

$\therefore$ LS || QR বা, LP || QR

ধাপ ২ : আবার, LS = QR

বা, LP + PS = QR [$\because$ LS = LP + PS]

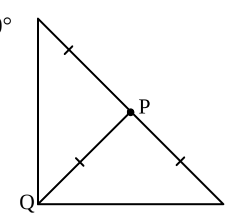
বা, LP + LP = QR [ধাপ (১) থেকে]

বা, 2LP = QR বা, LP = $\frac{1}{2}$ QR

সুতরাং $\frac{1}{2}$ QR = LP. **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, PQ = PR

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle$MQR = 90°



প্রমাণ : PQ = PR

অর্থাৎ, $\angle$MRQ = $\angle$PQR

আবার, দেওয়া আছে, PM = PR

$\therefore$ PM = QP [$\because$ QP = PR]

সুতরাং $\angle$PQM = $\angle$QMR

ΔMQR-এ $\angle$MQR + $\angle$QMR + $\angle$MRQ = 2 সমকোণ

বা, $\angle$MQR + $\angle$PQM + $\angle$PRQ = 2 সমকোণ

বা, $\angle$MQR + $\angle$PQM + $\angle$PQR = 2 সমকোণ

বা, $\angle$MQR + $\angle$MQR = 2 সমকোণ

বা, 2$\angle$MQR = 2 সমকোণ

বা, $\angle$MQR = 1 সমকোণ

$\therefore$ $\angle$MQR = 90° **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৫ a = 4 সেমি, b = 6.5 সেমি, $\angle x$ = 30°.

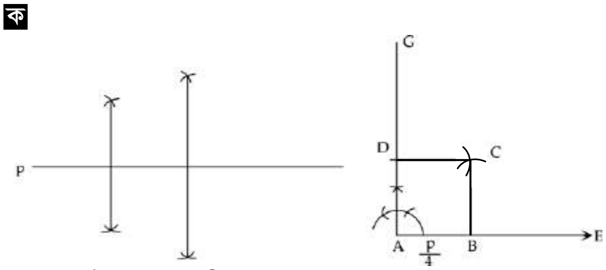
ক. 12 সেমি. পরিসীমাবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। [শুধুমাত্র অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক] ২

খ. একটি ত্রিভুজের ভূমি b, ভূমি সংলগ্ন $\angle x$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $\frac{a}{2}$ হলে ত্রিভুজটি আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. a ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু হতে উক্ত বৃত্তের দুইটি স্পর্শক আঁক যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 2$\angle x$ হয়। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

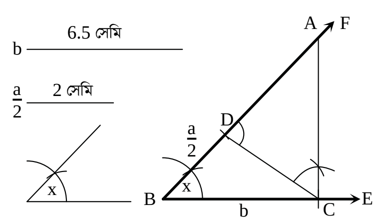
৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা p = 12 সে. মি. দেওয়া আছে। ABCD বর্গক্ষেত্রটি অঙ্কিত হলো।

খ



মনে করি, একটি ত্রিভুজের ভূমি b = 6.5 সেমি, ভূমি সংলগ্ন সূক্ষ্মকোণ $\angle$x = 30° ও অপর দুই বাহুর অন্তর $\frac{a}{2} = \frac{4}{2}$ = 2 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

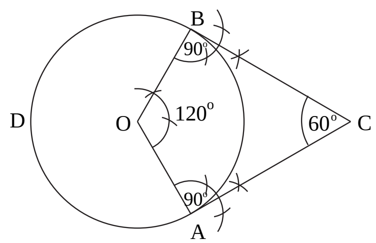
১. যেকোনো একটি রশ্মি BE থেকে ভূমি b = 6.5 সেমি এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle$x = 30° এর সমান করে $\angle$EBF আঁকি।

২. BF থেকে $\frac{a}{2}$ = 2 সেমি এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই।

৩. C, D যোগ করি। DC রেখাংশের যে পাশে F বিন্দু আছে সেই পাশে C বিন্দুতে $\angle$FDC এর সমান করে $\angle$DCA আঁকি। CA রশ্মি BF রশ্মিকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে ΔABC ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট এবং $\frac{a}{2} = \frac{4}{2} = 2$ সে.মি. ব্যাসার্ধের ABD একটি বৃত্ত। ABD বৃত্তে এরূপ দু'টি স্পর্শক আঁকতে হবে যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $2\angle x = 60°$ হয়।

অঙ্কনের বিবরণ :

১. OA যেকোনো ব্যাসার্ধ নিই এবং $\angle AOB = 120°$ আঁকি। OB রশ্মি বৃত্তটিকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

২. OB রেখার ওপর B বিন্দুতে এবং OA রেখার ওপর A বিন্দুতে দুটি লম্ব টানি। মনে করি, এই লম্বদ্বয় C বিন্দুতে মিলিত হয় তাহলে, AC ও BC-ই নির্ণেয় স্পর্শকদ্বয়, যাদের অন্তর্ভুক্ত $\angle ACB = 60°$ হবে।

প্রশ্ন ▶ ০৬ *O* কেন্দ্রবিশিষ্ট *EFHG* বৃত্তের *FHG* চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃহস্থ $\angle FEG$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle FOG$।

ক. প্রমাণ কর যে, কোনো বর্গক্ষেত্র তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের অর্ধেক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $2\angle FEG = \angle FOG$. ৪

গ. যদি $\angle FEH + \angle HEG = 90°$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, *F, O, G* বিন্দু তিনটি সমরেখ। ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

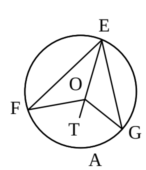
ক আমরা জানি, বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে, এর ক্ষেত্রফল = a^2 বর্গএকক

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $a\sqrt{2}$ একক

$\therefore$ কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে = $(a\sqrt{2})^2$ বর্গএকক
= $2a^2$ বর্গএকক

$\therefore$ বর্গক্ষেত্র, তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের = $\frac{a^2}{2a^2}$ অংশ
= $\frac{1}{2}$ অংশ **(প্রমাণিত)**

খ



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট EFHG বৃত্তে FHG উপচাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ $\angle FEG$ এবং কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle FOG$। প্রমাণ করতে হবে যে, $2\angle FEG = \angle FOG$।

অঙ্কন: E এবং O কে যোগ করে T পর্যন্ত বর্ধিত করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : ΔEFO-এর বহিঃস্থ কোণ $\angle FOT = \angle OEF + \angle OFE$

ধাপ-২ : ΔEFO-এ OE = OF [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

অতএব, $\angle OEF = \angle OFE$

[$\because$ ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান]

ধাপ-৩ : ধাপ (১) ও (২) থেকে পাই, $\angle FOT = 2\angle OEF$

ধাপ-৪ : একইভাবে ΔEOG থেকে পাই, $\angle GOT = 2\angle GEO$

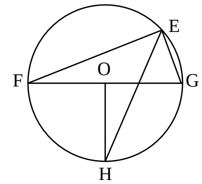
ধাপ-৫ : ধাপ (৩) ও (৪) থেকে পাই,

$\angle FOT + \angle GOT = 2\angle OEF + 2\angle GEO$

বা, $\angle FOG = 2(\angle OEF + \angle GEO)$

অর্থাৎ $2\angle FEG = \angle FOG$. **(প্রমাণিত)**

গ



O কেন্দ্রবিশিষ্ট EFHG বৃত্তে $\angle FEH + \angle HEG = 90°$। প্রমাণ করতে হবে যে, F, O এবং G একই সরলরেখায় অবস্থিত।

অঙ্কন : O, H যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : যেহেতু কেন্দ্রস্থ $\angle FOH$ এবং বৃত্তস্থ $\angle FEH$ একই চাপ FH-এর উপর দণ্ডায়মান, সেহেতু $\angle FOH = 2\angle FEH$

[$\therefore$ একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।]

ধাপ-২ : অনুরূপভাবে , HG চাপের ওপর দণ্ডায়মান
$\angle HOG = 2\angle HEG$

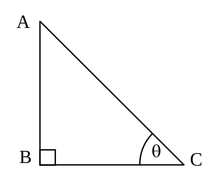
ধাপ-৩ : $\angle FOH + \angle HOG = 2(\angle FEH + \angle HEG)$
[ধাপ (১) ও (২) থেকে]
$= 2 \times 90°$ [$\because \angle FEH + \angle HEG = 90°$]
$= 2 \times 1$ সমকোণ

$\therefore \angle FOH + \angle HOG = 2$ সমকোণ।

যেহেতু $\angle FOH$ এবং $\angle HOG$ সন্নিহিত কোণ।

সুতরাং F, O এবং G একই সরলরেখায় অবস্থিত। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৭



ক. $\tan(90° - \beta) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, $\text{cosec}\beta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\left(\frac{AB}{BC} + \frac{AC}{BC}\right)^2 = \frac{1 + \sin\beta}{1 - \sin\beta}$. ৪

গ. $\frac{AB}{AC} + \frac{BC}{AC} = \sqrt{2}$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

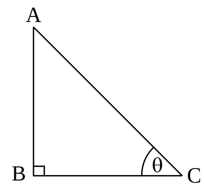
ক দেওয়া আছে, $\tan(90° - \beta) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30°$

বা, $90° - \beta = 30°$

$\therefore \beta = 90° - 30° = 60°$

$\therefore \text{cosec}\beta = \text{cosec}60° = \frac{2}{\sqrt{3}}$. **(Ans.)**

খ ABC ত্রিভুজে, $\frac{AB}{BC} = \tan\theta$ ও $\frac{AB}{BC} = \sec\theta$



$$\text{বামপক্ষ} = \left(\frac{AB}{BC} + \frac{AC}{BC}\right)^2$$
$$= (\tan\theta + \sec\theta)^2$$
$$= \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta}\right)^2$$
$$= \left(\frac{\sin\theta + 1}{\cos\theta}\right)^2$$
$$= \frac{(1 + \sin\theta)^2}{\cos^2\theta}$$
$$= \frac{(1 + \sin\theta)(1 + \sin\theta)}{1 - \sin^2\theta} \quad [\because \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta]$$
$$= \frac{(1 + \sin\theta)(1 + \sin\theta)}{(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta)}$$
$$= \frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta} = \text{ডানপক্ষ}$$
$$\therefore \left(\frac{AB}{BC} + \frac{AC}{BC}\right)^2 = \frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}.$$ **(প্রমাণিত)**

গ উদ্দীপকের চিত্র হতে,

$\frac{AB}{AC} = \sin\theta, \frac{BC}{AC} = \cos\theta$

এবং $\frac{AB}{AC} + \frac{BC}{AC} = \sqrt{2}$

বা, $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$

বা, $\sin\theta = \sqrt{2} - \cos\theta$

বা, $\sin^2\theta = (\sqrt{2} - \cos\theta)^2$

বা, $1 - \cos^2\theta = 2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$

বা, $1 - \cos^2\theta - 2 + 2\sqrt{2}\cos\theta - \cos^2\theta = 0$

বা, $-2\cos^2\theta + 2\sqrt{2}\cos\theta - 1 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 2\sqrt{2}\cos\theta + 1 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos\theta - 1)^2 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta = 1$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\cos\theta = \cos45°$

$\therefore \theta = 45°$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৮ 96 মিটার উঁচু একটি গাছের ভূতলের কোনো বিন্দুতে তার শীর্ষের উন্নতি কোণ 60°। ঐ বিন্দু থেকে *d* মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি কোণ 30° হয়। একদিন গাছটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে তার অবিচ্ছিন্ন অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে *p* মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

ক. $\cot(30° + \theta) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে $\sec\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. *d* এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. *p* এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\cot(30° + \theta) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

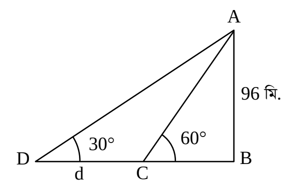
বা, $\cot(30° + \theta) = \cot60°$

বা, $30° + \theta = 60°$

বা, $\theta = 60° - 30° = 30°$

$\therefore \sec\theta = \sec30° = \frac{2}{\sqrt{3}}$ **(Ans.)**

খ চিত্রে, গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য AB = 96 মিটার। C বিন্দুতে গাছটির শীর্ষের উন্নতি কোণ ∠ACB = 60°। C বিন্দু থেকে d মিটার পিছিয়ে গেলে D বিন্দুতে গাছটির শীর্ষের উন্নতি কোণ ∠ADB = 30° হয়।



ফলে BD = BC + CD

= (BC + d) মিটার

এখন, ΔABC-এ

$\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan60° = \frac{96}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{96}{BC}$

বা, $BC = \frac{96}{\sqrt{3}}$

$\therefore BC = 32\sqrt{3}$

$\therefore BD = (32\sqrt{3} + d)$ মিটার

আবার, ΔABD-এ

$\tan\angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 30° = \frac{96}{32\sqrt{3} + x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{96}{32\sqrt{3} + x}$

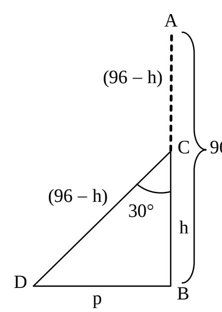
বা, $32\sqrt{3} + d = 96\sqrt{3}$

বা, $d = 96\sqrt{3} - 32\sqrt{3} = 64\sqrt{3}$

$\therefore d = 110.85$ মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

গ চিত্রে, গাছটির দৈর্ঘ্য AB = 96 মিটার।

গাছটি C বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে দণ্ডায়মান অংশ BC এর C বিন্দুতে ∠BCD = 30° কোণ উৎপন্ন করে।



ধরি, BC = h মিটার

তাহলে, AC = CD = (96 – h) মিটার

এখন, ΔBCD-এ

$\cos\angle BCD = \frac{BC}{CD}$

বা, $\cos 30° = \frac{h}{96 - h}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{96 - h}$

বা, $2h = 96\sqrt{3} - h\sqrt{3}$

বা, $2h + h\sqrt{3} = 96\sqrt{3}$

বা, $h(2 + \sqrt{3}) = 96\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{96\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$

$\therefore h = 44.55$

$\therefore BC = 44.55$ মিটার

আবার, $\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{p}{h}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{p}{44.55}$

বা, $p\sqrt{3} = 44.55$

বা, $p = \frac{44.55}{\sqrt{3}}$

$\therefore p = 25.72$ মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৯ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 6 সেমি.। এর সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির $\frac{2}{3}$ অংশ।

ক. একটি ঘনকের পৃষ্ঠতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য $2\sqrt{2}$ সেমি. হলে এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ত্রিভুজের পরিসীমা রম্বসের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্যের সমান এবং রম্বসের ক্ষেত্রফল 24 বর্গ.সেমি। রম্বসের পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ঘনকের ধারের দৈর্ঘ্য a সে.মি.

$\therefore$ ঘনকের একটি পৃষ্ঠতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + a^2}$

$= \sqrt{2a^2}$

$= \sqrt{2}a$

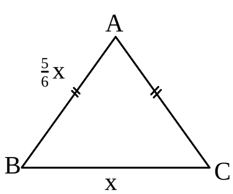
প্রশ্নমতে, $\sqrt{2}a = 2\sqrt{2}$

বা, $a = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$\therefore a = 2$ সে.মি.

$\therefore$ ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 6a^2 = 6 \,.\, 2^2 = 24$ ঘন সে.মি.।

খ



মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং এর ভূমি x মিটার।

$\therefore$ অপর দুই বাহু $AB = AC = \frac{2x}{3}$ সেমি।

প্রশ্নমতে,

$x + \frac{2x}{3} + \frac{2x}{3} = 6$

বা, $3x + 2x + 2x = 18$ [3 দ্বারা গুণ করে]

বা, $7x = 18$

$\therefore x = \frac{18}{7}$

অতএব, $BC = \frac{18}{7}$ সেমি

যেহেতু $BC = \frac{18}{7}$ সেমি

$\therefore AB = AC = \frac{2 \times \frac{18}{7}}{3} = \frac{12}{7}$ সেমি

$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$ বর্গ একক

$= \frac{\frac{18}{7}}{4}\sqrt{4 \times \left(\frac{12}{7}\right)^2 - \left(\frac{18}{7}\right)^2}$ বর্গসেমি

$= \frac{18}{7 \times 4}\sqrt{\frac{4 \times 144}{49} - \frac{324}{49}}$

$= \frac{9}{14}\sqrt{\frac{576 - 324}{49}}$

$= \frac{9}{14} \times \sqrt{\frac{252}{49}}$

$= \frac{9}{14} \times \frac{6\sqrt{7}}{7}$

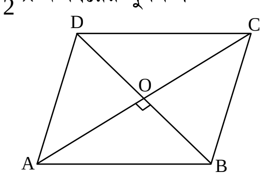
$= \frac{27\sqrt{7}}{49}$ বর্গসেমি

$= 1.458$ বর্গসেমি **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, রম্বসের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য, $d_1 = 6$ সেমি.

মনে করি, অপর কর্ণটি d_2 সে.মি.

আমরা জানি, রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল



বা, $24 = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

বা, $48 = 6 \times d_2$

বা, $6d_2 = 48$

$\therefore d_2 = 8$ সেমি.

$\therefore$ রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য, $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16}$

$= \sqrt{25} = 5$ সেমি.

$\therefore$ রম্বসের পরিসীমা $= 4 \times AB$ একক

$= 4 \times 5$ সেমি.

$= 20$ সেমি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ নিচে 30 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় গণিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো :

55,	40,	35,	60,	58,	45,	60,	57,	46,	50
60,	65,	48,	60,	36,	58,	50,	60,	47,	43
52,	61,	65,	50,	68,	40,	56,	54,	60,	46

ক. শ্রেণিব্যাপ্তি 5 হলে শ্রেণিসংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্ণনাসহ সারণি হতে উপাত্তের অজিভ রেখা আঁক। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সর্বনিম্ন নম্বর = 35

এবং সর্বোচ্চ নম্বর = 68

$\therefore$ পরিসর = (সর্বাচ্চ নম্বর – সর্বনিম্ন নম্বর) + 1

$= (68 - 35) + 1$

$= 33 + 1 = 34$

$\therefore$ শ্রেণিসংখ্যা $= \frac{\text{পরিসর}}{\text{শ্রেণি ব্যাপ্তি}}$

$= \frac{34}{5} = 6.8 \approx 7$ **(Ans.)**

খ মধ্যক নির্ণয়ের জন্য গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
35 – 39	||	2	2
40 – 44	|||	3	5
45 – 49	𝍸	5	10
50 – 54	𝍸	5	15
55 – 59	𝍸	5	20
60 – 64	𝍸 ||	7	27
65 – 69	|||	3	30
		m = 30	

এখানে, n = 30 $\therefore \frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 15-তম পদের মান।

15-তম পদের অবস্থান হবে (50 – 54) শ্রেণিতে।

$\therefore$ মধ্যক শ্রেণি হলো (50 – 54)।

সুতরাং $L = 50, F_c = 10, f_m = 5, h = 5$

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

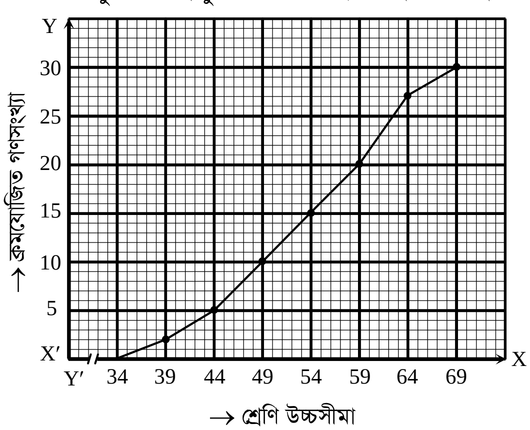
$= 50 + (15 - 10) \times \frac{5}{5}$

$= 50 + 5 \times 1$

$= 50 + 5$

$= 55$ **(Ans.)**

গ 'খ' হতে প্রাপ্ত সারণি হতে, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 34 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▶ ১১ 40 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজিতে) গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	30–39	40–49	50–59	60–69	70–79	80–89
গণসংখ্যা	4	5	7	12	8	4

ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. সারণি হতে বিবরণসহ উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
30 – 39	4	4
40 – 49	5	9
50 – 59	7	16
60 – 69	12	28
71 – 79	8	36
80 – 89	4	40
	মোট, n = 40	

এখানে, n = 40, যা জোড় সংখ্যা। $\therefore \frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$

সুতরাং মধ্যক (60 – 69) শ্রেণিতে অবস্থিত।

$\therefore$ মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{60 + 69}{2} = \frac{129}{2} = 64.5$ **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা f_i	মধ্যবিন্দু x_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
30 – 39	34.5	4	– 3	– 12
40 – 49	44.5	5	– 2	– 10
50 – 59	54.5	7	– 1	– 7
60 – 69	64.5 → a	12	0	0
70 – 79	74.5	8	1	8
80 – 89	84.5	4	2	8
		n = 40		$\Sigma f_iu_i = -13$

$\therefore$ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

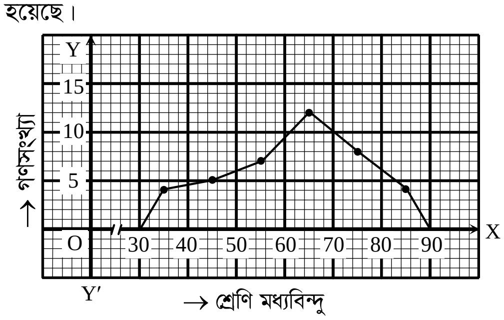
$= 64.5 + \frac{-13}{40} \times 10$

$= 64.5 - 3.25 = 61.25$ **(Ans.)**

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
30 – 39	34.5	4
40 – 49	44.5	5
50 – 59	54.5	7
60 – 69	64.5	12
71 – 79	74.5	8
80 – 89	84.5	4

এখন ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 30 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



দিনাজপুর বোর্ড-২০২৪

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ৩০ মিনিট — পূর্ণমান : ৩০

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১। **নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা?**
ক $\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt{36}}$ খ $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{64}}$ গ $\sqrt{\frac{81}{625}}$ ঘ $\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}}$

২। **যদি $f(x) = x^3 + ax^2 - 6x - 9$ হয়, তবে a এর কোন মানের জন্য $f(-3) = 0$ হবে?**
ক 6 খ 2 গ -2 ঘ -4

৩। **$a(2a - 3) = \frac{1}{2}$ হলে—**
i. $4a^2 - \frac{1}{4a^2} = 3\sqrt{13}$ ii. $\left(2a + \frac{1}{2a}\right)^2 = 13$ iii. $4a^2 + \frac{1}{4a^2} = 11$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

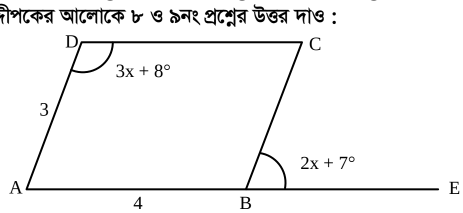
৪। **$a + \frac{1}{a} = 0$ হলে, $\sqrt{2}\left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}\right)$ এর মান কত?**
ক 0 খ 1 গ 2 ঘ 4

৫। **0.00000538 এর সাধারণ লগের পূর্ণক কত?**
ক $\bar{6}$ খ $\bar{5}$ গ 5 ঘ 6

৬। **$\sqrt{2x - 2} + 4 = 5$ এর সমাধান সেট নিচের কোনটি?**
ক {0} খ { } গ $\left\{\frac{3}{2}\right\}$ ঘ {1}

৭। **কোনো বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য 10% হ্রাস পেলে এর ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস পাবে?**
ক 10% খ 19% গ 21% ঘ 30%

☐ **উদ্দীপকের আলোকে ৮ ও ৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



ABCD একটি সামান্তরিক।

৮। **x এর মান কত ডিগ্রি?**
ক 15° খ 23° গ 33° ঘ 39°

৯। **$ABCD$ এর পরিসীমা কত?**
ক 7 খ 11 গ 12 ঘ 14

১০। **$2x + y = 8$ এবং $3x - 2y = 5$ সমীকরণদ্বয়ের ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক কোনটি?**
ক $(-3, 2)$ খ $(-2, 3)$ গ $(2, 3)$ ঘ $(3, 2)$

১১। **$2 + x + y + z + 162$ গুণোত্তর ধারাটির চতুর্থ পদ কোনটি?**
ক 18 খ 27 গ 54 ঘ 81

১২। **ΔPQR এর $\angle Q$ ও $\angle R$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। $\angle P = 50°$ হলে, $\angle QOR$ = কত?**
ক 40° খ 65° গ 115° ঘ 130°

১৩। **সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুকে উভয় দিকে বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণদ্বয় উৎপন্ন হয়, তাদের সমষ্টি কত?**
ক 120° খ 180° গ 240° ঘ 270°

১৪। **$\cot\theta = \sqrt{3}$ হলে,**
i. $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ii. $\sec\theta = 2\tan\theta$ iii. $4\sin\theta = \frac{1}{\cos 2\theta}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৫। **সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য 8° হলে, বৃহত্তম কোণের মান কত ডিগ্রি?**
ক 41° খ 42° গ 45° ঘ 49°

☐ **উদ্দীপকের আলোকে ১৬ ও ১৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

চিত্রে ABD বৃত্তের কেন্দ্র O, OB = 5 সে.মি. এবং OP = 3 সে. মি.।

১৬। **BD এর মান কত?**
ক 11.66 সেমি খ 8 সেমি গ 5.83 সেমি ঘ 4 সেমি

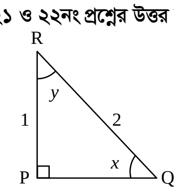
১৭। **y এর মান কত?**
ক 30° খ 36° গ 60° ঘ 72°

১৮। **দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে ছেদ করলে তাদের মধ্যে সর্বোচ্চ কয়টি সাধারণ স্পর্শক অঙ্কন করা সম্ভব?**
ক 1টি খ 2টি গ 3টি ঘ 4টি

১৯। **$M = \{2, 3, 4\}$, $N = \{2, 4, 7\}$ হলে, $M \setminus N$ = কত?**
ক {3} খ {7} গ {2, 4} ঘ {3, 7}

২০। **সমবৃত্তভূমিক বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ 5 সে.মি. এবং উচ্চতা 7 সে.মি. হলে, এর–**
i. ভূমির ক্ষেত্রফল = 25 π বর্গ সে. মি. ii. বক্রতলের ক্ষেত্রফল = 70 π বর্গ সে. মি.
iii. আয়তন = 350 π ঘন সে. মি.
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

☐ **উদ্দীপকের আলোকে ২১ ও ২২নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



২১। **$\tan y$ এর মান নিচের কোনটি?**
ক $\sqrt{3}$ খ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ গ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ $\frac{1}{2}$

২২। **$\sin^2 x + \cos^2 y$ এর মান কত?**
ক $\frac{1}{2}$ খ 1 গ $\frac{9}{4}$ ঘ 8

২৩। **1 থেকে 19 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলোর গড় কত?**
ক 9.63 খ 9.5 গ 8.67 ঘ 8.23

২৪। **কোনো দণ্ডের ছায়ার দৈর্ঘ্য তার দৈর্ঘ্যের কতগুণ হলে উন্নতি কোণ 30° হবে।**
ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\sqrt{2}$ ঘ $\sqrt{3}$

২৫। **বর্গের প্রতিসাম্য রেখা কয়টি?**
ক 4 খ 3 গ 2 ঘ 1

২৬। **ΔABC এর AB ও BC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E হলে, $\Delta BDE : \Delta ABC$ = কত?**
ক 2 : 3 খ 1 : 2 গ 1 : 3 ঘ 1 : 4

২৭। **π মিটার পরিধিবিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?**
ক $\frac{\pi}{4}$ খ $\frac{\pi}{2}$ গ π ঘ 2π

২৮। **একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $25\sqrt{3}$ বর্গমিটার হলে ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য কত মিটার?**
ক 5 খ 10 গ 50 ঘ 100

২৯। **ক্রমযোজিত গণসংখ্যা প্রয়োজন–**
i. মধ্যক নির্ণয়ে ii. অজিভ রেখা অঙ্কনে iii. প্রচুরক নির্ণয়ে
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩০। **উপাত্তের সর্বোচ্চ মান 97, পরিসর 48 হলে, সর্বনিম্ন মান কত?**
ক 51 খ 50 গ 49 ঘ 48

■ **খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।**

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

দিনাজপুর বোর্ড-২০২৪

গণিত (সৃজনশীল)

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট — [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] — পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ–বীজগণিত

১। $A = \{x : x \in N$ এবং $x^2 - 5x + 6 = 0\}$
$B = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 11\}$
$C = \{3, 4, 5, 7, 9\}$ এবং
$f(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$

ক. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে, যেখানে n হচ্ছে $(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা। ৪

গ. $\dfrac{f\left(\frac{1}{x^2}\right)+1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right)-2}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

২। (i) $a^2 - 2\sqrt{6}a + 1 = 0$ এবং
(ii) $x - 5 = 2\sqrt{6}$.

ক. $4b^2 + \frac{1}{4b^2} - 2 + 4b - \frac{1}{b}$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $x\sqrt{x} - \frac{1}{x\sqrt{x}} = 22\sqrt{2}$. ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{a^{10}+1}{a^5} = 922\sqrt{6}$ ৪

৩। (i) একটি সমান্তর ধারার 14 তম পদ 37 এবং 19 তম পদ 52।
(ii) কোনো গুণোত্তর ধারার সপ্তম পদ $\frac{\sqrt{2}}{27}$ এবং দশম পদ $\frac{\sqrt{2}}{81\sqrt{3}}$।

ক. 2 – 5 – 12 – 19 .... ধারাটির 15 তম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. (i) নং হতে ধারাটির প্রথম 10 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii)নং হতে গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ–জ্যামিতি

৪। (i) ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $AB = AC$ এবং অতিভুজ BC এর উপর D যেকোনো বিন্দু।
(ii) ΔPQR এর PQ ও PR বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N।

ক. একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 15 সে.মি. হলো ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $DB^2 + DC^2 = 2DA^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $MN \parallel QR$ এবং $MN = \frac{1}{2}QR$। ৪

৫। (i) O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $PQRS$ একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।
(ii) M কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $ABCD$ চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে E বিন্দুতে ছেদ করে।

ক. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle PQR + \angle PSQ =$ দুই সমকোণ। ৪

গ. দেখাও যে, $\angle AMB + \angle CMD = 2\angle AEB$. ৪

৬। $P = 5$ সে.মি., $Q = 6.5$ সে.মি. এবং $\angle x = 60°$.

ক. পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে $75°$ কোণ অঙ্কন কর। ২

খ. একটি রম্বস আঁক যার পরিসীমা $3P$ এবং একটি কোণ $\angle x$ এর সমান। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. সামান্তরিকের দুটি কর্ণ P ও Q এবং একটি বাহু $R = 4.5$ সে.মি. হলে সামান্তরিকটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।] ৪

গ বিভাগ–ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

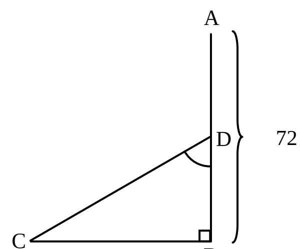
৭। $x = \sec\theta$, $y = \sin\theta$ এবং $a = \cos\theta$.

ক. $\cot(A + 15°) = 1$ হলে, A এর মান নির্ণয় কর। ২

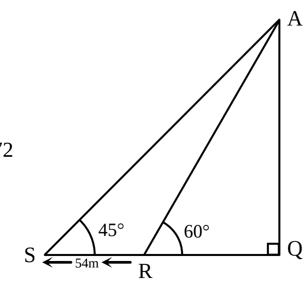
খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = \frac{a}{y} + \frac{1}{y}$। ৪

গ. উদ্দীপকের আলোকে $\frac{1}{x^2} - y^2 + 5a = 2$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। যেখানে $0° < \theta < 90°$. ৪

৮।



চিত্র-১



চিত্র-২

ক. $\text{see}\theta = \frac{13}{12}$ হলে, $\sin\theta + \cos\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. চিত্র-১ হতে BD এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. চিত্র-২ এর আলোকে ΔPQS এর পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

৯। (i) একটি সামান্তরিকের বাহুর দৈর্ঘ্য 36 সে.মি. ও 28 সে.মি.। এর ক্ষুদ্রতর কর্ণটি 32 সে. মি.।
(ii) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 4 মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $30\sqrt{3}$ বর্গমিটার বৃদ্ধি পায়।

ক. একটি সুষম পঞ্চভুজের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 8 সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. (ii)নং উদ্দীপকের আলোকে সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. (i)নং থেকে সামান্তরিকের অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

ঘ বিভাগ–পরিসংখ্যান

১০। নিম্নে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

প্রাপ্ত নম্বর	66–70	71–75	76–80	81–85	86–90	91–95
গণসংখ্যা	4	6	9	13	7	5

ক. প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ২

খ. উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. বিবরণসহ উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১১। দশম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

ওজন (কেজি)	45–49	50–54	55–59	60–64	65–69	70–74
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	6	9	17	12	10	6

ক. মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. সারণি হতে বিবরণসহ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর																														
	১	খ	২	খ	৩	ঘ	৪	গ	৫	ক	৬	গ	৭	খ	৮	গ	৯	ঘ	১০	ঘ	১১	গ	১২	গ	১৩	গ	১৪	ঘ	১৫	*
	১৬	খ	১৭	গ	১৮	খ	১৯	ক	২০	ক	২১	ক	২২	ক	২৩	ক	২৪	ঘ	২৫	গ	২৬	ঘ	২৭	ক	২৮	খ	২৯	ক	৩০	খ

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▸ ০১ $A = \{x : x \in N$ এবং $x^2 - 5x + 6 = 0\}$

$B = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 11\}$

$C = \{3, 4, 5, 7, 9\}$ এবং

$f(x) = \dfrac{3x+1}{3x-1}$

ক. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে, যেখানে n হচ্ছে $(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা। ৪

গ. $\dfrac{f\left(\frac{1}{x^2}\right)+1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right)-2}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখন, $x^2 - 5x + 6 = 0$

বা, $x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$

বা, $x(x-3) - 2(x-3) = 0$

বা, $(x-3)(x-2) = 0$

$\therefore x = 3, 2$

$\therefore$ A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে পাই,

$A = \{x : x \in N$ এবং $x^2 - 5x + 6 = 0\}$

$= \{3, 2\}$

খ $B = \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 11\}$

$= \{2, 3, 5, 7\}$

$C = \{2, 4, 5, 7, 9\}$

$\therefore B \cap C = \{2, 3, 5, 7\} \cap \{3, 9, 5, 7, 9\}$

$= \{3, 5, 7\}$

এখানে, $B \cap C$ এর উপাদান সংখ্যা $n(B \cap C) = 3$

এখন,

$P(B \cap C) = \{\{3\}, \{5\}, \{7\}, \{3, 5\}, \{5, 7\}, \{7, 3\}, \{3, 5, 7\}, \varnothing\}$

$\therefore P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 8$

$= 2^3$

$= 2^n$ [$\because n = 3$] **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $P(x) = \dfrac{3x+1}{3x-1}$

$$\therefore f\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{\frac{3}{x^2}+1}{\frac{3}{x^2}-1} = \frac{\frac{3+x^2}{x^2}}{\frac{3-x^2}{x^2}} = \frac{3+x^2}{3-x^2}$$

$$\text{এখন, } \frac{f\left(\frac{1}{x^2}\right)+1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right)-2}$$

$$= \frac{\frac{3+x^2}{3-x^2}+1}{\frac{3+x^2}{3-x^2}-2}$$

$$= \frac{3+x^2+3-x^2}{3+x^2-6+2x^2}$$

$$= \frac{6}{-3+3x^2} = \frac{2}{x^2-1}$$

প্রশ্ন ▸ ০২ (i) $a^2 - 2\sqrt{6a} + 1 = 0$ এবং (ii) $x - 5 = 2\sqrt{6}$.

ক. $4b^2 + \dfrac{1}{4b^2} - 2 + 4b - \dfrac{1}{b}$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $x\sqrt{x} - \dfrac{1}{x\sqrt{x}} = 22\sqrt{2}$. ৪

গ. দেখাও যে, $\dfrac{a^{10}+1}{a^5} = 922\sqrt{6}$ ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক $4b^2 + \dfrac{1}{4b^2} - 2 + 4b - \dfrac{1}{b}$

$= (2b)^2 + \left(\dfrac{1}{2b}\right)^2 - 2 + 4b - \dfrac{1}{b}$

$= \left(2b - \dfrac{1}{2b}\right)^2 + 2.2b.\dfrac{1}{2b} - 2 + 4b - \dfrac{1}{b}$

$= \left\{2\left(b - \dfrac{1}{4b}\right)\right\}^2 = 4 + \left(b - \dfrac{1}{4b}\right)$

$= 4\left(b - \dfrac{1}{4b}\right)^2 + 4\left(b - \dfrac{1}{4b}\right)$

$= \left(b - \dfrac{1}{4b}\right)\left\{4\left(b - \dfrac{1}{4b}\right) + 4\right\}$

$= \left(b - \dfrac{1}{4b}\right)\left(4b - \dfrac{1}{b} + 4\right)$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$x - 5 = 2\sqrt{6}$

বা, $x = 5 + \sqrt{6}$

$= 3 + 2\sqrt{6} + 2$

$= (\sqrt{3})^2 + 2.\sqrt{3}.\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$

$= (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

$\therefore \sqrt{x} = \sqrt{3} + \sqrt{3}$

এখন,

বামপক্ষ $= x\sqrt{x} - \frac{1}{x\sqrt{x}}$

$= (\sqrt{3}+\sqrt{2})^2.(\sqrt{3}+\sqrt{2}) - \frac{1}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^3}$

$= (\sqrt{3}+\sqrt{2})^3 - \frac{1}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^3}$

$= \left(\sqrt{3}+\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)^3 + 3.(\sqrt{3}+\sqrt{2}).\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)$

$= \left\{\sqrt{3}+\sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}\right\}^3 + 3.\left\{\sqrt{3}+\sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}\right\}$

$= (\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2})^3 + 3.(\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2})$

$= (2\sqrt{2})^3 + 3.2\sqrt{2}$

$= 16\sqrt{2} + 6\sqrt{2}$

$= 22\sqrt{2}$

= ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$a^2 - 2\sqrt{6}a + 1 = 0$

বা, $(a)^2 - 2.a.\sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 + 1 - (\sqrt{6})^2 = 0$

বা, $(a - \sqrt{6})^2 - 5 = 0$

বা, $a = \sqrt{5} + \sqrt{6}$

$\therefore \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}$

$= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{6-5}$

$= \sqrt{6} - \sqrt{5}$

এখন,

বামপক্ষ $= \frac{a^{10}+1}{a^5} = a^5 + \frac{1}{a^5}$

$= \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right)\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) - \left(a + \frac{1}{a}\right)$

$= \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3.a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right)\right\}\left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a}\right\} - \left(a + \frac{1}{a}\right)$

$= \{(2\sqrt{6})^3 - 3.2\sqrt{6}\}\{(2\sqrt{6})^2 - 2\} - 2\sqrt{6}$

$= (48\sqrt{6} - 6\sqrt{6}).22 - 2\sqrt{6}$

$= 924\sqrt{6} - 2\sqrt{6}$

$= 922\sqrt{6}$

= ডানপক্ষ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ০৩ *(i)* একটি সমান্তর ধারার 14 তম পদ 37 এবং 19 তম পদ 52।

(ii) কোনো গুণোত্তর ধারার সপ্তম পদ $\frac{\sqrt{2}}{27}$ এবং দশম পদ $\frac{\sqrt{2}}{81\sqrt{3}}$।

ক. 2 – 5 – 12 – 19 .... ধারাটির 15 তম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. *(i)* নং হতে ধারাটির প্রথম 10 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. *(ii)*নং হতে গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটি : 2 – 5 – 12 – 19 ... ...

ধারাটির ১ম পদ a = 2

সাধারণ অন্তর $d = -5 - 2$

$= -7$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n-1)d$

$\therefore$ ধারাটির 15 তম পদ $= 2 + (15-1).(-7)$

$= 2 + 14.(-7)$

$= 2 - 98$

$= -96$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

সমান্তর ধারার 14 তম পদ 37 এবং 19 তম পদ 52

অর্থাৎ,

ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারন অন্তর d হলে,

$a + (14-1)d = 37$

বা, $a + 13d = 37$ ... ... (i)

এবং $a + (19-1)d = 52$

বা, $a + 18d = 52$ ... ... (ii)

(i)হতে পাই,

$a = 37 - 13d$ ... ... (iii)

a এর মান (ii)এ বসিয়ে,

$37 - 13d + 18d = 52$

বা, $37 + 5d = 52$

বা, $5d = 15$

$\therefore d = 3$

(iii) এ d = 3 বসিয়ে,

$a = 37 - 13.3$

$= -2$

$\therefore$ ধারাটির ১ম 10টি পদের সমষ্টি, $S = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$= \frac{10}{2}\{2a + 9d\}$

$= 5.\{2.(-2) + 9.3\}$

$= 5(-4 + 27)$

$= 155$

গ আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ প্রদত্ত ধারাটির 7তম পদ $= ar^{(7-1)}$

$= ar^6$

এবং 10 তম পদ $= ar^{(10-1)}$

$= ar^9$

এখন,

$ar^6 = \frac{\sqrt{2}}{27}$ ... ... (i)

এবং $ar^9 = \frac{\sqrt{2}}{81\sqrt{3}}$ ... ... (ii)

(i) ÷ (ii) হতে,

$\frac{1}{r^3} = \frac{\sqrt{2}}{27} \div \frac{\sqrt{2}}{81\sqrt{3}}$

$= \frac{81\sqrt{3}}{27}$

$= 3\sqrt{3}$

বা, $r^3 = \frac{1}{3\sqrt{3}}$

বা, $r^3 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3$

$\therefore r = \frac{1}{\sqrt{3}}$

r এর মান (i) এ বসিয়ে,

$a.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^6 = \frac{\sqrt{2}}{27}$

বা, $a.\frac{1}{27} = \frac{\sqrt{2}}{27}$

বা, $a = \sqrt{2}$

$\therefore$ ধারাটির ১ম পদ $= ar^0$

$= \sqrt{2}$

২য় পদ $= ar^1$

$= \sqrt{2}.\frac{1}{\sqrt{3}}$

$= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

৩য় পদ $= \sqrt{2}.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{\sqrt{2}}{3}$

অর্থাৎ, ধারাটি : $\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{3} + \ldots\ldots\ldots$

প্রশ্ন ▶ ০৪ (*i*) *ABC* একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার *AB* = *AC* এবং অতিভুজ *BC* এর উপর *D* যেকোনো বিন্দু।

(*ii*) ΔPQR এর *PQ* ও *PR* বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে *M* ও *N*।

ক. একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 15 সে.মি. হলো ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $DB^2 + DC^2 = 2DA^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $MN \parallel QR$ এবং $MN = \frac{1}{2}QR$। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 15 সেমি.

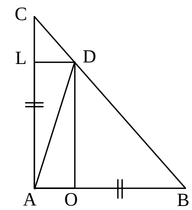
$\therefore$ ত্রিভুজটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য $a = \frac{15}{3}$ সেমি

$= 5$ সেমি

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গএকক

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (5)^2$ বর্গ সেমি **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABC সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। BC এর অতিভুজ। AB = AC। D, BC এর উপর একটি বিন্দু। D, A যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $DB^2 + DC^2 = 2DA^2$।

অঙ্কন : D হতে AB ও AC এর উপর যথাক্রমে DO এবং DL লম্ব টানি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. AODL একটি আয়তক্ষেত্র।

$\therefore$ AL = OD = OB [$\because \angle B = 45°$]

$\therefore$ DL = CL = OA [$\because \angle C = 45°$]

ধাপ-২. এখন, $DB^2 = OD^2 + OB^2$

[$\because$ DOB সমকোণী এবং DB অতিভুজ]

$\therefore DB^2 = OD^2 + OD^2 = 2OD^2$........................(i)

এবং $DC^2 = DL^2 + CL^2 = DL^2 + DL^2 = 2DL^2$........... (ii)

[একই কারণে]

ধাপ-৩. সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$DB^2 + DC^2 = 2OD^2 + 2DL^2$

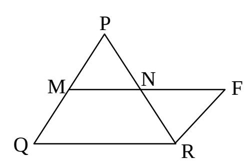
$= 2(OD^2 + DL^2)$

$= 2(OD^2 + OA^2)$

$= 2DA^2$

$\therefore DB^2 + DC^2 = 2DA^2$. **(প্রমাণিত)**

গ



মনে করি, ΔPQR এর PQ এবং PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M এবং N। M ও N যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $MN \parallel QR$ এবং $MN = \frac{1}{2}QR$.

অঙ্কন :

MN কে F পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন NF = MN হয়। R, F যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. ΔPMN ও ΔRNF এর মধ্যে

PN = NR [PR এর মধ্যবিন্দু N]

MN = NF [অঙ্কনানুসারে]

$\angle PNM = \angle RNF$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\Delta PMN \cong \Delta RNF$ [বাহু–কোণ–বাহু উপপাদ্য]

$\therefore \angle PMN = \angle NFR$

এবং $\angle MAN = \angle NRF$ [একান্তর কোণ]

$\therefore$ MF || QR বা MN || QR

ধাপ-২. আবার, MF = QR

বা, MN + NF = QR [$\because$ MF = MN + NF]

বা, MN + MN = QR [ধাপ (১) থেকে]

বা, 2MN = QR

$\therefore MN = \frac{1}{2} QR$

সুতরাং MN || QR এবং $MN = \frac{1}{2} QR$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৫ (*i*) *O* কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে *PQRS* একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ। (*ii*) *M* কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে *ABCD* চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। *AC* ও *BD* কর্ণদ্বয় পরস্পরকে *E* বিন্দুতে ছেদ করে।

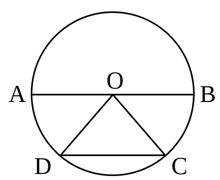
ক. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle PQR + \angle PSQ =$ দুই সমকোণ। ৪

গ. দেখাও যে, $\angle AMB + \angle CMD = 2\angle AEB$. ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে AB ব্যাস এবং CD ব্যাস ভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। অর্থাৎ, AB > CD.

অঙ্কন : O, C এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. OA = OB = OC = OD [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এখন, ΔOCD-এ,

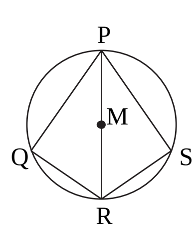
OC + OD > CD [ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, OA + OB > CD

অর্থাৎ, AB > CD.

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। **(প্রমাণিত)**

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, M কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle PQR + \angle PSR = 180°$

অঙ্কন : P, M এবং R, M যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১. একই চাপ PQR এর উপর দণ্ডায়মান

বৃত্তস্থ কোণ $\angle PSR = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ $\angle PMR$) [$\because$ বৃত্তের যেকোনো চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

ধাপ-২. আবার, একই চাপ PSR এর উপর

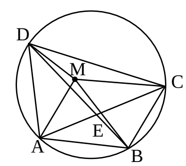
দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ $\angle PQR = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle PMR$)

ধাপ-৩. $\angle PSR + \angle PQR = \frac{1}{2}$ কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle PMR + \frac{1}{2}$ কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle PMR$

বা, $\angle PQR + \angle PSR = \frac{1}{2} \times 360° = 180°$

সুতরাং $\angle PQR + \angle PSR = 180°$ **(প্রমাণিত)**

গ



মনে করি, M কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে। M, A; M, B; M, C এবং M, D যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AMB + \angle CMD = 2\angle AEB$.

প্রমাণ :

ধাপ-১. AB চাপের উপর অবস্থিত $\angle AMB = 2\angle ADB$

[$\because$ একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ-২: CD চাপের উপর অবস্থিত

$\angle CMD = 2\angle DAC$ [একই কারণে]

ধাপ-৩. $\angle AMB + \angle CMD$ [ধাপ (১) ও (২) থেকে]

$= 2(\angle ADB + \angle DAC) = 2(\angle ADE + \angle DAE)$

বা, $\angle ADE + \angle DAE = \frac{1}{2}(\angle AMB + \angle CMD)$

ধাপ-৪. ΔDAE এর বহিঃস্থ $\angle AQB$ = অন্তঃস্থ ($\angle ADE + \angle DAE$)

বা, $\angle AEB = \frac{1}{2}(\angle AMB + \angle CMD)$ [ধাপ (৩) থেকে]

$\therefore \angle AMB + \angle CMD = 2\angle AEB$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০৬ *P* = 5 সে.মি., *Q* = 6.5 সে.মি. এবং $\angle x = 60°$.

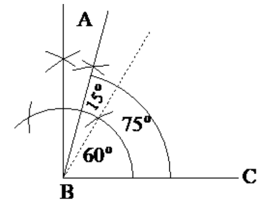
ক. পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে 75° কোণ অঙ্কন কর। ২

খ. একটি রম্বস আঁক যার পরিসীমা 3*P* এবং একটি কোণ $\angle x$ এর সমান। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. সামান্তরিকের দুটি কর্ণ *P* ও *Q* এবং একটি বাহু *R* = 4.5 সে.মি. হলে সামান্তরিকটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।] ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

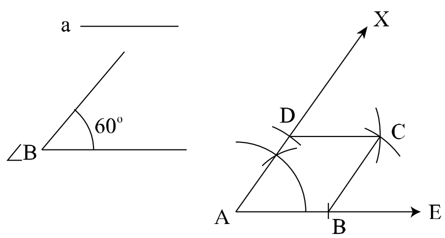
ক



চিত্রে, $\angle ABC = 75°$

খ দেওয়া আছে, পরিসীমা $3p = 3 \times 15 = 15$ সে.মি.।

$\therefore$ রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{15}{3} = 5$ সে.মি.।



মনে করি, একটি রম্বসের একটি বাহু $a = 5$ সে.মি. এবং একটি কোণ $\angle B = 60°$ দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

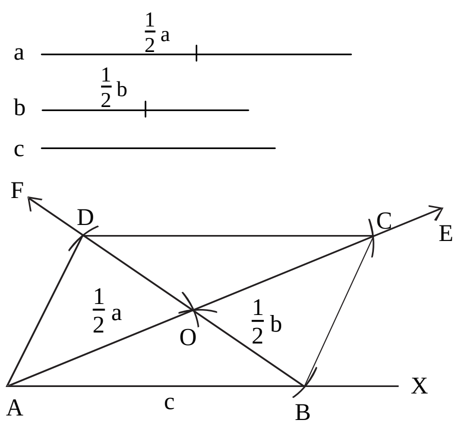
১. যেকোনো একটি রশ্মি AE থেকে a এর সমান করে AB রেখাংশ কেটে নিই।

২. AB রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle BAX = \angle B = 60°$ আঁকি। AX রশ্মি থেকে $AD = AB = a$ অংশ কেটে নিই।

৩. B ও D কে কেন্দ্র করে $AB = a$ ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle BAD$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. B, C ও D, C যোগ করি। তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

গ



মনে করি, সামান্তরিকের দুইটি কর্ণ $a = 8$ সে.মি. ও $b = 6$ সে.মি. এবং একটি বাহু $c = 3$ সে.মি. দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন : a ও b কর্ণদ্বয়কে সমান দুইভাগে বিভক্ত করি।

যেকোনো রশ্মি AX থেকে c এর সমান AB নিই। A ও B কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে $\frac{a}{2}$ ও $\frac{b}{2}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে, করি, বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। A, O ও B, O যোগ করি। AO কে AE বরাবর এবং BO কে BF বরাবর বর্ধিত করি। OE থেকে $\frac{a}{2} = OC$ এবং OF থেকে $\frac{b}{2} = OD$ নিই। A, D; D, C ও B, C যোগ করি।

তাহলে, ABCD ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রশ্ন ▶ ০৭ $x = \sec\theta$, $y = \sin\theta$ এবং $a = \cos\theta$.

ক. $\cot(A + 15°) = 1$ হলে, A এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = \frac{a}{y} + \frac{1}{y}$। ৪

গ. উদ্দীপকের আলোকে $\frac{1}{x^2} - y^2 + 5a = 2$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। যেখানে $0° < \theta < 90°$. ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\cot(A + 15°) = 1$

বা, $\frac{1}{\tan(A + 15°)} = 1$

বা, $\tan(A + 15°) = 1$

বা, $\tan(A + 15°) = \tan 45°$

বা, $A + 15° = 45°$

$\therefore A = 30°$

খ বামপক্ষ $= \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

$= \sqrt{\frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta - 1}}$

$= \sqrt{\frac{\sec\theta(1 + \cos\theta)}{\sec\theta(1 - \cos\theta)}}$

$= \sqrt{\frac{1 + \cos\theta}{1 - \cos\theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1 + \cos\theta)^2}{(1 - \cos\theta)(1 + \cos\theta)}}$

$= \sqrt{\frac{(1 + \cos\theta)^2}{1 - \cos^2\theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1 + \cos\theta)^2}{\sin\theta}} = \sqrt{\left(\frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta}\right)^2}$

$= \frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta} = \frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

$= \frac{a}{y} + \frac{1}{y}$; [উদ্দীপক হতে]

= ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

$\frac{1}{x^2} - y^2 + 5a = 2$

বা, $\frac{1}{\sec^2\theta} - \sin^2\theta + 5\cos\theta = 2$

বা, $\cos^2\theta - \sin^2\theta + 5\cos\theta = 2$

বা, $\cos^2\theta - (1 - \cos^2\theta) + 5\cos\theta = 2$

বা, $2\cos^2\theta + 5\cos\theta - 3 = 0$

বা, $2\cos^2\theta + 6\cos\theta - \cos\theta - 3 = 0$

বা, $2\cos\theta(\cos + 3) - 1(\cos\theta + 3) = 0$

বা, $\cos\theta + 3)(2\cos\theta - 1) = 0$

$\therefore \cos\theta = -3$ অথবা, $2\cos\theta - 1 = 0$

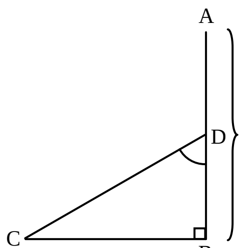
এখানে, $\cos\theta \neq -3$
কারণ $-1 \leq \cos\theta \leq 1$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

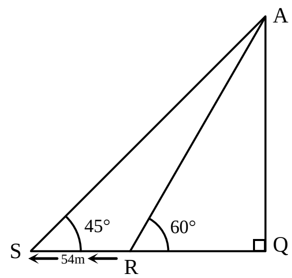
বা, $\cos\theta = \cos 60°$ [$\because 0° < \theta < 90°$]

$\therefore \theta = 60°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৮



চিত্র-১



চিত্র-২

ক. $see\theta = \frac{13}{12}$ হলে, $\sin\theta + \cos\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. চিত্র-১ হতে *BD* এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. চিত্র-২ এর আলোকে ΔPQS এর পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\sec\theta = \frac{13}{12}$

$\therefore \cos\theta = \frac{13}{12}$

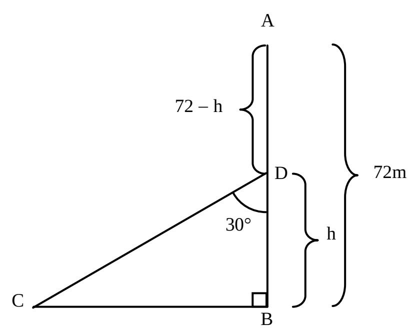
$\therefore \sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta}$

$= \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2}$

$= \frac{5}{13}$

$\therefore \sin\theta + \cos\theta = \frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{17}{13}$

খ



চিত্র হতে, AD অংশ ভূমিতে C বিন্দুতে স্পর্শ করে।
অর্থাৎ, AB = 72m এবং BD = h হলে,
AD = DC = (72 – h) মিটার।
এখন, ΔBCD এ,

$\tan\angle BDC = \frac{BD}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{BC}$

বা, $BC = \frac{\frac{h}{1}}{\sqrt{3}} = h\sqrt{3}$ মিটার

আবার, ΔBCD এ–

$\sin\angle BDC = \frac{BC}{CD}$

বা, $\sin 30° = \frac{h\sqrt{3}}{72 - h}$

বা, $\frac{1}{2}(72 - h) = h\sqrt{3}$

বা, $72 - h = 2h\sqrt{3}$

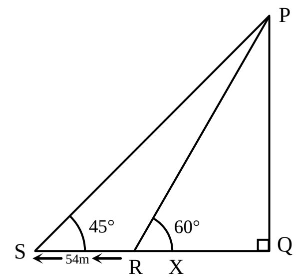
বা, $h\left(2\sqrt{3} + 1\right) = 72$

বা, $h = \frac{72}{2\sqrt{3} + 1}$

$= 16.12866$ m.

$\therefore BD = h = 16.12866$m (প্রায়) **(Ans.)**

গ



চিত্র হতে, ΔPRQ এ–

$\tan\angle PRQ = \frac{PQ}{RQ}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $h = x\sqrt{3}$

আবার, ΔPQS এ–

$\tan\angle PSQ = \frac{PQ}{QS}$

বা, $\tan 45° = \frac{h}{54 + x}$

বা, $h = 54 + x$

বা, $x\sqrt{3} = 54 + x$

বা, $x(\sqrt{3} - 1) = 54$

বা, $x = \frac{54}{\sqrt{3} - 1} = 73.5653$m (প্রায়)

$\therefore h = x\sqrt{3}$

$= \sqrt{3}$

$= 73.7653$m

$= 127.75653$m (প্রায়)

আবার, ΔPQS এ–

$\sin\angle PSQ = \frac{PQ}{PS}$

বা, $\sin 45° = \frac{h}{PS}$

বা, $PS = \frac{127.7653}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 180.6874$m (প্রায়)

$\therefore$ ত্রিভুজটির পরিসীমা = (PQ + QS + PS)m

= (127.7653 + 54 + 73.7653 + 180.6874)m

= 436.2180m (প্রায়)

প্রশ্ন ▶ ০৯ (*i*) একটি সামান্তরিকের বাহুর দৈর্ঘ্য 36 সে.মি. ও 28 সে.মি.। এর ক্ষুদ্রতর কর্ণটি 32 সে. মি.।
(*ii*) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 4 মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $30\sqrt{3}$ বর্গমিটার বৃদ্ধি পায়।

ক. একটি সুষম পঞ্চভুজের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 8 সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২
খ. (*ii*)নং উদ্দীপকের আলোকে সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪
গ. (*i*)নং থেকে সমান্তরিকের অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

n সংখ্যক বাহুবশিষ্ট সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{na^2}{4} \cot\left(\frac{180°}{n}\right)$

$\therefore$ 5টি বাহুবিশিষ্ট সুষম পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{5.8^2}{4} \cot\left(\frac{180°}{5}\right)$

$= 110.1105$ বর্গসেমি.

(Ans.)

খ আমরা জানি,

সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ বর্গএকক।

$\therefore$ প্রদত্ত শর্তানুসারে,

$\frac{\sqrt{3}}{4}(a + 4)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 + 30\sqrt{3}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2 + 8a + 16) = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 + 30\sqrt{3}$

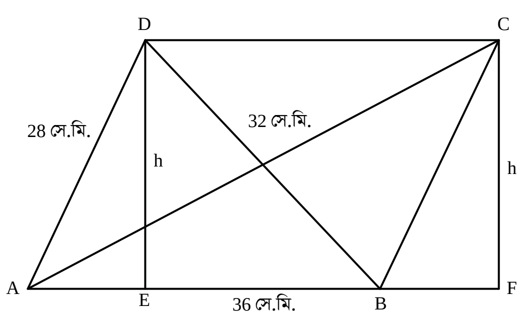
বা, $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 + 2\sqrt{3}a + 4\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 + 30\sqrt{3}$

বা, $a = \frac{30\sqrt{3} - 4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 26$

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} . (26)^2$ বর্গমিটার

$= 292.7165$ বর্গমিটার (প্রায়)

গ



ধরি, ABCD একটি সামান্তরিক
দেওয়া আছে, AB = DC = 36 সে. মি.
এবং AD = BC = 28 সেমি.
কর্ণ BD = 32 সে.মি.

$\therefore$ ΔABD এর পরিসীমা, 25 = (AB + BD + AD) একক

বা, 25 = (36 + 32 + 28) সে.মি

বা, $S = \frac{96}{2}$ সে.মি.

$\therefore$ S = 48 সে.মি.

$\therefore$ ΔABD এর ক্ষেত্রফল

$= \sqrt{S (S - AB) (S - BD) (S - AD)}$ বর্গসেমি.

$= \sqrt{48 (48 - 36) (48 - 32) (48 - 28)}$ বর্গসেমি.

= 429.325 বর্গসেমি.

আবার, ΔABD এর ভূমি AB = 36 সে.মি. এবং উচ্চতা DE = h ধরি।

এখন,

$\frac{1}{2} \times AB \times h = 429.325$

বা, $\frac{1}{2} \times 36 \times h = 429.325$

বা, $h = \frac{2 \times 429.325}{36}$

= 23851 মিটার।

$\therefore$ উচ্চতা DE = CF = 23.851 মিটার।

এখন, সমকোণী ত্রিভুজ CBF হতে পাই, $BC^2 = CF^2 + BF^2$

বা, $BF^2 = BC^2 - CF^2$

বা, $BF^2 = 28^2 - (23.851)^2$

$\therefore$ BF = 14.6673 মিটার

আবার,

সমকোণী ΔACF হতে পাই, $AC^2 = CF^2 + AF^2$

বা, $AC^2 = (23.851)^2 + (AB + BF)^2$

বা, $AC^2 = (23.851)^2 + (36 + 14.6673)^2$

$\therefore$ AC = 56.00406 মিটার

$\approx$ 56 মিটার (প্রায়)

অর্থাৎ, অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য 56 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ▶ ১০ নিম্নে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

প্রাপ্ত নম্বর	66–70	71–75	76–80	81–85	86–90	91–95
গণসংখ্যা	4	6	9	13	7	5

ক. প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ২
খ. উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
গ. বিবরণসহ উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সর্বাধিক গণসংখ্যা 13 বিদ্যমান (81 – 85) শ্রেণিতে।

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণি (81 – 85) এবং প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণি (71 – 80)

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির মধ্যবিন্দু $= \frac{76 + 80}{2} = 78$ **(Ans.)**

খ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	**গণসংখ্যা**	**ক্রমযোজিত গণসংখ্যা**
66 – 70	4	4
71 – 75	6	10
76 – 80	9	19
81 – 85	13	32
86 – 90	7	39
91 – 95	5	44
	n = 44	

এখানে, $n = 44$

$\therefore \frac{n}{2} = \frac{44}{2} = 22$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 22-তম পদের মান।

22-তম পদের অবস্থান হবে (81 – 85) শ্রেণিতে।

$\therefore$ মধ্যক শ্রেণি হলো (81 – 85)

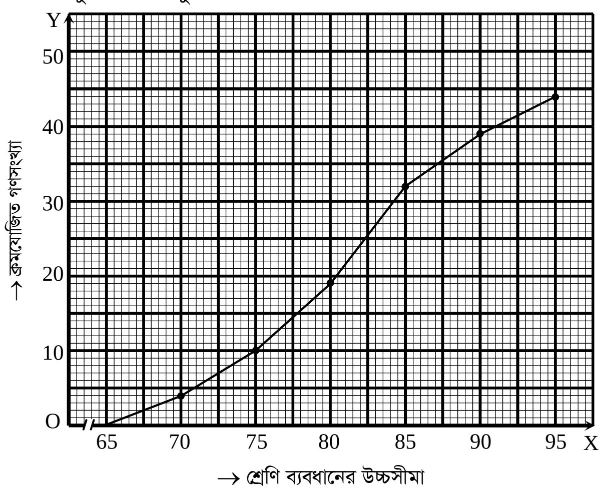
সুতরাং $L = 81, F_c = 19, f_m = 13, h = 5$

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 81 + (22 - 19) \times \frac{5}{13} = 82.15$ (প্রায়) **(Ans.)**

গ 'খ' এর সারণি অনুসরণ করি।

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 2 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 65 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : অজিভ রেখা

প্রশ্ন ▶ ১১ দশম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

ওজন (কেজি)	45–49	50–54	55–59	60–64	65–69	70–74
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	6	9	17	12	10	6

ক. মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. সারণি হতে বিবরণসহ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45 – 49	6	6
50 – 54	9	15
55 – 59	17	32
60 – 64	12	44
65 – 69	10	54
70 – 74	6	60
	n = 60	

এখানে, মোট গণসংখ্যা, $n = 60$;

$\therefore \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

$\therefore$ মধ্যক শ্রেণির অবস্থান হবে 30 তম পদের শ্রেণিতে যা (55 – 59) শ্রেণিতে বিদ্যমান।

$\therefore$ মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা 55 **(Ans.)**

খ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
45 – 49	47	6	– 2	–12
50 – 54	52	9	– 1	– 9
55 – 59	57(a)	17	0	0
60 – 64	62	12	1	12
65 – 69	67	10	2	20
70 – 74	72	6	3	18
		n = 60		$\Sigma f_i u_i = 29$

$\therefore$ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h$

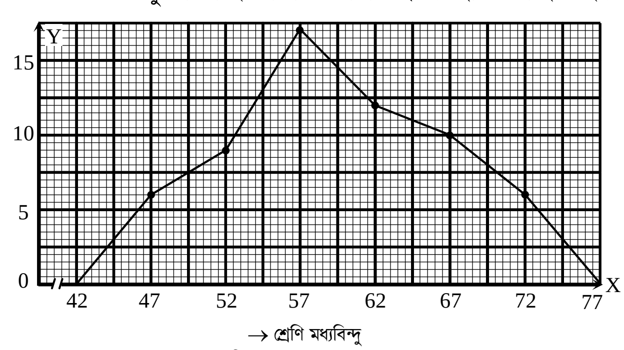
$= 57 + \frac{29}{60} \times 5$

$= 59.42$ (প্রায়) **(Ans.)**

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
45 – 49	47	6
50 – 54	52	9
55 – 59	57	17
60 – 64	62	12
65 – 69	67	10
70 – 74	72	6

এখন, ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 42 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : গণসংখ্যা বহুভুজ

ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২৪

গণিত (বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

[২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ৩০ মিনিট   পূর্ণমান : ৩০

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসংবলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

১। $1.\dot{4}\dot{3}$ এর সাধারণ ভগ্নাংশ কোনটি?

ক $\frac{142}{99}$ খ $\frac{143}{99}$ গ $\frac{142}{100}$ ঘ $\frac{143}{100}$

২। $f(x)$ এর একটি উৎপাদক $(2x + 1)$ হলে নিচের কোনটি 0 (শূন্য) হবে?

ক $f(-1)$ খ $f(1)$ গ $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ ঘ $f\left(\frac{1}{2}\right)$

৩। $A = \{2, 3, 4\}$ এবং $B = \{1, 3\}$ হলে—

i. $A \cap B = \{3\}$ ii. $A \backslash B = \{2, 4\}$ iii. $(A \times B)$ এর উপাদান সংখ্যা 5

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৪ ও ৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x - \frac{1}{x} = 4$

৪। $x^2 - \frac{1}{x^2}$ = কত?

ক $2\sqrt{5}$ খ $8\sqrt{3}$ গ $8\sqrt{5}$ ঘ $12\sqrt{2}$

৫। $x^3 - \frac{1}{x^3}$ = কত?

ক 24   খ 52   গ 56   ঘ 76

৬। $\sqrt[3]{x} = \sqrt{2}$ হলে x এর মান কত?

ক 2   খ $\sqrt{2}$ গ $2\sqrt{2}$ ঘ $3\sqrt{2}$

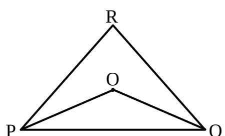
৭। $\log_9 3$ এর মান কত?

ক 2   খ $\frac{1}{2}$ গ 3   ঘ $\frac{1}{3}$

৮। $x^2 = 3x$ সমীকরণের সমাধান সেট নিচের কোনটি?

ক {0, 3}   খ {0, – 3}   গ {0}   ঘ {3}

৯।



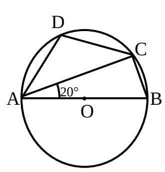
চিত্রে ∠P ও ∠Q এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে এবং ∠R = 40°, ∠POQ = কত?

ক 70°   খ 110°   গ 130°   ঘ 140°

১০। দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে নিচের কোনটি আঁকা সম্ভব?

ক ট্রাপিজিয়াম   খ রম্বস   গ আয়ত   ঘ সামান্তরিক

১১।



চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস হলে ∠ACD = কত?

ক 20°   খ 35°   গ 55°   ঘ 70°

১২। বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তে সর্বোচ্চ কয়টি স্পর্শক আঁকা যায়?

ক 1   খ 2   গ 3   ঘ 4

১৩। বৃত্তে অন্তর্লিখিত কোনো চতুর্ভুজের একটি কোণ 75° হলে এর বিপরীত কোণের মান কত?

ক 180°   খ 165°   গ 105°   ঘ 75°

১৪। $\cos(90° - \theta) = \frac{4}{5}$ হলে $\text{cosec}\theta$ = কত?

ক $\frac{5}{4}$ খ $\frac{4}{5}$ গ $\frac{3}{5}$ ঘ $\frac{4}{3}$

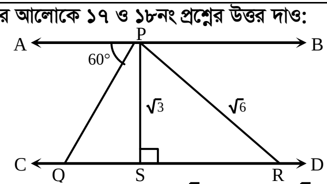
১৫। $\cos\theta\sqrt{\sec^2\theta - 1}$ = কত?

ক $\sin\theta$ খ $\cos\theta$ গ $\cot\theta$ ঘ $\tan\theta$

১৬। $2\sin\theta = 1$ হলে $\cot\theta$ = কত?

ক 0   খ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ 1   ঘ $\sqrt{3}$

নিচের তথ্যের আলোকে ১৭ ও ১৮নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রে AB || CD, ∠APQ = 60°, PS = $\sqrt{3}$ এবং PR = $\sqrt{6}$.

১৭। QS এর দৈর্ঘ্য কত?

ক 1   খ $\sqrt{3}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

১৮। চিত্রে–

i. ΔPSR সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ   ii. cosec ∠QPS = 2   iii. sin∠PRS = cos∠SPR

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii

১৯। সমানুপাতের উদাহরণ নিচের কোনটি?

ক 3 : 4 = 4 : 3   খ 2 : 3 = 6 : 10

গ 3 : 2 = 9 : 6   ঘ 2 : 5 = 4 : 25

২০। $5x - 2y = 13$ এবং $2x + 3y = 9$ সমীকরণদ্বয়–

i. সমঞ্জস   ii. পরস্পর অনির্ভরশীল   iii. এর সমাধান (x, y) = (3, 1)

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii

২১। $2x - 2x + 2x - 2x + 2x - \ldots\ldots$ ধারার ১ম দশ পদের সমষ্টি কত?

ক 20x   খ 4x   গ 2x   ঘ 0

২২। $-1 + 3 + 7 + \ldots\ldots + 43$ ধারাটির–

i. পদসংখ্যা 12   ii. ৫ম পদ 15   iii. ১ম আট পদের সমষ্টি 120

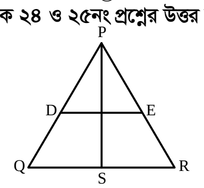
নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii

২৩। রম্বসের প্রতিসাম্য রেখা কয়টি?

ক 1টি   খ 2টি   গ 3টি   ঘ 4টি

নিচের তথ্যের আলোকে ২৪ ও ২৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে PD = DQ, PE = ER এবং ∠QPS = ∠RPS.

২৪। ΔPDE : ΔPQR = কত?

ক 1 : 2   খ 2 : 1   গ 1 : 4   ঘ 4 : 1

২৫। চিত্রে–

i. QR = 2DE   ii. ΔPDE এবং ΔPQR সদৃশ   iii. QS : SR = PQ : PR

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii

২৬। সামান্তরিকের ভূমি 9 সেমি ও উচ্চতা 4 সেমি হলে এর ক্ষেত্রফল কত?

ক 18 বর্গ সেমি   খ 26 বর্গ সেমি   গ 36 বর্গ সেমি   ঘ 72 বর্গ সেমি

নিচের তথ্যের আলোকে ২৭ ও ২৮নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি লোহার পাইপের ভেতরের ও বাইরের ব্যাস যথাক্রমে 6cm ও 10cm এবং উচ্চতা 30cm।

২৭। পাইপের বাইরের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত?

ক 150π cm^2 খ 300π cm^2 গ 350π cm^2 ঘ 600π cm^2

২৮। পাইপের–

i. লোহার পুরুত্ব 2 cm   ii. ফাঁপা অংশের আয়তন 480π cm^3

iii. ভূমির ক্ষেত্রফল 25π cm^2

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ২৯ ও ৩০নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

শ্রেণিব্যাপ্তি	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44	45–49
গণসংখ্যা	3	7	8	10	4	2

২৯। মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান কত?

ক 27   খ 32   গ 37   ঘ 42

৩০। প্রচুরক নিচের কোনটি?

ক 36.25   খ 38.75   গ 41.67   ঘ 55.00

■ খালি ঘরগুলোতে পেনসিল দিয়ে উত্তরগুলো লেখো। এরপর প্রদত্ত উত্তরমালার সাথে মিলিয়ে দেখো তোমার উত্তরগুলো সঠিক কি না।

উত্তর	১		২		৩		৪		৫		৬		৭		৮		৯		১০		১১		১২		১৩		১৪		১৫	
	১৬		১৭		১৮		১৯		২০		২১		২২		২৩		২৪		২৫		২৬		২৭		২৮		২৯		৩০	

ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২৪

গণিত (সৃজনশীল) বিষয় কোড : | 1 | 0 | 9 |

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট [২০২৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী] পূর্ণমান : ৭০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক-বিভাগ (বীজগণিত) হতে দুটি, খ-বিভাগ (জ্যামিতি) হতে দুটি, গ-বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি) হতে দুটি এবং ঘ-বিভাগ (পরিসংখ্যান) হতে একটি নিয়ে মোট সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক বিভাগ–বীজগণিত

১। $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 1}{x(1-x)}$ এবং $a = \sqrt{5} + \sqrt{3}$.

ক. $7\sqrt{7}$ এর 7 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(1-x)$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $a^3 + \frac{8}{a^3} = 28\sqrt{5}$. ৪

২। (i) $x^2 = 7 + 4\sqrt{3}, x > 0$

(ii) $P = \frac{\log\sqrt{27} + \log\sqrt{64} - \log\sqrt{1000}}{\log 6 - \log 5}$

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $a^2 - 2ab - 2b - 1$. ২

খ. $\frac{x^6 - 1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $P = \frac{3}{2}$. ৪

৩। (i) $\frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \sqrt{2}$ ... ... একটি গুণোত্তর ধারা।

(ii) $3bx^2 - 4ax + 3b = 0$.

ক. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 3 : 7 এবং ল. সা. গু. 168 হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $x = \frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}}$. ৪

গ. ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ–জ্যামিতি

৪। ΔABC ত্রিভুজের $AB > AC$ এবং AD, BE এবং CF তিনটি মধ্যমা।

ক. সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা 3 সে. মি হলে, বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AD + BE + CF < AB + BC + AC$. ৪

গ. $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AP হলে, প্রমাণ কর $\angle APB$ স্থূলকোণ। ৪

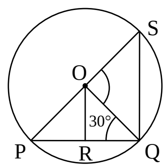
৫। একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও এক বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সে. মি. এবং 3 সে. মি.।

ক. 4 সেমি ব্যাসবিশিষ্ট একটি বৃত্তের কোনো বিন্দুতে স্পর্শক অঙ্কন কর। ২

খ. ত্রিভুজটি আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।) ৪

গ. ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুটি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 45° এবং পরিসীমা সমকোণী ত্রিভুজের পরিসীমার সমান। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

৬।



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQ ব্যাসভিন্ন জ্যা এবং $OR \perp PQ$.

ক. $\angle QOS$ কোণের পরিমাণ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PR = QR$. ৪

গ. দেখাও যে, ΔQOS ও বৃত্তকলা QOS এর ক্ষেত্রফলের অনুপাত $3\sqrt{3} : 2\pi$. ৪

গ বিভাগ–ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭। (i) $P = 2 - \sin^2\theta$ এবং $Q = 2 + \tan^2\theta$ (ii) $R = \operatorname{cosec}\theta$.

ক. $\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta = \frac{4}{3}$ হলে $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{P} + \frac{1}{Q} = 1$. ৪

গ. সমাধান কর : $\frac{4}{R^2} - (2 + 2\sqrt{3})\frac{1}{R} + \sqrt{3} = 0$, যখন θ সূক্ষ্মকোণ। ৪

৮। দুটি কিলোমিটার পোস্ট A ও B বিন্দুর মধ্যবর্তী কোনো স্থানের উপর O বিন্দুতে একটি হেলিকপ্টার হতে ঐ কিলোমিটার পোস্টদ্বয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 30°।

ক. $\sin(90° - \theta) = \frac{5}{13}$ হলে, $\tan\theta$ = কত? ২

খ. হেলিকপ্টারের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. A এবং B বিন্দু হতে হেলিকপ্টারের দূরত্বের পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

৯। একটি আয়তাকার ঘনবস্তু 48 বর্গমিটার ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট ভূমির উপর দণ্ডায়মান। এর উচ্চতা 3 মিটার এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 13 মিটার।

ক. একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 19 সে.মি. ও 20 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 45° হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্যকে বাইরের ব্যাস, উচ্চতাকে ভিতরের ব্যাস ধরে 5 সে. মি উচ্চতাবিশিষ্ট লোহার পাইপ তৈরি করা হলো। প্রতি ঘন সে. মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম হলে পাইপের লোহার ওজন নির্ণয় কর। ৪

ঘ বিভাগ–পরিসংখ্যান

১০। নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	30–35	36–41	42–47	48–53	54–59	60–65
গণসংখ্যা	3	10	18	25	8	6

ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. গণসংখ্যা সারণি হতে উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১১। নিচে 30 জন শিক্ষার্থীর নির্বাচনি পরীক্ষায় গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো :

67, 71, 77, 65, 72, 80, 84, 80, 61, 62, 83, 82, 72, 81, 67, 68, 80, 75, 64, 72, 71, 75, 83, 80, 81, 67, 74, 88, 69, 80

ক. 5 শ্রেণি ব্যবধান ধরে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. গণসংখ্যা সারণি থেকে উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর বর্ণনাসহ। ৪

উত্তরমালা

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

উত্তর																														
	১	ক	২	গ	৩	ক	৪	গ	৫	খ	৬	গ	৭	ঘ	৮	ক	৯	ঘ	১০	ঘ	১১	ঘ	১২	ঘ	১৩	গ	১৪	ক	১৫	ক
	১৬	খ	১৭	ক	১৮	খ	১৯	গ	২০	খ	২১	খ	২২	ক	২৩	ঘ	২৪	গ	২৫	খ	২৬	গ	২৭	ঘ	২৮	ঘ	২৯	ঘ	৩০	ক

সৃজনশীল

প্রশ্ন ▶ ০১ $f(x) = \dfrac{x^3 - 3x^2 + 1}{x(1-x)}$ এবং $a = \sqrt{5} + \sqrt{3}$.

ক. $7\sqrt{7}$ এর 7 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $f\left(\dfrac{1}{x}\right) = f(1-x)$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $a^3 + \dfrac{8}{a^3} = 28\sqrt{5}$. ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক $7\sqrt{7}$ এর 7 ভিত্তিক লগ $= \log_7(7\sqrt{7})$

$$= \log_7\left(7^1 . 7^{\frac{1}{2}}\right)$$
$$= \log_7 7^{1+\frac{1}{2}}$$
$$= \log_7 7^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}\log_7 7$$
$$= \frac{3}{2} \times 1 = \frac{3}{2} \textbf{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, $f(x) = \dfrac{x^3 - 3x^2 + 1}{x(1-x)}$

$$\therefore \quad f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x^3} - \frac{3}{x^2} + 1}{\frac{1}{x}\left(1 - \frac{1}{x}\right)}$$
$$= \frac{\frac{1 - 3x + x^3}{x^3}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}$$
$$= \frac{\frac{x^3 - 3x + 1}{x^3}}{\frac{x-1}{x^2}}$$
$$= \frac{x^3 - 3x + 1}{x^3} \times \frac{x^2}{(x-1)}$$
$$= \frac{x^3 - 3x + 1}{x(x-1)}$$

এবং $f(1-x) = \dfrac{(1-x)^3 - 3(1-x)^2 + 1}{(1-x)\{1-(1-x)\}}$

$$= \frac{1 - 3x + 3x^2 - x^3 - 3 + 6x - 3x^2 + 1}{(1-x)(1-1+x)}$$
$$= \frac{-1 + 3x - x^3}{x(1-x)}$$
$$= \frac{-(x^3 - 3x + 1)}{-x(x-1)}$$
$$= \frac{x^3 - 3x + 1}{x(x-1)}$$

$\therefore f\left(\dfrac{1}{x}\right) = f(1-x)$. **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $a = \sqrt{5} + \sqrt{3}$

$$\therefore \quad \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{1(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}$$
$$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{5-3} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$$
$$\therefore \quad \frac{2}{a} = \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{2} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$$
$$\therefore \quad a + \frac{2}{a} = \sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{3} = 2\sqrt{5}.$$

বামপক্ষ $= a^3 + \dfrac{8}{a^3}$

$$= (a)^3 + \left(\frac{2}{a}\right)^3$$
$$= \left(a + \frac{2}{a}\right)^3 - 3.\ a.\ \frac{2}{a}\left(a + \frac{2}{a}\right)$$
$$= (2\sqrt{5})^3 - 3.\ 2.\ 2\sqrt{5}$$
$$= 40\sqrt{5} - 12\sqrt{5}$$
$$= 28\sqrt{5}$$

= ডানপক্ষ

$\therefore \quad a^3 + \dfrac{8}{a^3} = 28\sqrt{5}$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ০২ (i) $x^2 = 7 + 4\sqrt{3}, x > 0$

(ii) $P = \dfrac{\log\sqrt{27} + \log\sqrt{64} - \log\sqrt{1000}}{\log 6 - \log 5}$

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $a^2 - 2ab - 2b - 1$. ২

খ. $\dfrac{x^6 - 1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $P = \dfrac{3}{2}$. ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক $a^2 - 2ab - 2b - 1$

$$= a^2 - 2ab + b^2 - b^2 - 2b - 1$$
$$= (a-b)^2 - (b+1)^2$$
$$= (a - b + b + 1)(a - b - b - 1)$$
$$= (a+1)(a - 2b - 1)$$

খ দেওয়া আছে, $x^2 = 7 + 4\sqrt{3}$

বা, $x^2 = 4 + 2.2.\sqrt{3} + 3$

বা, $x^2 = (2)^2 + 2.2.\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$

বা, $x^2 = (2 + \sqrt{3})^2$

$\therefore x = 2 + \sqrt{3}$ [বর্গমূল করে]

$\therefore \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$

$= \frac{2-\sqrt{3}}{2^2-(\sqrt{3})^2}$

$= \frac{2-\sqrt{3}}{4-3}$

$= 2-\sqrt{3}$

$\therefore \quad x - \frac{1}{x} = (2+\sqrt{3}) - (2-\sqrt{3})$

$= 2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3}$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{x^6-1}{x^3}$

$= \frac{x^6}{x^3} - \frac{1}{x^3}$

$= x^3 - \left(\frac{1}{x}\right)^3$

$= \left(x-\frac{1}{x}\right)^3 + 3.\ x.\frac{1}{x}\left(x-\frac{1}{x}\right)$

$= (2\sqrt{3})^3 + 3 \times 2\sqrt{3}$

$= 8 \times 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$

$= 24\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$

$= 30\sqrt{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান : $30\sqrt{3}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

$P = \frac{\log\sqrt{27} + \log\sqrt{64} - \log\sqrt{1000}}{\log 6 - \log 5}$

বামপক্ষ = P

$= \frac{\log\sqrt{27} + \log\sqrt{64} - \log\sqrt{1000}}{\log 6 - \log 5}$

$= \frac{\log\sqrt{3^3} + \log 8 - \log\sqrt{10^3}}{\log 6 - \log 5}$

$= \frac{\log (3^3)^{\frac{1}{2}} + \log 2^3 - \log (10^3)^{\frac{1}{2}}}{\log 6 - \log 5}$

$= \frac{\log 3^{\frac{3}{2}} + \log 2^3 - \log 10^{\frac{3}{2}}}{\log 6 - \log 5}$

$= \frac{\log 3^{\frac{3}{2}} + 3\log 2 - \frac{3}{2}\log(5 \times 2)}{\log(2 \times 3) - \log 5}$

$= \frac{\frac{3}{2}\log 3 + 3\log 2 - \frac{3}{2}\log 5 - \frac{3}{2}\log 2}{\log 2 + \log 3 - \log 5}$

$= \frac{\frac{3}{2}\log 3 + \left(3-\frac{3}{2}\right)\log 2 - \frac{3}{2}\log 5}{\log 2 + \log 3 - \log 5}$

$= \frac{\frac{3}{2}\log 3 + \frac{3}{2}\log 2 - \frac{3}{2}\log 5}{\log 3 + \log 2 - \log 5}$

$= \frac{\frac{3}{2}(\log 3 + \log 2 - \log 5)}{(\log 3 + \log 2 - \log 5)} = \frac{3}{2}$ = ডানপক্ষ

$\therefore$ P $= \frac{3}{2}$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ০৩ (*i*) $\frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \sqrt{2}$ ... ... একটি গুণোত্তর ধারা।

(*ii*) $3bx^2 - 4ax + 3b = 0.$

ক. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 3 : 7 এবং ল. সা. গু. 168 হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $x = \frac{\sqrt{2a+3b}+\sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b}-\sqrt{2a-3b}}$. ৪

গ. ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, দুটি সংখ্যার অনুপাত 3 : 7

মনে করি, সংখ্যা দুটি 3x এবং 7x

$\therefore$ তাদের ল. সা. গু. 21x

প্রশ্নমতে, 21x = 168

বা, $x = \frac{168}{21}$

$\therefore$ x = 8

$\therefore$ 3x = 3 × 8 = 24

এবং 7x = 7 × 8 = 56

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যা দুটি 24 ও 56. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$3bx^2 - 4ax + 3b = 0$

বা, $3bx^2 + 3b = 4ax$

বা, $3b(x^2+1) = 4ax$

বা, $\frac{x^2+1}{2x} = \frac{2a}{3b}$

বা, $\frac{x^2+1+2x}{x^2+1-2x} = \frac{2a+3b}{2a-3b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{(x+1)^2}{(x-1)^2} = \frac{2a+3b}{2a-3b}$

বা, $\frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt{2a+3b}}{\sqrt{2a-3b}}$ [বর্গমূল করে]

বা, $\frac{x+1+x-1}{x+1-x+1} = \frac{\sqrt{2a+3b}+\sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b}-\sqrt{2a-3b}}$

[আবার যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2x}{2} = \frac{\sqrt{2a+3b}+\sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b}-\sqrt{2a-3b}}$

$\therefore x = \frac{\sqrt{2a+3b}+\sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b}-\sqrt{2a-3b}}$ **(প্রমাণিত)**

গ ধরি, ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = -\sqrt{2} < 1$

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, r < 1$$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি $= \frac{a(1-r^{10})}{1-r}$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{1-(-\sqrt{2})^{10}\right\}}{1-(-\sqrt{2})}$$

$$= \frac{(1-32)}{\sqrt{2}\,(1+\sqrt{2})}$$

$$= \frac{-31}{\sqrt{2}+2} \textbf{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▸ ০৪ *ΔABC ত্রিভুজের $AB > AC$ এবং AD, BE এবং CF তিনটি মধ্যমা।*

ক. সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা 3 সে. মি হলে, বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AD + BE + CF < AB + BC + AC$. ৪

গ. $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AP হলে, প্রমাণ কর $\angle APB$ স্থূলকোণ। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে এর মধ্যমা $= \frac{\sqrt{3}a}{2}$ একক।

প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}a}{2} = 3$

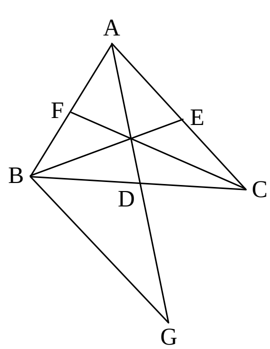
বা, $a = 3 \times \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $a = \frac{2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$\therefore a = 2\sqrt{3}$

অতএব, বাহুর দৈর্ঘ্য $2\sqrt{3}$ সেমি. **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন : ΔABC এর BC, AC ও AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E, F। A, D; B, E ও C, F যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AD + BE + CF < AB + BC + AC$.

অঙ্কন : AD কে G পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন, $AD = DG$ হয়। B, G যোগ করি।

প্রমাণ : ΔBDG এবং ΔADC এ, $BD = DC$, $AD = DG$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle BDG =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle ADC$

$\therefore \Delta BDG \cong \Delta ADC$ এবং $BG = AC$

এখন, ΔABG এ, $AB + BG > AG$

বা, $AB + AC > 2AD$ [$\because$ D, AG এর মধ্যবিন্দু]

একইভাবে, $AB + BC > 2BE$

এবং $AC + BC > 2CF$

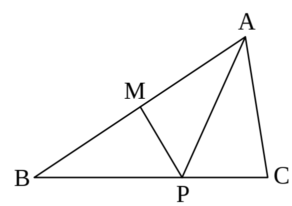
$\therefore AB + AC + AB + BC + AC + BC > 2AD + 2BE + 2CF$

বা, $2AB + 2BC + 2AC > 2AD + 2BE + 2CF$

বা, $AB + BC + AC > AD + BE + CF$

$\therefore AD + BE + CF < AB + BC + AC$ **(প্রমাণিত)**

গ



মনে করি, ΔABC-এর $AB > AC$ এবং $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AP, BC বাহুকে P বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle APB$ স্থূলকোণ।

অঙ্কন : AB বাহু হতে AC-এর সমান AM অংশ কাটি এবং P, M যোগ করি।

প্রমাণ : ΔAMP ও ΔACP-এ,

$AM = AC$ [অঙ্কন অনুসারে]

$AP = AP$ [সাধারণ বাহু]

$\angle PAM = \angle CAP$ [$\because$ AP, $\angle A$-এর সমদ্বিখণ্ডক]

$\therefore \Delta AMP \cong \Delta ACP$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

অতএব, $\angle APM = \angle APC$

সুতরাং $\angle APB > \angle APM$ [$\because \angle APM$, $\angle APB$-এর একটি অংশ]

অর্থাৎ $\angle APB > \angle APC$ [$\because \angle APC = \angle APM$]

যেহেতু $\angle APB$ এবং $\angle APC$ কোণ দুইটি সন্নিহিত কোণ এবং $\angle APB > \angle APC$ সেহেতু $90° < \angle APB < 180°$

$\therefore \angle APB$ স্থূলকোণ। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▸ ০৫ একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও এক বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সে. মি. এবং 3 সে. মি.।

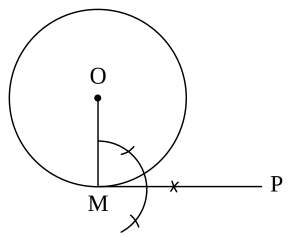
ক. 4 সেমি ব্যাসবিশিষ্ট একটি বৃত্তের কোনো বিন্দুতে স্পর্শক অঙ্কন কর। ২

খ. ত্রিভুজটি আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।) ৪

গ. ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুটি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 45° এবং পরিসীমা সমকোণী ত্রিভুজের পরিসীমার সমান। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

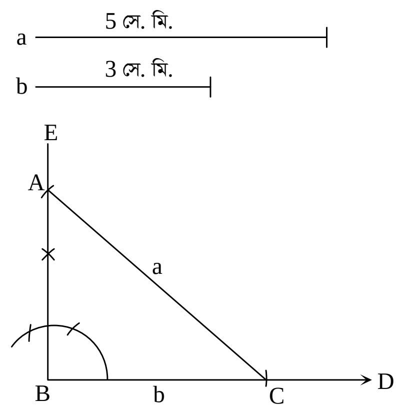
৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ, OM = $\frac{4}{2}$ = 2 সেমি.। বৃত্তের M বিন্দুতে PM স্পর্শকটি অঙ্কিত হলো।

খ

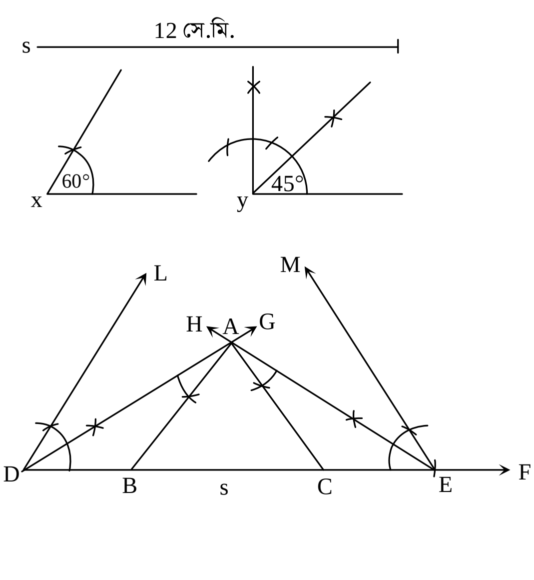


বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ a = 5 সে.মি. ও এর সংলগ্ন এক বাহু b = 3 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যে কোনো রশ্মি BD থেকে b এর সমান করে BC কেটে নিই।
২. B বিন্দুতে BE লম্ব আঁকি।
৩. C কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যেন এটি BE কে A বিন্দুতে ছেদ করে।
৪. A, C যোগ করি।
তাহলে ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ

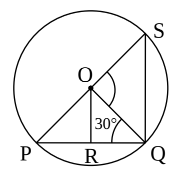


বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি ত্রিভুজের পরিসীমা s = (5 + 4 + 3) সে.মি. বা, 12 সে.মি. এবং ভূমি সংলগ্ন দুটি কোণ ∠x = 60° ও ∠y = 45° দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যে কোনো একটি রশ্মি DF থেকে পরিসীমা s এর সমান করে DE অংশ কেটে নিই।
২. D ও E বিন্দুতে DE রেখাংশের একই পাশে ∠x এর সমান ∠EDL এবং ∠y এর সমান ∠DEM আঁকি।
৩. কোণ দুটির দ্বিখণ্ডক যথাক্রমে DG ও EH আঁকি। মনে করি, DG ও EH রশ্মিদ্বয় পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে।
৪. A বিন্দুতে ∠ADE এর সমান ∠DAB এবং ∠AED এর সমান ∠EAC আঁকি। AB এবং AC রেখাংশদ্বয় DE রেখাংশকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।
তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ▸ ০৬



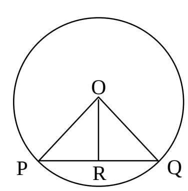
O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে *PQ* ব্যাসভিন্ন জ্যা এবং *OR* ⊥ *PQ*.

ক. ∠*QOS* কোণের পরিমাণ নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, *PR* = *QR*. ৪
গ. দেখাও যে, ΔQOS ও বৃত্তকলা *QOS* এর ক্ষেত্রফলের অনুপাত $3\sqrt{3} : 2\pi$. ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক ΔOPQ এ, OP = OQ হওয়ায়, ∠OPQ = ∠OQP = 30°.
আবার, QS চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ ∠QPS ও কেন্দ্রস্থ কোণ ∠QOS
∴ ∠QOS = 2∠QPS = 2∠OPQ = 2 × 30° = 60° **(Ans.)**

খ



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OR ⊥ PQ। প্রমাণ করতে হবে যে, PR = QR.

অঙ্কন : O, P; O, Q যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১ : OR ⊥ PQ হওয়ায় ∠ORP = ∠ORQ = এক সমকোণ
অতএব, ΔOPR ও ΔOQR উভয় সমকোণী ত্রিভুজ [কল্পনা]

ধাপ-২ : এখন, ΔOPR ও ΔOQR সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে
OP = OQ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং OR = OR [সাধারণ বাহু]
∴ ΔOPR ≅ ΔOQR [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]
∴ PR = QR. **(প্রমাণিত)**

গ মনে করি, PQS বৃত্তের ব্যাসার্ধ, OP = OQ = OS = r একক

'ক' হতে পাই, $\angle QOS = 60°$

তাহলে, ΔQOS এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times OQ \times OS \times \sin \times QOS$

$= \frac{1}{2} \times r \times r \times \sin 60°$ বর্গএকক

$= \frac{1}{2} \times r^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ বর্গএকক

$= \frac{\sqrt{3}}{4} r^2$ বর্গএকক

আবার, বৃত্তকলা QOS এর ক্ষেত্রফল $= \frac{60°}{360°} \times \pi r^2$ বর্গএকক

$= \frac{1}{6} \pi r^2$ বর্গএকক

$\therefore$ ΔQOS ও বৃত্তকলা QOS এর ক্ষেত্রফলের অনুপাত

$= \frac{\sqrt{3}}{4} r^2 : \frac{1}{6} \pi r^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} : \frac{1}{6} \pi$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 12 : \frac{1}{6} \pi \times 12$

$= 3\sqrt{3} : 2\pi$

অতএব, ΔQOS ও বৃত্তকলা QOS এর ক্ষেত্রফলের অনুপাত $3\sqrt{3} : 2\pi$

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ০৭ (*i*) $P = 2 - \sin^2\theta$ এবং $Q = 2 + \tan^2\theta$ (*ii*) $R = \text{cosec}\theta$.

ক. $\text{cosec}\theta - \cot\theta = \frac{4}{3}$ হলে $\text{cosec}\theta + \cot\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{P} + \frac{1}{Q} = 1$. ৪

গ. সমাধান কর : $\frac{4}{R^2} - (2 + 2\sqrt{3}) \frac{1}{R} + \sqrt{3} = 0$, যখন θ সূক্ষ্মকোণ। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\text{cosec}\theta - \cot\theta = \frac{4}{3}$

আমরা জানি, $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

বা, $(\text{cosec}\theta + \cot\theta)(\text{cosec}\theta - \cot\theta) = 1$

বা, $(\text{cosec}\theta + \cot\theta) \frac{4}{3} = 1$

$\therefore \text{cosec}\theta + \cot\theta = \frac{3}{4}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $P = 2 - \sin^2\theta$ এবং $Q = 2 + \tan^2\theta$

বামপক্ষ $= \frac{1}{P} + \frac{1}{Q}$

$= \frac{1}{2 - \sin^2\theta} + \frac{1}{2 + \tan^2\theta}$

$= \frac{1}{2 - \sin^2\theta} + \frac{1}{2 + \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}}$

$= \frac{1}{2 - \sin^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{2\cos^2\theta + \sin^2\theta}$

$= \frac{1}{2 - \sin^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{2(1 - \sin^2\theta) + \sin^2\theta}$

$= \frac{1}{2 - \sin^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{2 - 2\sin^2\theta + \sin^2\theta}$

$= \frac{1}{2 - \sin^2\theta} + \frac{1 - \sin^2\theta}{2 - \sin^2\theta}$

$= \frac{2 - \sin^2\theta}{2 - \sin^2\theta} = 1 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{1}{p} + \frac{1}{Q} = 1$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $R = \text{cosec}\theta$

$\therefore \frac{1}{R} = \frac{1}{\text{cosec}\theta} = \sin\theta$

এখন, $\frac{4}{R^2} - (2 + 2\sqrt{3}) \frac{1}{R} + \sqrt{3} = 0$

বা, $4\sin\theta - (2 + 2\sqrt{3}) \sin\theta + \sqrt{3} = 0$ [মান বসিয়ে]

বা, $4\sin^2\theta - 2\sin\theta - 2\sqrt{3}\sin\theta + \sqrt{3} = 0$

বা, $2\sin\theta(2\sin\theta - 1) - \sqrt{3}(2\sin\theta - 1) = 0$

বা, $(2\sin\theta - 1)(2\sin\theta - \sqrt{3}) = 0$

হয়, $2\sin\theta - 1 = 0$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin 30°$

$\therefore \theta = 30°$

অথবা, $2\sin\theta - \sqrt{3} = 0$

বা, $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin 60°$

$\therefore \theta = 60°$

$\therefore \theta = 30°, 60°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ০৮ দুটি কিলোমিটার পোস্ট *A* ও *B* বিন্দুর মধ্যবর্তী কোনো স্থানের উপর *O* বিন্দুতে একটি হেলিকপ্টার হতে ঐ কিলোমিটার পোস্টদ্বয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 30°।

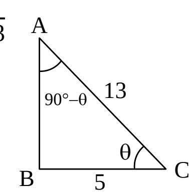
ক. $\sin(90° - \theta) = \frac{5}{13}$ হলে, $\tan\theta =$ কত? ২

খ. হেলিকপ্টারের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. *A* এবং *B* বিন্দু হতে হেলিকপ্টারের দূরত্বের পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sin(90° - \theta) = \frac{5}{13}$



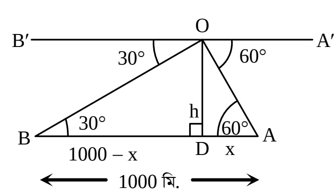
$\therefore AB = \sqrt{13^2 - 5^2}$

$= \sqrt{169 - 25}$

$= \sqrt{144} = 12$

$\therefore \tan\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{12}{5}$ **(Ans.)**

খ



মনে করি, পোস্টদ্বয় A ও B এবং AB = 1 কি. মি. = 1000 মি.। পোস্টদ্বয়ের মধ্যবর্তী স্থান O বিন্দুতে একটি হেলিকপ্টার উড়ছে। O বিন্দুতে অবস্থিত হেলিকপ্টার হতে A ও B পোস্টদ্বয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে $\angle A'OA = 60°$ ও $\angle B'OB = 30°$.

O থেকে AB এর উপর OD লম্ব অঙ্কন করি।

এখানে, $AB \parallel A'B'$ এবং OB ছেদক।

$\therefore \angle BOB' = \angle OBD = 30°$ [একান্তর কোণ]

আবার, AB || A′B′ এবং OA এদের ছেদক।

$\therefore \angle AOA' = \angle OAD = 60°$ [একান্তর কোণ]

ধরি, AD = x

$\therefore BD = AB - AD = 1000 - x$

এবং ভূমি হতে হেলিকপ্টারটির উচ্চতা = OD = h

সমকোণী ত্রিভুজ AOD হতে পাই,

$\tan \angle OAD = \frac{OD}{AD}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

বা, $h = \sqrt{3}x$ .... (i)

আবার, সমকোণী ত্রিভুজ BOD হতে পাই,

$\tan \angle OBD = \frac{OD}{BD}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{1000 - x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}x}{1000 - x}$ [(i) নং হতে পাই $h = \sqrt{3}x$]

বা, $3x = 1000 - x$

বা, $3x + x = 1000$

বা, $4x = 1000$

বা, $x = \frac{1000}{4}$

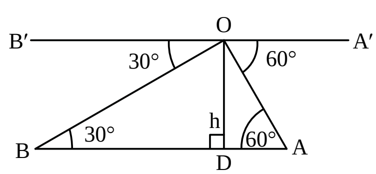
$\therefore x = 250$

(i) নং x এর মান বসিয়ে পাই,

$h = \sqrt{3} \times 250 = 433.013$ মি. (প্রায়)

$\therefore$ ভূমি হতে হেলিকপ্টারটির উচ্চতা 433.013 মি. (প্রায়)

গ



ধরি, B বিন্দু হতে হেলিকপ্টারটির সরাসরি দূরত্ব = OB এবং A বিন্দু হতে হেলিকপ্টারটির সরাসরি দূরত্ব = OA

'খ' হতে প্রাপ্ত, h = 433.013

সমকোণী ΔAOD হতে পাই,

$\sin \angle OAD = \frac{OD}{OA}$

বা, $\sin 60° = \frac{433.013}{OA}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{433.013}{OA}$

বা, $OA \times \sqrt{3} = 866.026$

বা, $OA = \frac{866.026}{\sqrt{3}}$

$\therefore OA = 500$

আবার, সমকোণী ΔBOD হতে পাই,

$\sin \angle OBD = \frac{OD}{OB}$

বা, $\sin 30° = \frac{433.013}{OB}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{433.013}{OB}$

বা, $OB = 866.026$

এখন, $OB - OA = 866.026 - 500 = 366.026$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ কিলোমিটার পোস্ট দুটি থেকে হেলিকপ্টারটির সরাসরি দূরত্বের পার্থক্য 366.026 মিটার (প্রায়)

প্রশ্ন ▶ ০৯ একটি আয়তাকার ঘনবস্তু 48 বর্গমিটার ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট ভূমির উপর দণ্ডায়মান। এর উচ্চতা 3 মিটার এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 13 মিটার।

ক. একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 19 সে.মি. ও 20 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 45° হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্যকে বাইরের ব্যাস, উচ্চতাকে ভিতরের ব্যাস ধরে 5 সে. মি উচ্চতাবিশিষ্ট লোহার পাইপ তৈরি করা হলো। প্রতি ঘন সে. মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম হলে পাইপের লোহার ওজন নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য, a = 19 সেমি. ও b = 20 সেমি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ, θ = 45°

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times ab \times \sin\theta$

$= \frac{1}{2} \times 19 \times 20 \times \sin 45°$ বর্গসেমি.

$= 190 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$ বর্গসেমি.

$= \frac{95 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ বর্গসেমি.

$= 95\sqrt{2}$ বর্গসেমি. **(Ans.)**

খ মনে করি, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য = a মিটার, প্রস্থ = b মিটার, উচ্চতা = c মিটার এবং কর্ণ = d মিটার।

দেওয়া আছে,

আয়তাকার ঘনবস্তুর ভূমির ক্ষেত্রফল = 48 বর্গমিটার;

উচ্চতা, c = 3 মিটার

এবং কর্ণ, d = 13 মিটার

$\therefore$ আয়তাকার ঘনবস্তুর ভূমির ক্ষেত্রফল = ab

$\therefore$ প্রশ্নমতে, ab = 48 .... (i)

আবার, আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ, $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

বা, $13 = \sqrt{a^2 + b^2 + 3^2}$ [c ও d এর মান বসিয়ে]

বা, $(13)^2 = a^2 + b^2 + 3^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $169 = a^2 + b^2 + 9$

বা, $a^2 + b^2 = 169 - 9$

বা, $a^2 + b^2 = 160$

বা, $a^2 + 2ab + b^2 = 160 + 2ab$ [উভয়পক্ষে 2ab যোগ করে]

বা, $(a + b)^2 = 160 + 2 \times 48$ [(i) নং থেকে মান বসিয়ে]

বা, $(a + b)^2 = 160 + 96$

বা, $(a + b)^2 = 256$

বা, $a + b = \sqrt{256}$

বা, $a + b = 16$ .... (ii)

আমরা জানি, $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

বা, $a - b = \sqrt{(16)^2 - 4 \times 48}$ [(i) ও (ii) নং থেকে মান বসিয়ে]

বা, $a - b = \sqrt{256 - 192}$

বা, $a - b = \sqrt{64}$

$\therefore$ $a - b = 8$ .... (iii)

এখন, (ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$a + b + a - b = 16 + 8$

বা, $2a = 24$

বা, $a = \frac{24}{2} = 12$

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে (iii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$a + b - (a - b) = 16 - 8$

বা, $a + b - a + b = 8$

বা, $2b = 8$

বা, $b = \frac{8}{2} = 4$

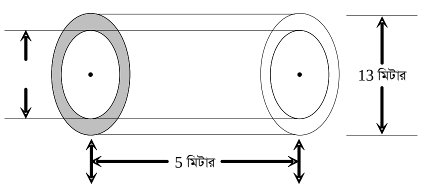
$\therefore$ ঘনবস্তুর নির্ণেয় দৈর্ঘ্য 12 মিটার এবং প্রস্থ 4 মিটার। **(Ans.)**

গ প্রশ্নানুসারে, পাইপের ভিতরের ব্যাস 3 মিটার

এবং বাইরের ব্যাস 13 মিটার

পাইপের ভিতরের ব্যাসার্ধ, $r_1 = \frac{3}{2}$ মিটার = 1.5 মিটার

এবং বাইরের ব্যাসার্ধ, $r_2 = \frac{13}{2}$ মিটার = 6.5 মিটার



পাইপের উচ্চতা, h = 5 মিটার

$\therefore$ পাইপের ভিতরের ফাঁপা অংশের আয়তন $= \pi r_1^2 h$ ঘন একক

$= 3.1416 \times 1.5^2 \times 5$ ঘন মিটার

$= 35.343$ ঘন মিটার

পাইপের বাইরের অংশের আয়তন $= \pi r_2^2 h$ ঘন একক

$= 3.1416 \times 6.5^2 \times 5$ ঘন মিটার

$= 663.663$ ঘন মিটার

$\therefore$ পাইপের লোহার আয়তন = পাইপের বাইরের আয়তন – ভিতরের ফাঁপা অংশের আয়তন = (663.663 – 35.343) ঘন মিটার

= 628.32 ঘন মিটার

= 628.32 × 1000000 ঘন মিটার

= 628320000 ঘন মিটার

1 ঘন সে.মি. লোহার ওজন = 7.2 গ্রাম

638320000 ঘন সে.মি. লোহার ওজন = 7.2 × 638320000 গ্রাম

= 4523904000 গ্রাম

$= \frac{4523904000}{1000}$ কি. গ্রাম.

= 4523904 কি. গ্রাম. (প্রায়)

পাইপের লোহার ওজন 4523904 কি.গ্রাম (প্রায়) **(Ans.)**

[বি.দ্র. পাইপের উচ্চতা 5 মিটার ধরা হয়েছে]

প্রশ্ন ▶ ১০ নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	30–35	36–41	42–47	48–53	54–59	60–65
গণসংখ্যা	3	10	18	25	8	6

ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. গণসংখ্যা সারণি হতে উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যার সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
30 – 35	3	3
36 – 41	10	13
42 – 47	18	31
48 – 53	25	56
54 – 59	8	64
60 – 65	6	70
মোট	n = 70	

এখানে, $\frac{n}{2} = \frac{70}{2} = 35$; অর্থাৎ 35-তম পদ (48 – 53) শ্রেণিতে মধ্যক অবস্থিত।

$\therefore$ মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{48 + 53}{2} = 50.5$ **(Ans.)**

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা f_i	শ্রেণি মধ্যমান x_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
30 – 35	3	32.5	– 3	– 9
36 – 41	10	38.5	– 2	– 20
42 – 47	18	44.5	– 1	– 18
48 – 53	25	50.5 ← a	0	0
54 – 59	8	56.5	1	8
60 – 65	6	62.5	2	12
	n = 70			$\Sigma f_iu_i = -27$

$\therefore$ গাণিতিক গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{n} \times h$

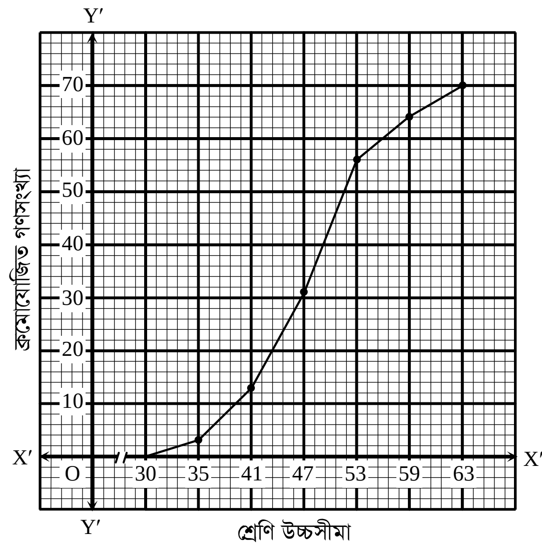
$= 50.5 + \frac{-27}{70} \times 6$

$= 50.5 - 2.31$

$= 48.19$

$\therefore$ নির্ণেয় গড় = 48.19 **(Ans.)**

গ 'ক' হতে প্রাপ্ত সারণি ব্যবহার করে, x অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 5 ঘরকে একটি শ্রেণি বিবেচনা করে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা এবং y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 30 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▸ ১১ নিচে 30 জন শিক্ষার্থীর নির্বাচনি পরীক্ষায় গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো :

67, 71, 77, 65, 72, 80, 84, 80, 61, 62, 83, 82, 72, 81, 67, 68, 80, 75, 64, 72, 71, 75, 83, 80, 81, 67, 74, 88, 69, 80

ক. 5 শ্রেণি ব্যবধান ধরে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. গণসংখ্যা সারণি থেকে উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর বর্ণনাসহ। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, উপাত্তগুলো সর্বোচ্চ নম্বর = 88

এবং সর্বনিম্ন নম্বর = 61

$\therefore$ পরিসর = (88 – 61) + 1 = 27 + 1 = 28

শ্রেণিব্যবধান 5 ধরলে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{28}{5} = 5.6 \approx 6$ টি

$\therefore$ নির্ণেয় শ্রেণিসংখ্যা 6 টি।

খ মধ্যক নির্ণয়ের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

শ্রেণি ব্যবধান	ট্যালি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
61 – 65	||||	4	4
66 – 70	~~||||~~	5	9
71 – 75	~~||||~~ |||	8	17
76 – 80	~~||||~~ |	6	23
81 – 85	~~||||~~ |	6	29
86 – 90	|	1	30
	মোট	n = 30	

এখানে, n = 30 এবং $\frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$।

অতএব, মধ্যক 15 তম পদের মান। 15 তম পদের অবস্থান হবে (71 – 75) শ্রেণিতে। অতএব মধ্যক শ্রেণি হলো (71 – 75).

সুতরাং L = 71

$F_c = 9$

$f_m = 8$

h = 5

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 71 + (15 - 9) \times \frac{5}{8}$$

$$= 71 + 6 \times \frac{5}{8}$$

$$= 71 + \frac{30}{8}$$

$$= 71 + 3.75 = 74.75$$

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যক 74.75।

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা
61 – 65	63	4
66 – 70	68	5
71 – 75	73	8
76 – 80	78	6
81 – 85	83	6
86 – 90	88	1

x অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে 1 একক ধরে এবং y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যার বহুভুজ আঁকা হয়েছে। শূন্য থেকে 30 এর পূর্ববর্তী সংখ্যাগুলো বিদ্যমান বুঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।